

Combinação, arranjo ou permutação? Uma discussão de atividades de análise combinatória.



Profa. Dra. Cintia Melo



Prof. Dr. Renan Lima

Quando iniciamos o ensino de combinatória, as principais dúvidas que surgem:

É um problema de arranjo ou permutação? Ou combinação?

Qual a fórmula que se utiliza nas atividades de Arranjo? E permutação? E combinação

PERMUTAÇÃO

$$P_n = n!$$

ARRANJO

$$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$$

COMBINAÇÃO

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Vamos analisar alguns situações....

UFMS
 UMFS
 SFMU
 USFM
 USMF
 UMSF
 SFUM
 (...)

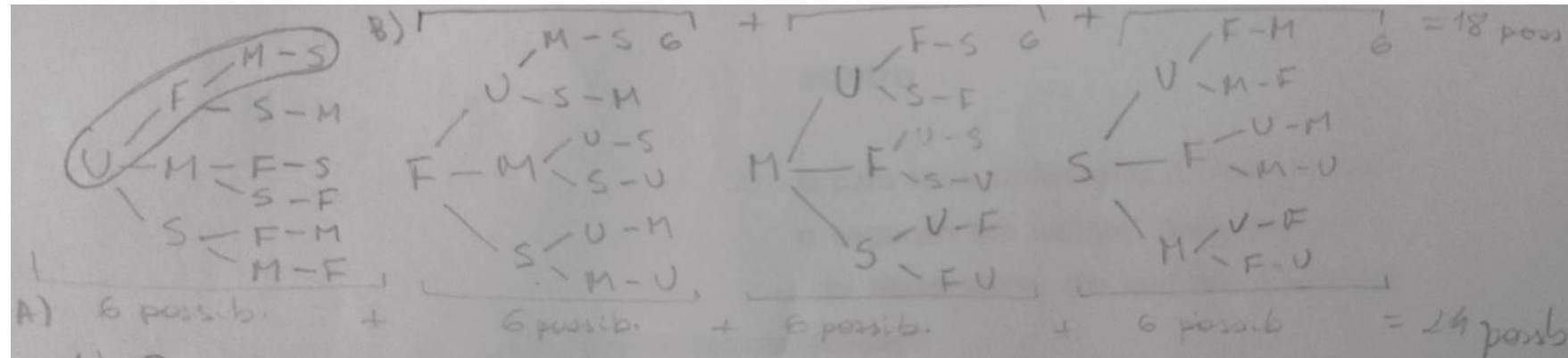
Organização aleatória

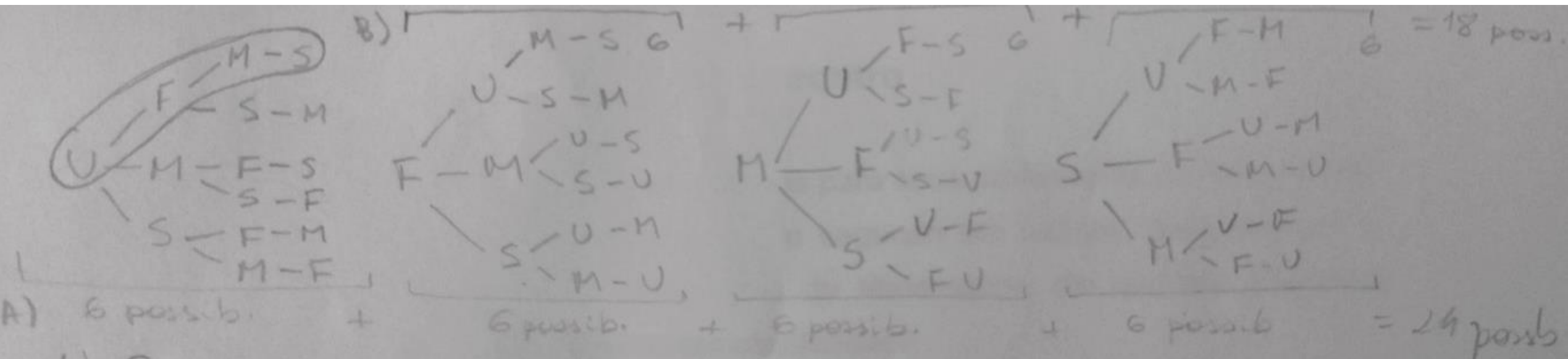
UFMS
 UFSM
 USMF
 UMFS
 UMSF
 FUMS
 FUSM
 FSMU
 F

Organização sistemática

Situação 01:

Quantos anagramas são possíveis de formar com a sigla "UFMS"? E se o anagrama começar com consoante?





