

DDMat

Grupo de Estudos em
Didática da Matemática

Oficinas on-line: diálogos sobre propostas didáticas em Matemática

Se usar papel e lápis,
o cálculo ainda é
mental?

OFICINA 09:

Pensando sobre estratégias de cálculo mental



Cálculo mental

- França

- É uma competência que deve ser trabalhada desde o ciclo 2, o que corresponde aos 4º, 5º e 6º anos no Brasil, e ocupa um espaço central do ensino de matemática;

- Possui documento específico: Le Calcul mental (FRANÇA, 2002)

- Argentina

- Há um documento orientativo de matemática específico de cálculo mental, apresentando várias estratégias em diferentes níveis de escolaridade: *Matemática: Cálculo mental con números naturales: apuntes para la enseñanza, da Secretaria de Educação da cidade de Buenos Aires (2006);*

- Brasil

- Parâmetros Curriculares Nacionais (1997)

- Guia do PNLD (2015)

- BNCC (2017)

- Currículo de Referência de Mato Grosso do Sul (2019)

Cálculo mental

- **Parâmetros Curriculares Nacionais (1997)**

- Traz em vários momentos o incentivo ao cálculo mental;
- Apresenta os benefícios e como deve ser trabalhado;

- **Guia do PNLD (2015)**

- “saber utilizar o cálculo mental, fazer estimativas, tanto em contagens como em medições ou em cálculos, e conseguir fazer uso da calculadora, são indispensáveis no desenvolvimento do pensamento matemático”.

- **BNCC (2017)**

- Traz o cálculo mental em algumas habilidades até o 7º ano como uma modalidade de cálculo;
- O desenvolvimento como uma habilidade é orientada somente até o 3º ano do EF;
- “no tocante aos cálculos, espera-se que os alunos desenvolvam diferentes estratégias para a obtenção dos resultados, sobretudo por estimativa e cálculo mental [...]”

- **Currículo de Referência de Mato Grosso do Sul (2019)**

- Apresenta a habilidade como a BNCC, com ênfase no 4º e 5º anos do EF;

Cálculo mental

Para quê calcular mentalmente?

Construção do próprio conhecimento

Qual a razão de ser do cálculo mental?

Concentração

**Aumento do
repertório numérico**

**Segurança para resolver
uma situação**

**A
t
e
n
ç
ã
o**

Memorização

Diversificação de estratégias

**Compreensão de outras
modalidades de cálculos**

Trabalho em grupo

**Mobilizar propriedades que está
aprendendo de maneira dinâmica**

**A
u
t
o
n
o
m
i
a**

Cálculo mental

Pode ou não pode ter registro?

O cálculo mental é descrito por Parra (1996, p.195) como “o conjunto de procedimentos em que, uma vez analisados os dados a serem tratados, estes se articulam, sem recorrer a um algoritmo preestabelecido para obter resultados exatos ou aproximados”.

E o algoritmo?