**Organização em
árvores**

Vamos analisar alguns situações....

UFMS
UMFS
SFMU
USFM
USMF
UMSF
SFUM
(...)

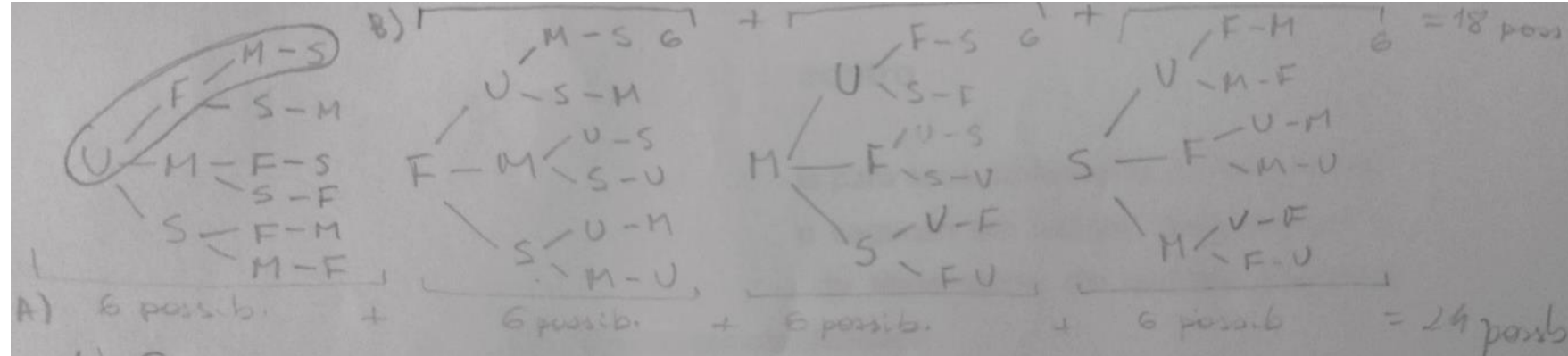
Organização aleatória

UFMS
UFSM
USMF
UMFS
UMSF
FUMS
FUSM
FSMU
F

Organização sistemática

Situação 01:

Quantos anagramas são possíveis de formar com a sigla "UFMS"? E se o anagrama começar com consoante?



Organização em árvores

$$* \frac{4}{1} \cdot \frac{3}{1} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{1}{1} = 24$$

UFMS
UMFS
USFM

Princípio Fundamental da contagem

Situação 02:

A diretoria de um clube é formada por um presidente, um vice-presidente, um secretário. Se **Ana, Bernardo, Carla, Daniel**, se candidataram e sabendo que uma pessoa pode ocupar apenas um desses cargos, de quantas maneiras é possível formar uma diretoria?

Situação 02

E se continuarmos com a mesma situação, porém, mudando apenas o quantitativo de membros....

A diretoria de um clube é formada por um presidente, um vice-presidente, um secretário. Se **26 membros** do clube se candidataram e sabendo que uma pessoa pode ocupar apenas um desses cargos, de quantas maneiras é possível formar uma diretoria?

E agora?

A organização sistemática, ou a organização em árvore é viável?

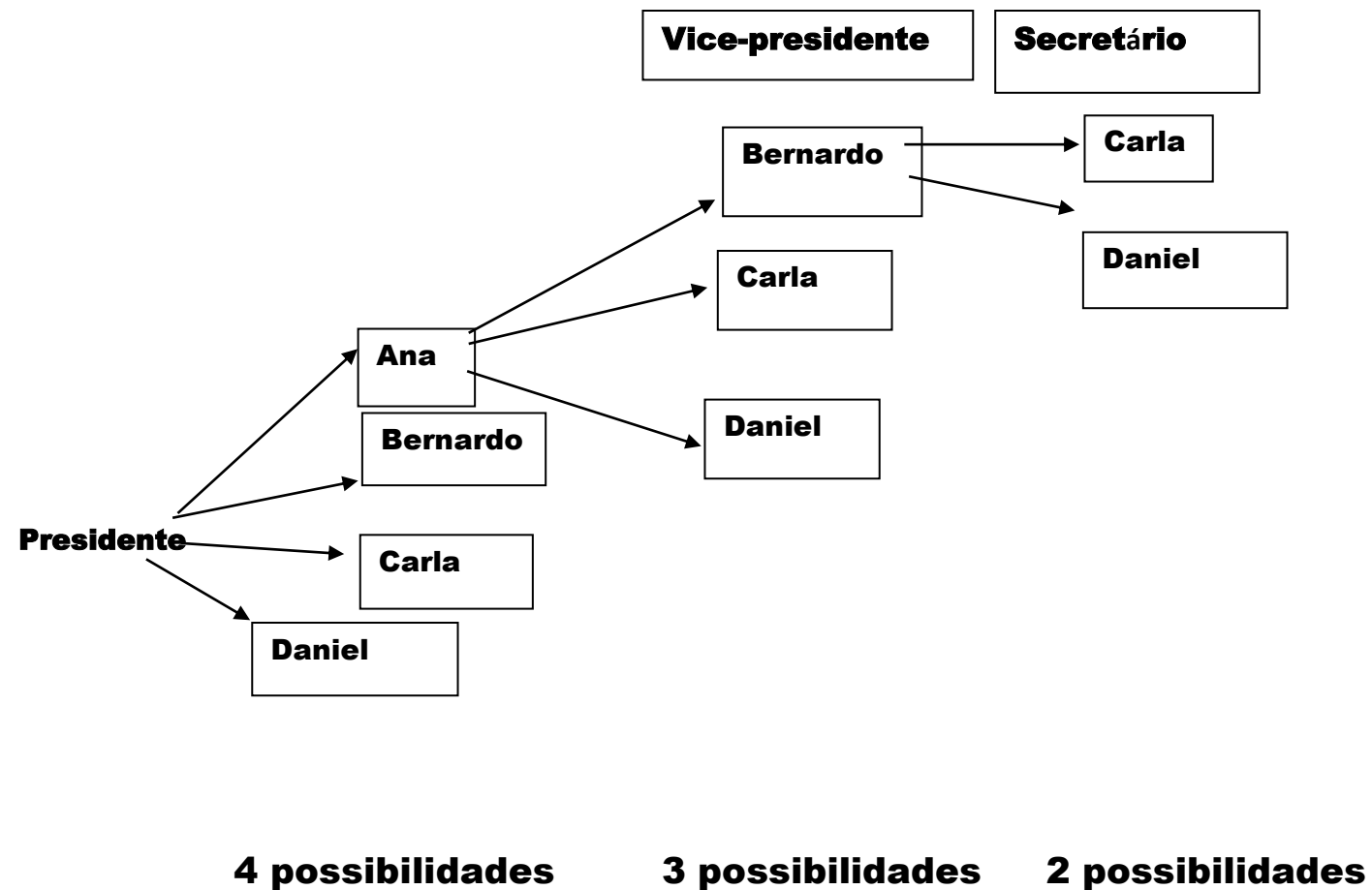
A quantidade de elementos de uma situação influencia na estratégia utilizada

Princípio Fundamental da Contagem

- Se uma decisão d_1 pode ser tomada de a maneiras e se, uma vez tomada a decisão d_1 , a decisão d_2 puder sempre ser tomada de b maneiras, então o número de maneiras de se tomarem as decisões d_1 e d_2 é $a \times b$

Situação 02 – Princípio Fundamental da Contagem

A diretoria de um clube é formada por um presidente, um vice-presidente, um secretário. Se **26 membros** do clube se candidataram e sabendo que uma pessoa pode ocupar apenas um desses cargos, de quantas maneiras é possível formar uma diretoria?