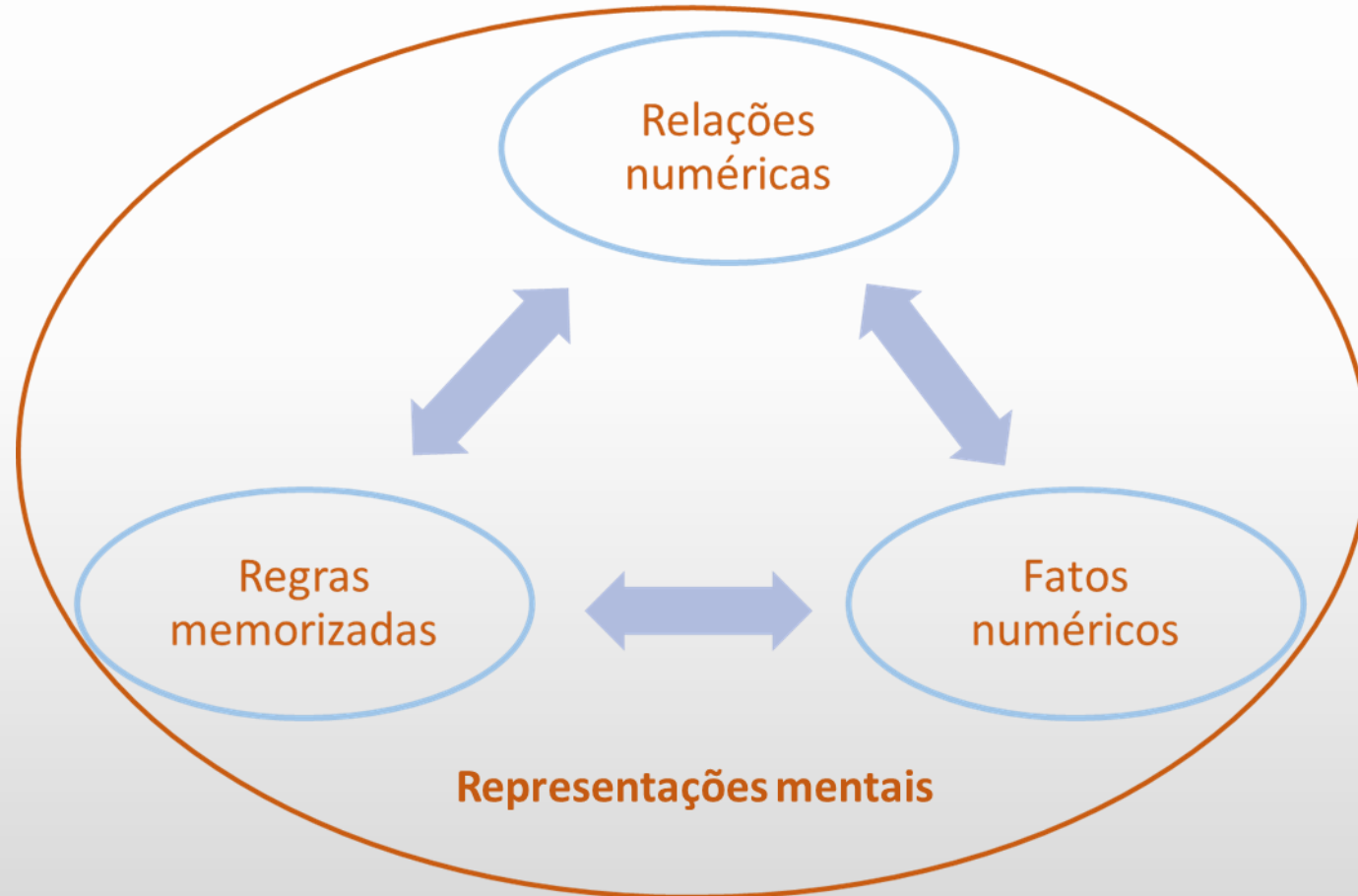
E a memorização?

Cálculo mental pensado x cálculo mental automatizado

→ Memorização com compreensão

Cálculo mental

Quadro conceitual sobre cálculo mental



Fonte: CARVALHO & PONTE, 2017

Cálculo mental

A prática regular de cálculo mental para ampliação e construção de procedimentos de cálculo por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental

Guimarães (2009)

Objetivos

- Investigar ***estratégias de cálculo mental*** utilizadas pelos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental para solucionar atividades que envolvem operações aditivas e multiplicativas;
- Validar **propriedades e estratégias** apresentadas pelos alunos diante de atividades com essas operações;

Cálculo mental

Blocos de atividades propostas por Guimarães (2009):

→ Primeiro Bloco: Atividades envolvendo o **Sistema de Numeração Decimal**

Que números correspondam aos valores abaixo?

50 dezenas	20 centenas	30 dezenas e 8 unidades
45 dezenas	50 centenas	42 dezenas e 5 unidades
20 dezenas	248 centenas	4 centenas e 7 unidades

Quantas dezenas existem nos números abaixo?

52	975	2358	820
74	991	2456	500

Quantas centenas existem nos números abaixo?

200	1758	9960	1250	1980	9965
950	1880	1650	8800	1000	1750

Cálculo mental

Blocos de atividades propostas por Guimarães (2009):

→ Segundo Bloco: Atividades **aditivas**

Calcule a diferença

$27 - 22$

$98 - 91$

$377 - 53$

$79 - 75$

$231 - 21$

$376 - 46$

Somar (números de dezenas inteiras):

$80 + 110$

$540 + 870$

$460 + 30$

$130 + 50$

$340 + 40$

$50 + 850$

Cálculo mental

Blocos de atividades propostas por Guimarães (2009):

→ Terceiro Bloco: Atividades **multiplicativas**

Multiplique os números:

11x11	12x12	26x11	11x45	17x15
14x11	18x12	42x21	35x12	34x15
25x19	14x18	35x49	64x19	12x15

Este resultado está na tabuada?