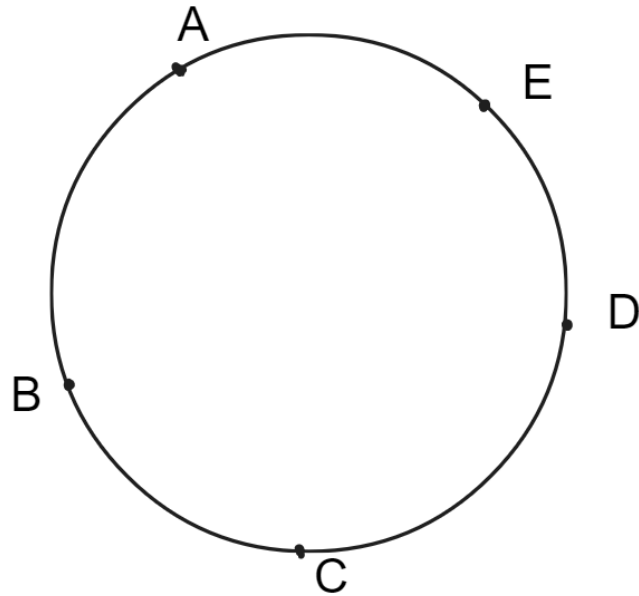


Situação 02:

A diretoria de um clube é formada por um presidente, um vice-presidente, um secretário. Se **Ana, Bernardo, Carla, Daniel**, se candidataram e sabendo que uma pessoa pode ocupar apenas um desses cargos, de quantas maneiras é possível formar uma diretoria?

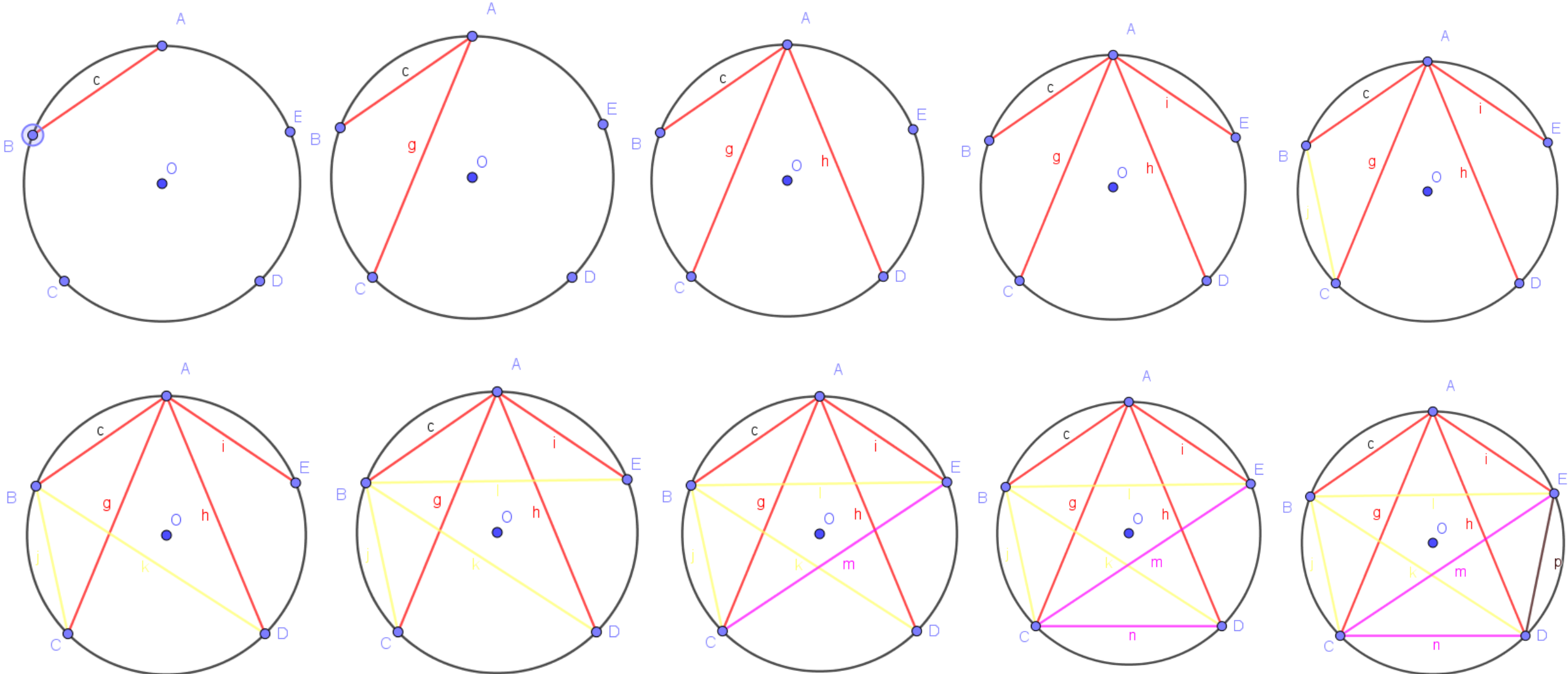
A primeira etapa da formação da diretoria possui 4 possibilidades e a segunda etapa é constituída de 3 possibilidades, e na terceira etapa temos 2 possibilidades, então, existem $4 \times 3 \times 2$ possibilidades.

Situação 03: Dado uma circunferência c , são indicados 5 pontos distintos sobre ela. Quantos segmentos de reta com extremidades em dois desses pontos podem ser traçados?

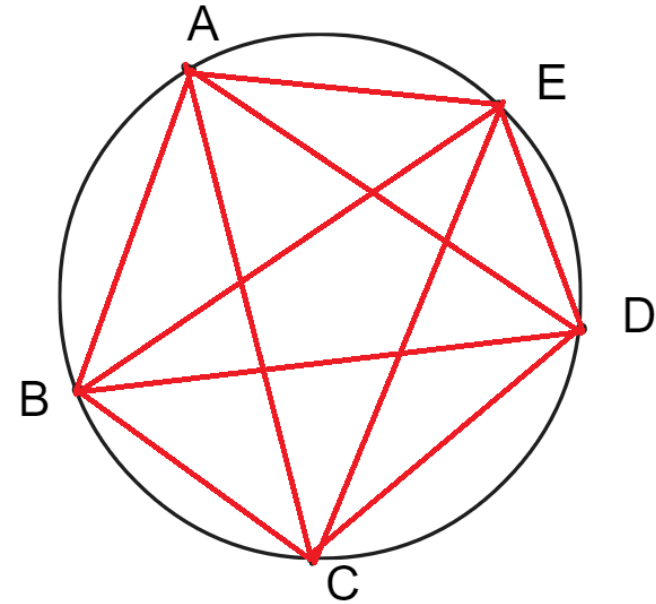
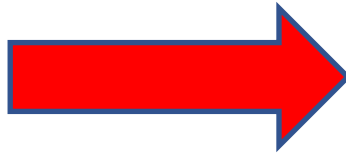
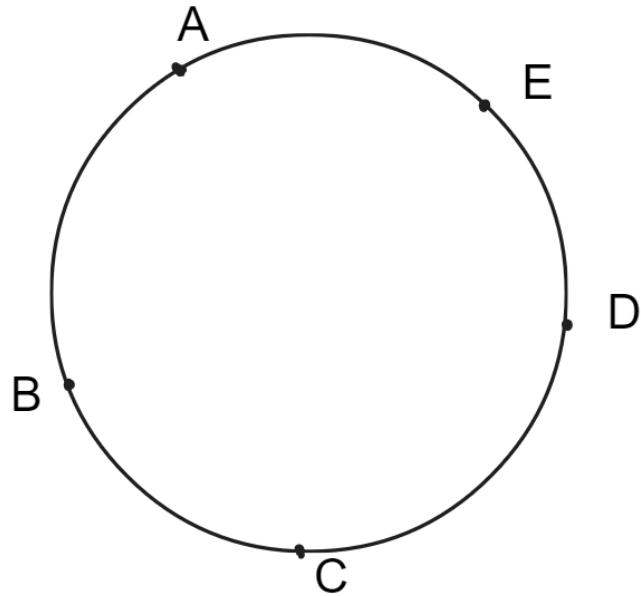


E se resolver utilizando o princípio fundamental da contagem?

Situação 03 – Dado uma circunferência c , são indicados 5 pontos distintos sobre ela. Quantos segmentos de reta com extremidades em dois desses pontos podem ser traçados?



Situação 03 – Dado uma circunferência c , são indicados 5 pontos distintos sobre ela. Quantos segmentos de reta com extremidades em dois desses pontos podem ser traçados?