(explorar ao máximo as possibilidades das tabuadas)

48 está na tabuada do 6?	18 está na tabuada do 9?	36 está na tabuada do 6?
25 está na tabuada do 5?	28 está na tabuada do 9?	56 está na tabuada do 6?

Qual é o quociente?

(explorar as tabuadas do 2 ao 9)

42 : 6 - Quanto é 42 dividido por 6?

56 : 8	49 : 7	25 : 5	63 : 9	48 : 6	28 : 4
--------	--------	--------	--------	--------	--------

Cálculo mental

Algumas conclusões da tese da Sheila...

- A **verbalização** favorece a troca de informações, conhecimentos e estratégias;
- Ao ouvir, raciocinar e falar sobre cálculo mental efetuado os alunos **incorporam** novas estratégias ao repertório;
- Os **teoremas em ação mobilizados** são adicionados gradativamente ao repertório de cálculo dos alunos;
- A dinâmica da pesquisa **poderia ser incorporada à prática dos professores**, pois favorece a apropriação de propriedades numéricas, estratégias de cálculo e a concentração;
- Os alunos **abandonam estratégias para adotarem novas**, mais eficientes, agregando novos conhecimentos matemáticos.

Cálculo mental – Possibilidades...

Decomposição

$$\begin{aligned} 18 + 3 &= \\ 18 + (2 + 1) &= \\ \underbrace{} & \\ 20 + 1 &= 21 \end{aligned}$$

Compensação

$$\begin{aligned} 18 - 3 &= \\ (18 + 2) - 3 &= \\ \underbrace{} & \\ 20 - 3 &= 17 \\ 17 - 2 &= 15 \end{aligned}$$

Decomposição trabalhando com centenas exatas

$$\begin{aligned} 767 - 300 &= \\ (700 + 67) - 300 &= \\ \underbrace{} & \\ (700 - 300) + 67 &= \\ 500 + 67 &= 567 \end{aligned}$$

A **decomposição aditiva** dos números poderia começar com fatos fundamentais da adição

$$7 + 8 = \underbrace{7 + (3 + 5)} = 10 + 5 = 15$$

$$5 + 9 = \underbrace{5 + (5 + 4)} = 10 + 4 = 14$$

Cálculo mental – Possibilidades na adição

À primeira parcela é adicionado ou subtraído um múltiplo de 10.

Ex. $65 + 27 = 65 + 20 = 85; 85 + 7 = 92.$

À primeira parcela é adicionado ou subtraído um número aproximado da segunda parcela, correspondente a um múltiplo de 10, de modo a facilitar o cálculo.

Ex: $65 + 27 = 65 + 30 = 95; 95 - 3 = 92.$

À primeira parcela é adicionado ou subtraído um número correspondente a uma parte da segunda parcela, de modo a que seja obtido um múltiplo de 10.

Ex. $65 + 27 = 65 + 5 + 22 = 70 + 22 = 92.$

Os números são decompostos em suas ordens e as unidades são somadas ou subtraídas.

Ex: $65 + 27 = 60 + 20 + 5 + 7 = 80 + 12 = 92.$

Os números são inicialmente divididos nas suas ordens para a adição ou subtração, que são adicionadas ou subtraídas sequencialmente.

Ex: $65 + 27 = 60 + 20 + 5 + 7 = 85 + 7 = 92.$

Cálculo mental – Possibilidades...

Multiplicar por uma potência de 10 (10, 100 ou 1000) e dividir o resultado por 2:

$$\begin{aligned}50 \times 24 &= \\100 \times 24 &= 2400 \\2400 \div 2 &= 1200\end{aligned}$$

Decompor o subtraendo em dezenas inteiras e realizar subtrações sucessivas



Figura 43: Apresentação de duas técnicas para tarefas do tipo T_{10.6}

Fonte: BORDEAUX et al, 2014c, p.105

Cálculo mental – Possibilidades...

Decompor o dividendo de acordo com suas ordens e aplicar a propriedade distributiva

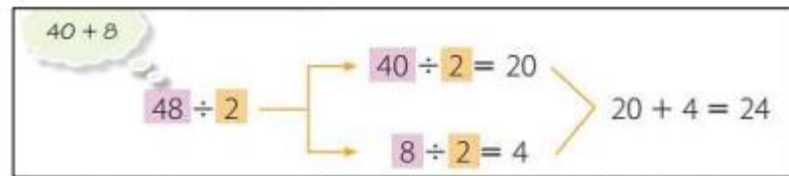


Figura 55: Apresentando uma técnica para tarefas do tipo T_{12.3}
Fonte: BORDEAUX et al, 2014c, p.238