10 SEGMENTOS DE RETA

Compreendendo as situações

Pessoa e Borba
(2010)

- Utiliza todos os elementos do conjunto; a ordem dos elementos importa.

Permutação

- Não utiliza todos os elementos do conjunto; a ordem dos elementos importa.

Arranjo

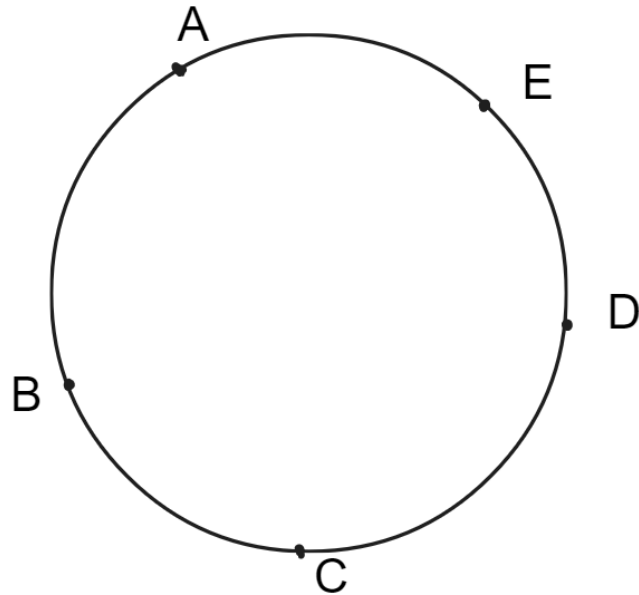
- Pode ou não utilizar todos os elementos do conjunto; a ordem dos elementos NÃO importa.

Combinação

- Utiliza elementos de conjuntos de natureza diferente; forma-se um conjunto de natureza diferente dos conjuntos originais.

Plano Cartesiano

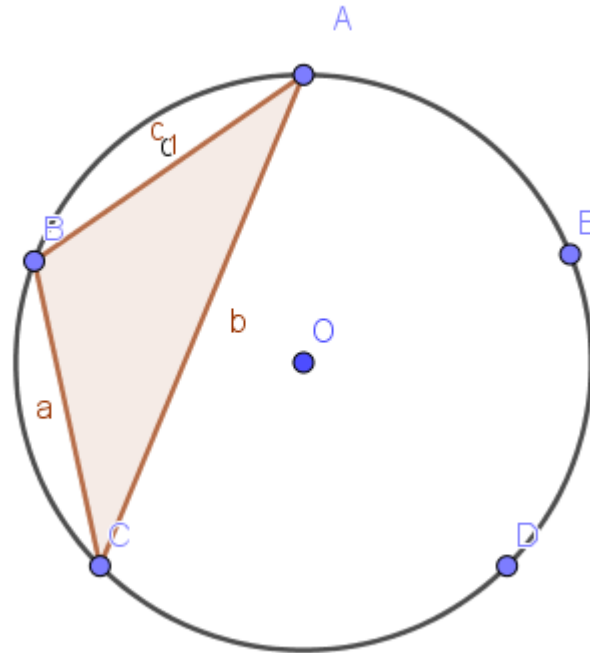
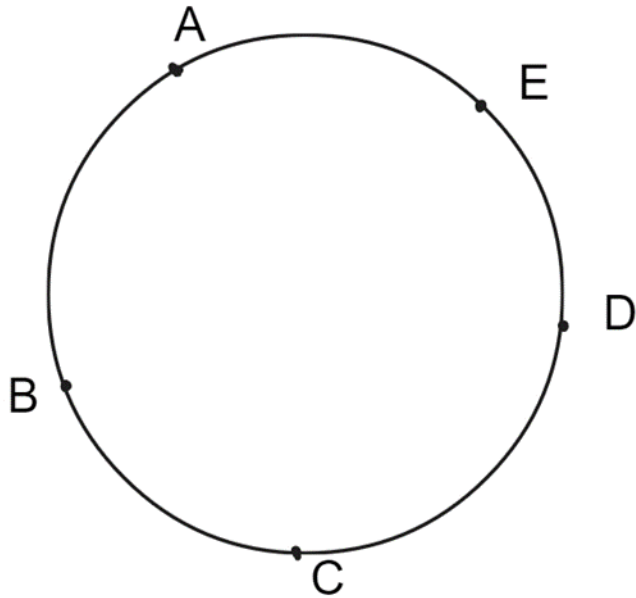
Situação 03: Dado uma circunferência c , são indicados 5 pontos distintos sobre ela. Quantos segmentos de reta com extremidades em dois desses pontos podem ser traçados?