Decompor um dos fatores e aplicar a propriedade distributiva da multiplicação

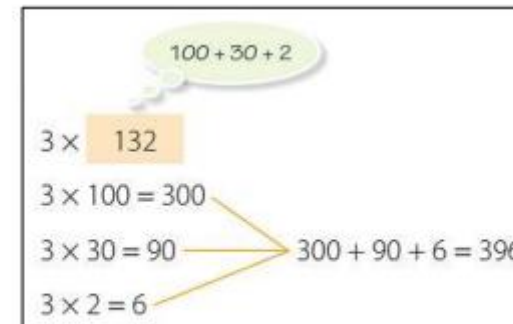


Figura 51: Emprego da técnica τ_{21} em uma tarefa do tipo T_{11.4}
Fonte: BORDEAUX et al, 2014c, p.218

Decomposição em fatores para multiplicar
 $64 \times 25 = ?$
 $(8 \times 8) \times (5 \times 5) =$
 $40 \times 40 = 4 \times 4 \times 10 \times 10 = 1600$

Cálculo mental – Possibilidades...

Escrever o divisor, que é um múltiplo de potência de 10, como uma nova divisão em que o dividendo é uma potência de 10 e o divisor é múltiplo divisor inicial

"Esticando" a divisão para facilitar:

$$\begin{aligned} 4\,500 \div 500 &= \\ &= 4\,500 \div 100 \div 5 = \\ &= 45 \div 5 = 9 \end{aligned}$$


Dividir em 500 partes é o mesmo que dividir primeiro em 100 partes e depois dividir cada uma das 100 partes em 5 partes.

Figura 72: Divisão por múltiplos de potências de 10
Fonte: BORDEAUX et al, 2014e, p.92

Dividir o número pelo denominador da fração e multiplicar o resultado pelo numerador

Calcule $\frac{3}{4}$ de 100:

$$\begin{aligned} (100 \div 4) \times 3 &= \\ 25 \times 3 &= 75 \end{aligned}$$

Cálculo mental – Possibilidades...

- Professor, acho que aqui poderiam vir algumas técnicas para o cálculo de frações, não sei como seriam exatamente... Acho que poderíamos fazer um breve comentário do trabalho da Andressa que fez a parte introdutória de frações com cálculo mental (vou te passar os slides da apresentação dela no XIV ESEM e digo quais slides poderíamos copiar aqui. Depois comentamos alguns exemplos do trabalho de Carvalho e Ponte com Cálculo Mental.

Nome da técnica

$\frac{1}{2} + \frac{2}{4} =$ aqui pensei que poderia ser a equivalência entre frações...

Nome da técnica

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{10} =$$

Cálculo mental – Possibilidades...

Conhecimento prévio de somas, produtos, diferenças ou quocientes e decomposições são essenciais para apoiar o cálculo mental.

Exemplos:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{3}{4} \text{ em } \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{4}$$

$$1\frac{1}{4}$$

Cálculo mental – Possibilidades...

$$\text{se } \frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \text{ então } \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Cálculo mental – Possibilidades...

- No que diz respeito às operações com números pertencentes ao conjunto dos números racionais, em particular, os números decimais, uma das estratégias é a manipulação do dinheiro;
- O trabalho com o sistema monetário contribui com o cálculo mental uma vez que permite que por meio da manipulação o estudante compreenda e memorize alguns fatores relacionados ao sistema de numeração, como sua composição, a sequência numérica e alguns padrões presentes em operações matemáticas;

Referências

CARVALHO, R. A; PONTE, J. P. Cálculo mental com frações: evolução das estratégias dos alunos numa experiência de ensino. *Revista Educação Matemática em Foco*, v. 6, n. 2, 2018.

CARVALHO, R. *Cálculo mental com números racionais: Um estudo com alunos do 6.º ano de escolaridade* (Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa, Portugal. (disponível em <http://hdl.handle.net/10451/23646>), 2016.

CORRÊA DA COSTA, J. S. *O cálculo mental em uma coleção de livros didáticos dos anos iniciais*. 2018. 172 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande. 2018.

GUIMARÃES, S. D. *A prática regular de cálculo mental para ampliação e construção de novas estratégias de cálculo por alunos do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental*. 2009. 261 f. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Ciências Humanas e Sociais, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande. 2009.

PARRA, C. Cálculo mental na escola primária. In: PARRA C. & SAIZ, I. (org.) *Didática da Matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001, p.186-235.