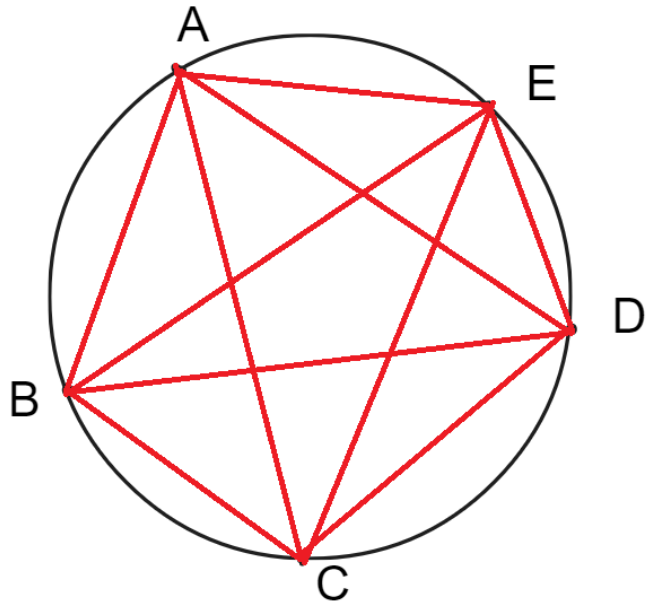
E se resolver utilizando o princípio fundamental da contagem?

$$\frac{5}{1^{\circ} \text{ p.}} \cdot \frac{4}{2^{\circ} \text{ p.}} = 20 \text{ possibilidades?}$$

Situação 4: Dado uma circunferência c , são indicados 5 pontos distintos sobre ela. Quantos triângulos com vértices nesses pontos podem ser traçados?



Situação 4: Dado uma circunferência c , são indicados 5 pontos distintos sobre ela. Quantos triângulos com vértices nesses pontos podem ser traçados?



Resolvendo as situações utilizando as fórmulas

Problema 01:

Quantos anagramas são possíveis de formar com a sigla “UFMS”? E se o anagrama começar com consoante?

Classificação do problema: Permutação

Estratégia 1: Uso de Fórmulas

$$P(4) = 4! \Rightarrow 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24 \text{ anagramas}$$

Estratégia 2: Princípio Fundamental da Contagem

$$\frac{4}{1^{\text{a}}} \cdot \frac{3}{2^{\text{a}}} \cdot \frac{2}{3^{\text{a}}} \cdot \frac{1}{4^{\text{a}}} = 24 \text{ anagramas}$$

letra letra letra letra

Resolvendo as situações utilizando as fórmulas

Problema 02:

A diretoria de um clube é formada por um presidente, um vice-presidente, um secretário. Se 26 membros do clube se candidataram e sabendo que uma pessoa pode ocupar apenas um desses cargos, de quantas maneiras é possível formar uma diretoria?

Classificação do problema: Arranjo

Estratégia 1: Uso de Fórmulas

$$A \binom{26}{3} \Rightarrow \frac{26!}{(26-3)!} \Rightarrow \frac{26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot \cancel{23!}}{\cancel{23!}} \Rightarrow 15.600 \text{ Diretorias}$$

Estratégia 2: Princípio Fundamental da Contagem

$$\frac{26}{\text{Pres.}} \cdot \frac{25}{\text{Vice}} \cdot \frac{24}{\text{Secret.}} = 15.600 \text{ Diretorias}$$

Resolvendo as situações utilizando as fórmulas

Problema 04:

Dado uma circunferência c , são indicados 5 pontos distintos sobre ela. Quantos triângulos com vértices nesses pontos podem ser traçados?

Classificação do problema: Combinação

Estratégia 1: Uso de Fórmulas

$$C\binom{5}{3} = \frac{5!}{3!(5-3)!} \Rightarrow \frac{5 \cdot 4 \cdot \cancel{3!}}{\cancel{3!} \cdot 2!} \Rightarrow \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 10 \text{ triângulos}$$

Estratégia 2: Princípio Fundamental da Contagem

$$\frac{5}{1^\circ \text{ ponto}} \cdot \frac{4}{2^\circ \text{ ponto}} \cdot \frac{3}{3^\circ \text{ ponto}} = 60 \text{ triângulos (com as repetições dos mesmos triângulos)}$$

Desconsiderando os triângulos repetidos

$$\triangle ABC \rightarrow 6 \text{ repetições} \rightarrow \frac{60}{6} = 10 \text{ triângulos}$$

Quant. de repetições

A importância de compreender a classificação das situações

(ENEM 2009) Doze times se inscreveram em um torneio de futebol amador. O jogo de abertura do torneio foi escolhido da seguinte maneira: primeiro foram sorteados 4 times para compor o Grupo A, foram sorteados 2 times para realizar o primeiro jogo de abertura do torneio, sendo que o primeiro deles jogaria em seu próprio campo e o segundo seria no campo do adversário.

Então, a quantidade total de escolhas possíveis para o Grupo A e a quantidade total de escolhas dos times do jogo de abertura pode ser calculada através de:

- a) Uma combinação e um arranjo, respectivamente.
- b) Um arranjo e uma combinação, respectivamente.
- c) Um arranjo e uma permutação, respectivamente.
- d) Duas combinações.
- e) Dois arranjos.

O Princípio Fundamental da Contagem no trabalho com análise combinatória

- Possibilidade de resolução dos problemas sempre utilizando o Princípio Fundamental da Contagem.
- Superação da dificuldade de “decorar” as fórmulas combinatórias, podendo compreendê-las.
- Resolução de problemas combinatórios que contêm restrições.

Três etapas que os alunos devem percorrer no momento de resolver uma situação de combinatória. (Lima, Carvalho, Wagner e Morgado, 2006)

- Postura: Para conseguirmos resolver os problemas, uma estratégia bastante utilizada é se colocar no papel de quem vai realizar a ação solicitada.
- Divisão: Consiste em dividir decisões a serem tomadas por decisões mais simples, formando diversas etapas para a resolução.
- Não adiar dificuldades: Nota-se que o fato de tentar adiar dificuldades em um primeiro instante, no final gera grande problema. Temos que, no momento inicial da resolução, começar pela decisão que tiver restrições.

Analizando o Princípio Fundamental da Contagem em situações com restrição

Situação 05: Com os algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, quantos números com três algarismos distintos são possíveis formar?

Analizando o Princípio Fundamental da Contagem em situações com restrição

Situação 06: Quantos números ímpares com 3 algarismos distintos é possível formar utilizando os algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7?

Analizando o Princípio Fundamental da Contagem em situações com restrição

Situação 07: Quantos números pares com 3 algarismos distintos é possível formar utilizando os algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7?

Referências

LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto de; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto César de Oliveira. A matemática do ensino médio – volume 2. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

LIMA, Renan Gustavo Araújo de. Problemas de combinatória: um estudo de conhecimentos mobilizados por licenciandos em Matemática. 2015. 198 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2015.

PESSOA, Cristiane Azevedo dos Santos; BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa. O desenvolvimento do raciocínio combinatório na escolarização básica. In: EM TEIA - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, vol. 1, n. 1, 2010.

Oficinas on-line: diálogos sobre propostas didáticas em Matemática

Oficina 04

**Estatística para além das técnicas:
algumas propostas para o desenvolvimento
do pensamento, letramento
e raciocínio estatístico**

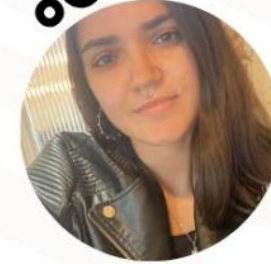
Afinal de contas,
precisa mesmo
contextualizar com o
dia a dia?



Prof. Me. Douglas de Souza

Dia 25/05/2023
18 horas (horário de MS)

Canal DDMat



Profa. Me. Janielly Verbisck

Mais informações: <https://linktr.ee/ddmat>
<https://grupoddmat.pro.br>



SCAN ME

Realização:



Apoio:

