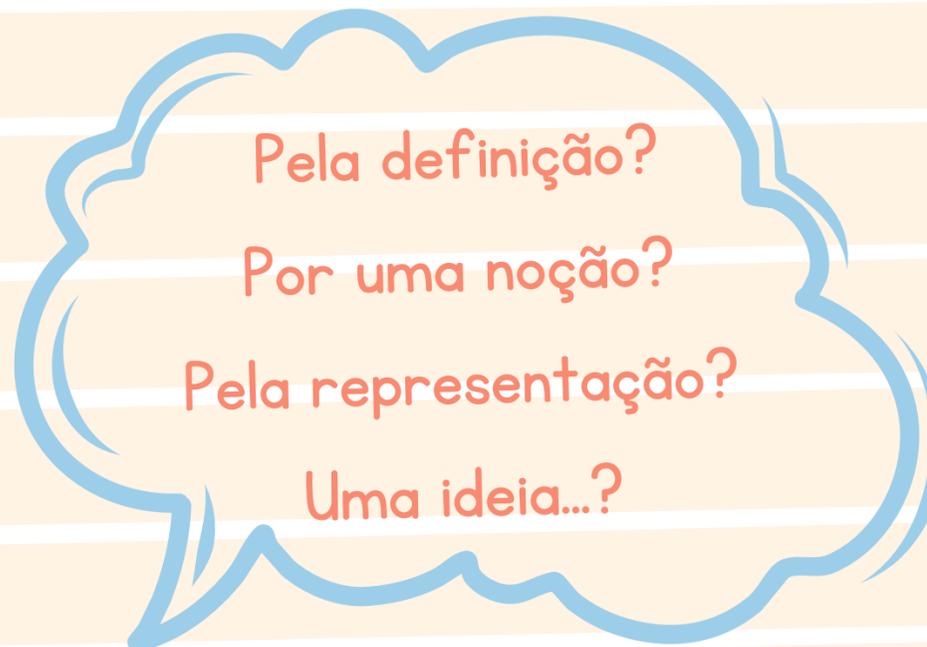




Oficina 05 - DDMat

Introdução ao estudo de funções



Prof.ª. Dra. Sônia Burigato



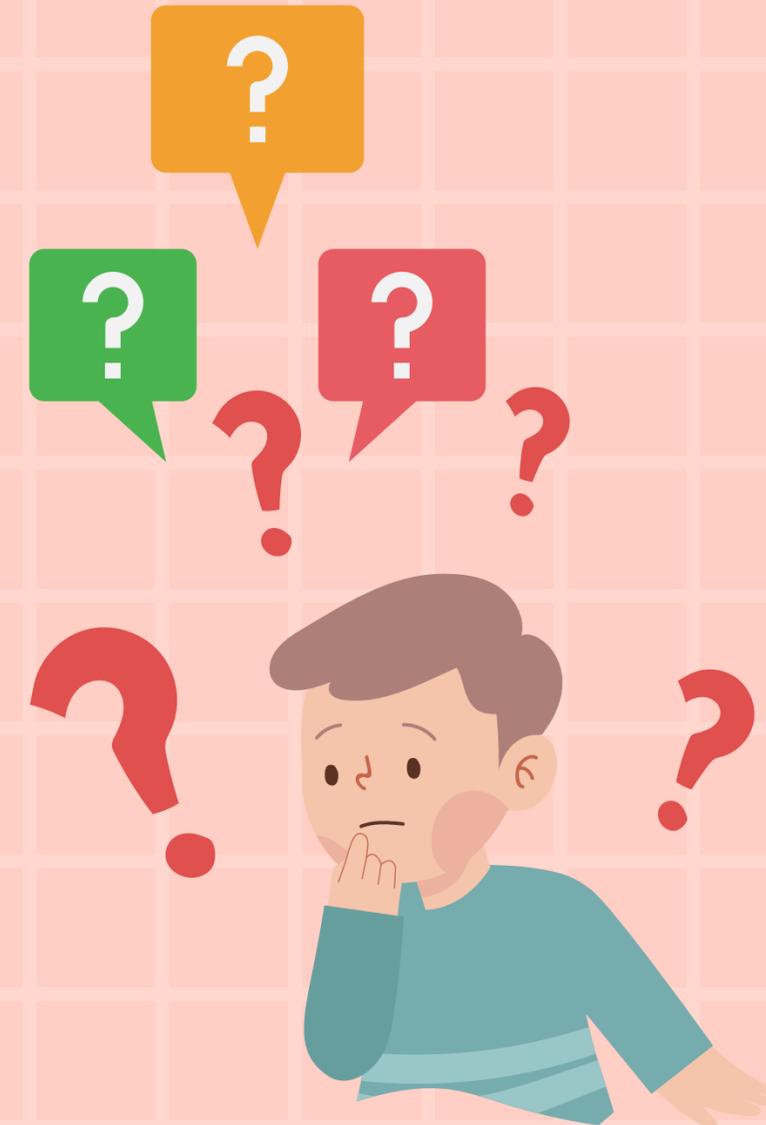
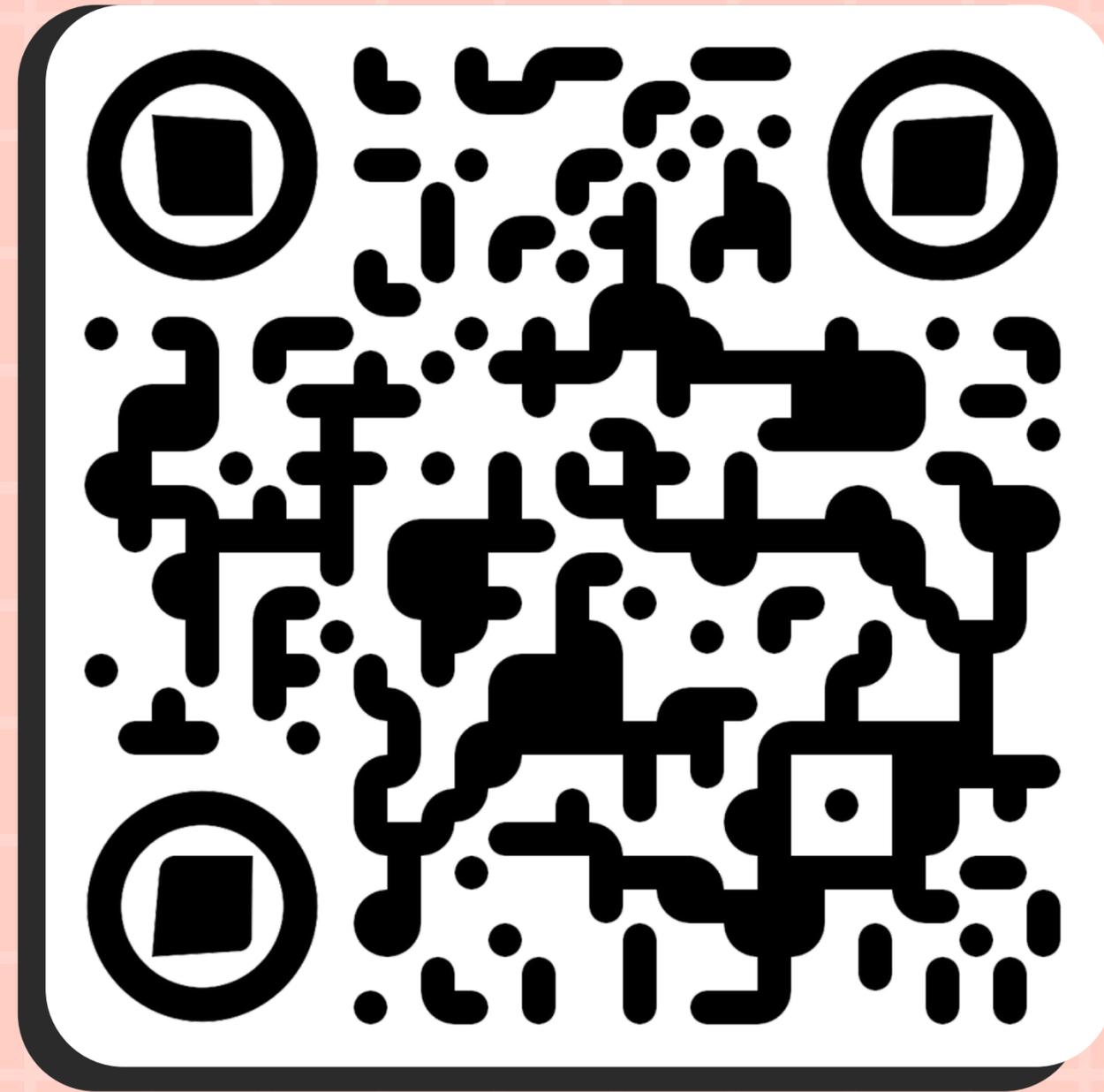
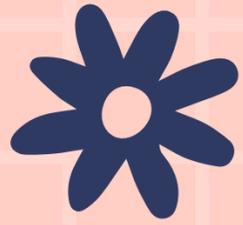
Prof. Me. Douglas Souza





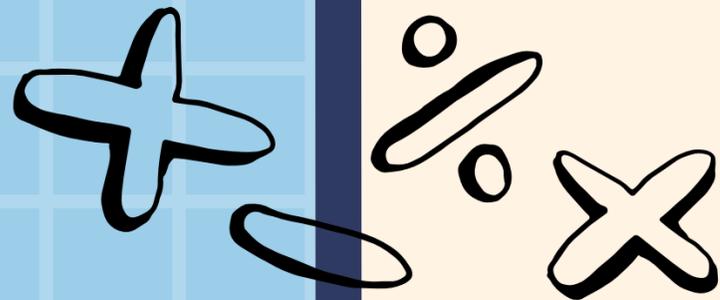
O que é uma
função?





<https://www.menti.com/alhn5blv7jpz>

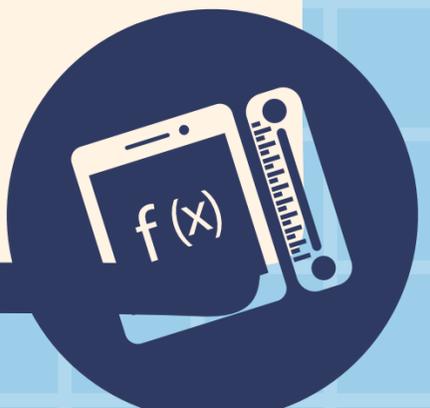
O que a BNCC sugere?



(EF06MAI4) Reconhecer que a **relação de igualdade** matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.

(EF07MAI3) Compreender a **ideia de variável**, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da **ideia de incógnita**.

(BRASIL, 2017, p. 303)



O que a
BNCC
sugere?

(EF06MAI4) Reconhecer que a **relação de igualdade** matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.

(BRASIL, 2017, p. 303)



O que a
BNCC
sugere e
exemplos

(EF07MAI3) Compreender a **ideia de variável**, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da **ideia de incógnita**.

- a) A sequência dos números naturais pares é $(0, 2, 4, 6, \dots)$. Podemos representar um termo qualquer dessa sequência numérica por: $a_n = 2 \cdot (n - 1)$ ou, ainda, $a_n = 2n - 2$
- b) A sequência dos números naturais positivos múltiplos de 5 é $(5, 10, 15, 20, \dots)$. Podemos representar um termo qualquer dessa sequência numérica por: $a_n = 5n$

Para pensar

A letra n nas expressões algébricas ao lado é variável ou incógnita? Por quê?

Variável. Espera-se que os alunos justifiquem sua resposta dizendo que n pode assumir diferentes valores.

(BRASIL, 2017, p. 303)



O que a
BNCC
sugere?

(EF09MA06) Compreender as funções como **relações de dependência unívoca entre duas variáveis** e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis

VEJAMOS UM EXEMPLO

(BRASIL, 2017, p. 317)



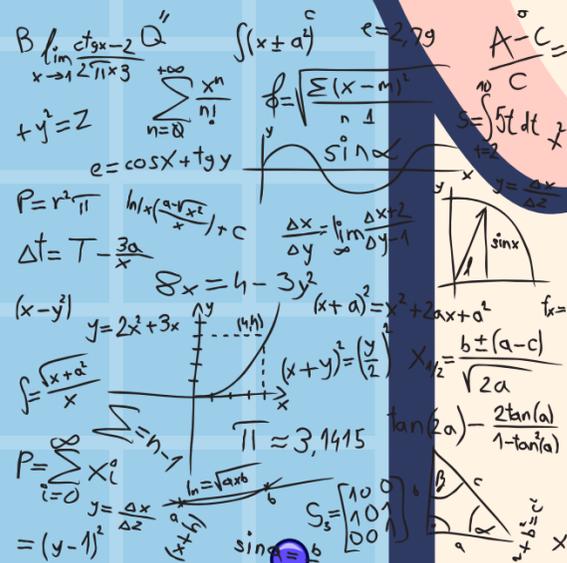
O que a BNCC sugere e exemplos

Imagine, agora um robô para realizar sempre a mesma operação: quando um número real qualquer é inserido como entrada, ele devolve, como saída, o resultado correspondente. O robô ao lado, por exemplo, adiciona 3 a qualquer número real que entra nele. Observe no quadro a seguir o resultado de algumas operações feitas pelo robô.

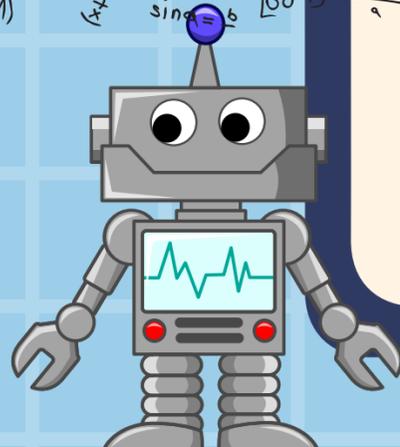
Número inserido no robô: (x)	-3	-2	-1,5	0	$\frac{1}{2}$	1
Resultado correspondente: $f(x)$	0	1	1,5	3	$\frac{7}{2}$	4

A lei da função que relaciona os valores do quadro é $f(x) = x + 3$. Assim, para determinar $f(\sqrt{2})$, substituímos x por $\sqrt{2}$ na lei da função:

$$f(\sqrt{2}) = \sqrt{2} + 3$$



0



3



O que a
BNCC
sugere e
exemplos

A variável dependente de uma função
sempre pode ser qualquer número
real? Por quê? .



O que a BNCC sugere e exemplos

(EF09MA07) Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como **velocidade** e densidade demográfica.

Situação 1

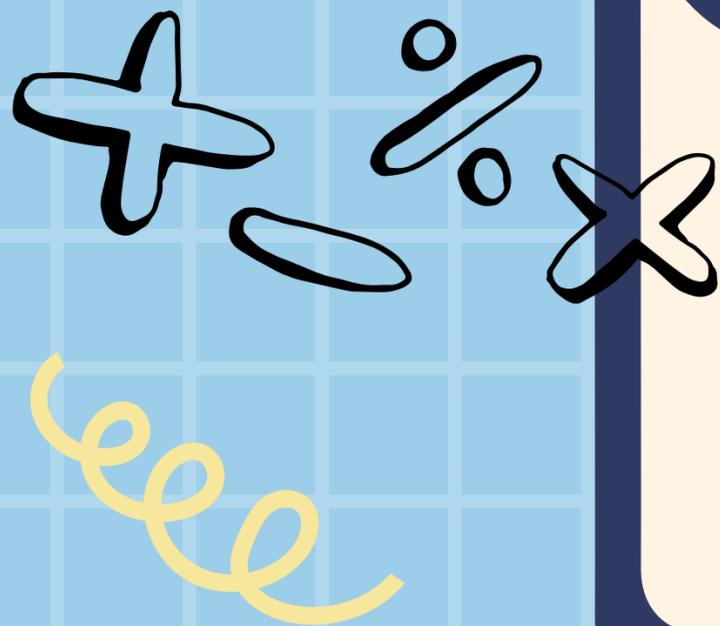
A distância d , em quilômetro, que um automóvel percorre é dada em função do tempo t , em hora. Veja no quadro abaixo como a distância (d) varia com o tempo (t).

t (em hora)	1	2	3	4	5
d (em quilômetro)	60	120	180	240	300

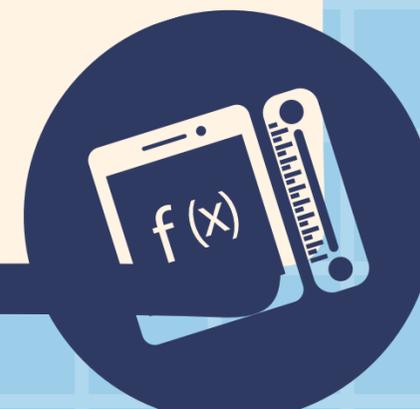
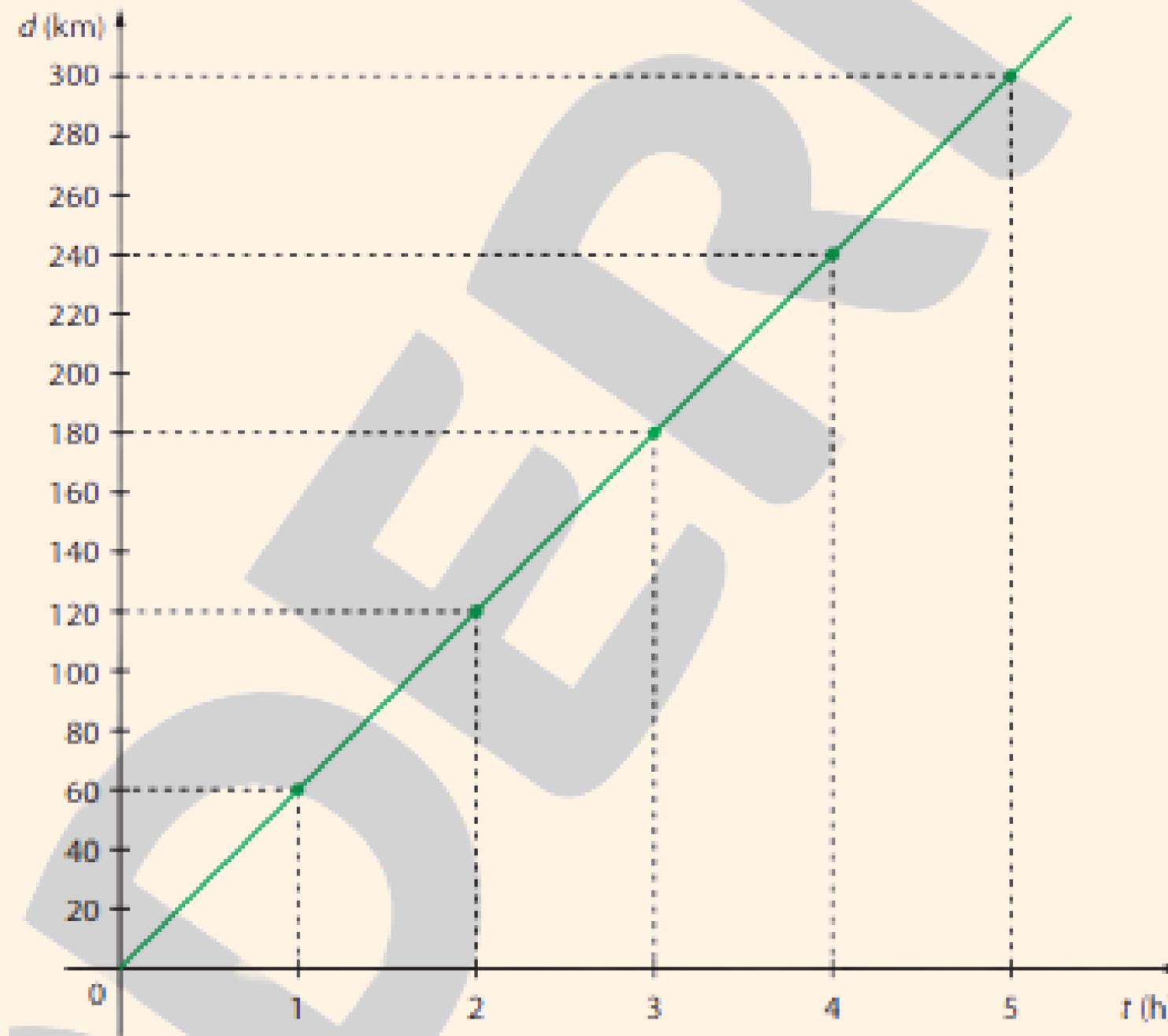
(BRASIL, 2017, p. 317)



O que a
BNCC
sugere e
exemplos



(EF09MA07)



O que os PCN falam?

[...] a partir da generalização de padrões, bem como o estudo da variação de grandezas possibilita a exploração da **noção de função** nos **terceiro e quarto** ciclos. Entretanto, a **abordagem formal** desse conceito deverá ser objeto de estudo do **ensino médio**.

No trabalho do quarto ciclo, destaca que é fundamental que os estudantes **compreendam conceitos como o de variável** e de função para o trabalho com a álgebra

(BRASIL, 1998, p. 51)



O que os PCN falam?

O aluno poderá desenvolver essa noção ao analisar a natureza da **interdependência de duas grandezas** em situações-problema em que elas sejam diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não-proporcionais (função afim ou quadrática). Essas situações são oportunas para que se expresse a variação por meio de uma **sentença algébrica**, representando-a no plano cartesiano.

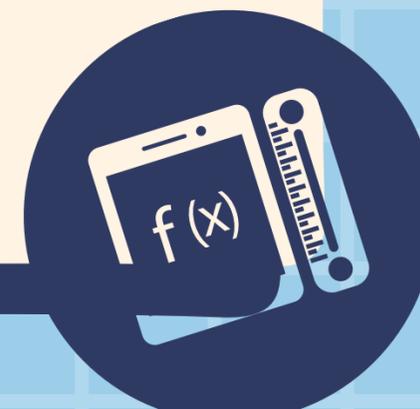
(BRASIL, 1998, p. 84,85)



O que os PCN falam?

Além disso, **situações-problema** sobre variações de grandezas fornecem excelentes contextos para desenvolver a noção de função nos terceiro e quarto ciclos. Os alunos podem, **por exemplo**, estabelecer como varia o perímetro (ou a área) de um quadrado, em função da medida de seu lado; determinar a expressão algébrica que representa a variação, assim como esboçar o gráfico cartesiano que representa essa variação.

(BRASIL, 1998, p. 84,85)



Ideia de uma função



Analisar como as grandezas se relacionam é uma prática necessária em diversas situações cotidianas. Veja o exemplo a seguir.

Uma máquina de embalar alimentos produz 50 pacotes a cada minuto de funcionamento. Observe no quadro abaixo a quantidade de pacotes que essa máquina produz, de acordo com o tempo de operação.

(ARARIBÁ MAIS, 2018, p. 202)



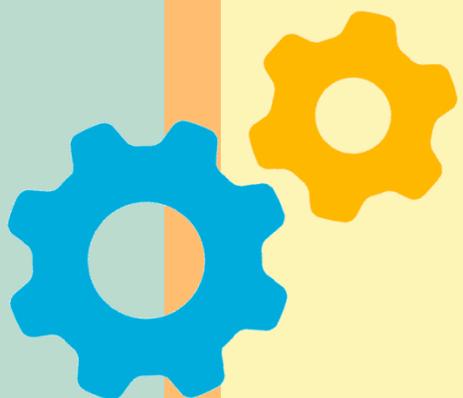


Produção da máquina de embalar alimentos						
Tempo (em minuto)	1	2	3	4	5	6
Quantidade de pacotes	50	100	150	200	250	300

Nessa situação, é estabelecida uma relação entre duas grandezas: a quantidade de pacotes embalados e o tempo de funcionamento da máquina.

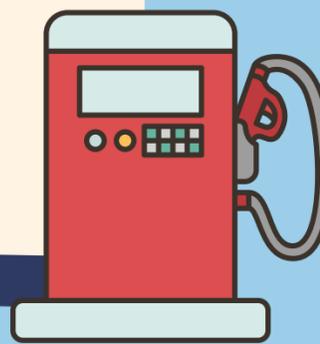


Note que cada tempo de funcionamento da máquina determina uma quantidade de pacotes embalados. Quando há correspondência entre duas grandezas e para cada medida da primeira grandeza corresponde apenas uma medida da segunda, dizemos que a segunda grandeza é função da primeira. Assim, a quantidade de pacotes embalados é dada em função do tempo de funcionamento da máquina.



Outras situações

- O valor da arrecadação de uma bilheteria de cinema é dado em função da quantidade de ingressos vendidos.
- O gasto com combustível é calculado em função do número de litros colocados no tanque do automóvel.





Outro exemplo



A empresa de TV a cabo Cab cobra de seus assinantes uma mensalidade de R\$ 95,00 e mais R\$ 5,00 por programa extra comprado. Desse modo, o valor a ser pago (preço) no final de cada mês depende do número de programas comprados pelo assinante.





Como resolver?

$$y = 95 + 5x$$

Número de programas extras	Preço (em real)
0	95
1	$95 + 1 \cdot 5$
2	$95 + 2 \cdot 5$
3	$95 + 3 \cdot 5$
4	$95 + 4 \cdot 5$





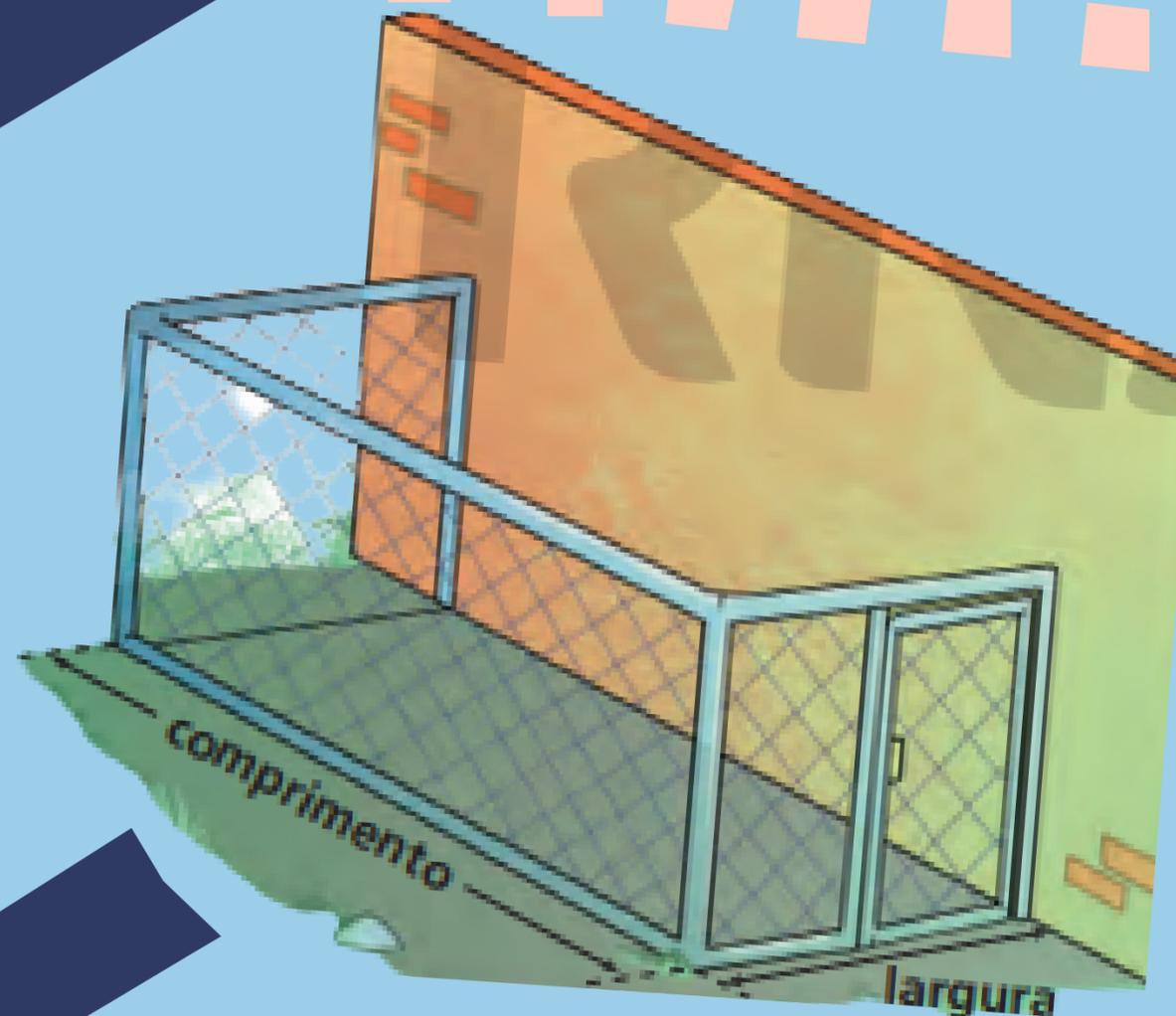
Dizemos que a grandeza y é função da grandeza x se há entre elas uma correspondência tal que, para cada valor de x , exista um único valor de y .



José tem um sítio e pratica agricultura de subsistência. Como viviam soltas, suas galinhas comiam as verduras da horta; então, ele resolveu construir um galinheiro retangular com os 16 metros de tela que comprou e, para isso, aproveitou um muro já existente como um dos lados.

Observe que a soma de duas larguras com um comprimento resulta em 16 metros. Assim, se José construir um galinheiro de 3m de largura, o comprimento terá 10 m.

$$16 - 2 * 3 = 10, \text{ pois } 2 * 3 + 10 = 16$$

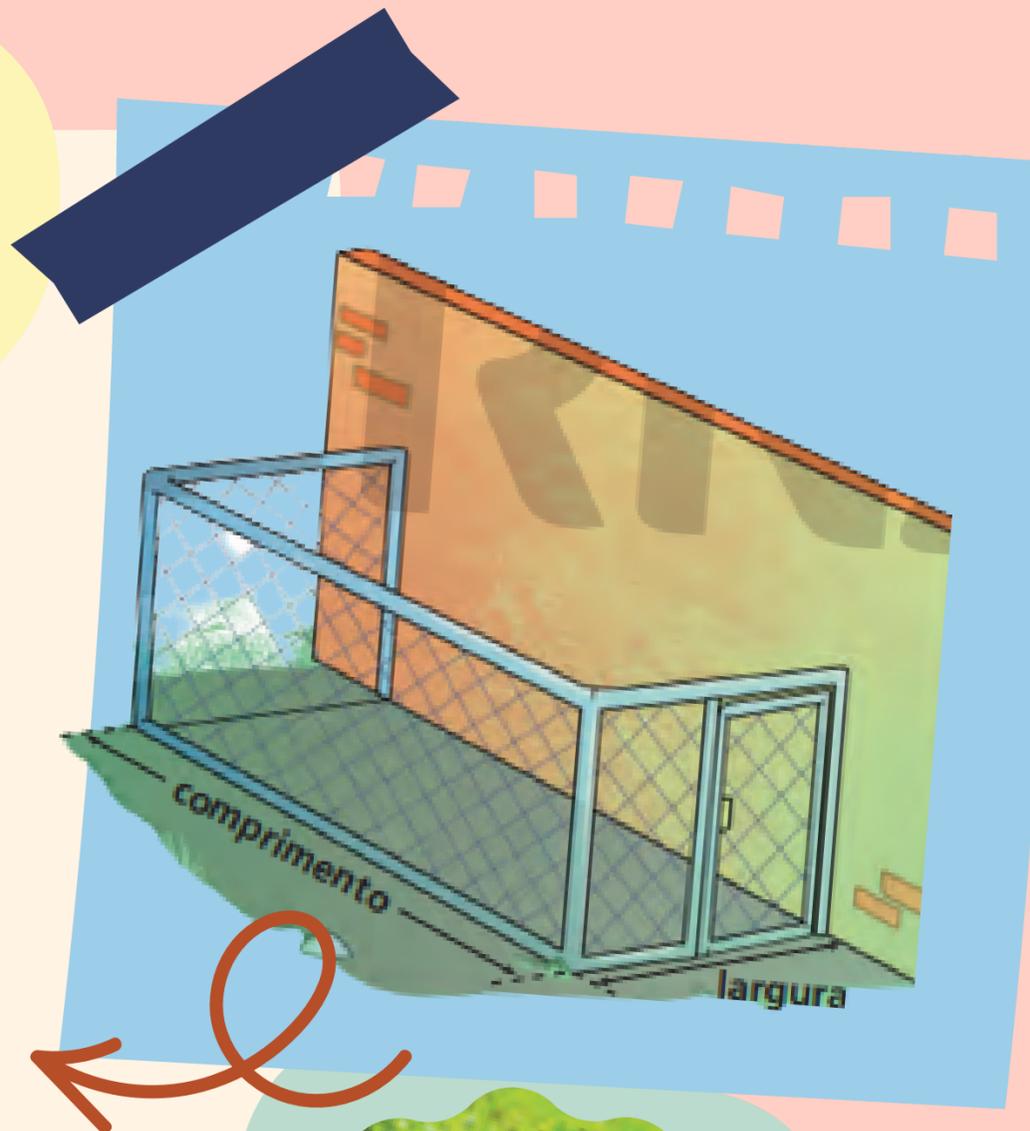




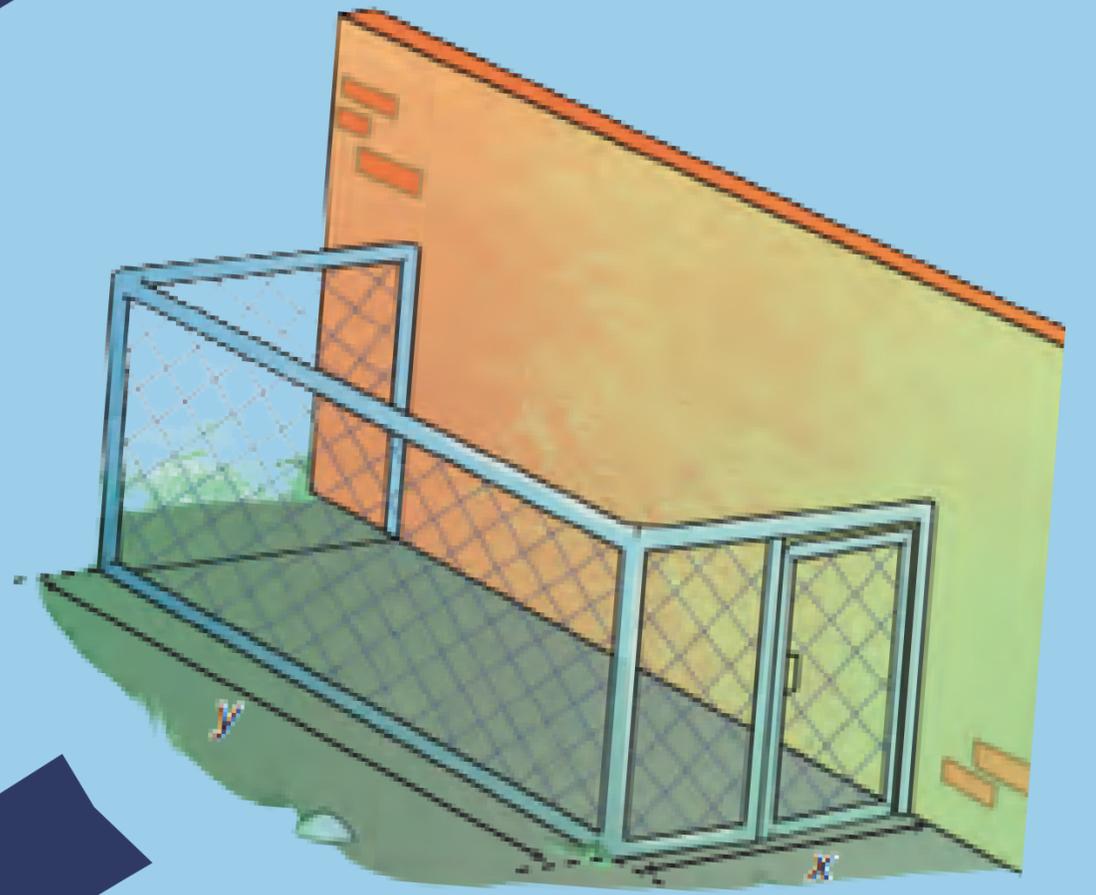
Como resolver?

Largura (em metro)	Comprimento (em metro)
1	$16 - 2 \cdot 1 = 14$
2	$16 - 2 \cdot 2 = 12$
3,5	$16 - 2 \cdot 3,5 = 9$
5	$16 - 2 \cdot 5 = 6$
6,4	$16 - 2 \cdot 6,4 = 3,2$

$$y = 16 - 2x$$



José tem um sítio e pratica agricultura de subsistência. Como viviam soltas, suas galinhas comiam as verduras da horta; então, ele resolveu construir um galinheiro retangular com os 16 metros de tela que comprou e, para isso, aproveitou um muro já existente como um dos lados.





Como resolver?

Podemos representar essa situação com expressões algébricas:

(I) a área do galinheiro: $A = x * y$

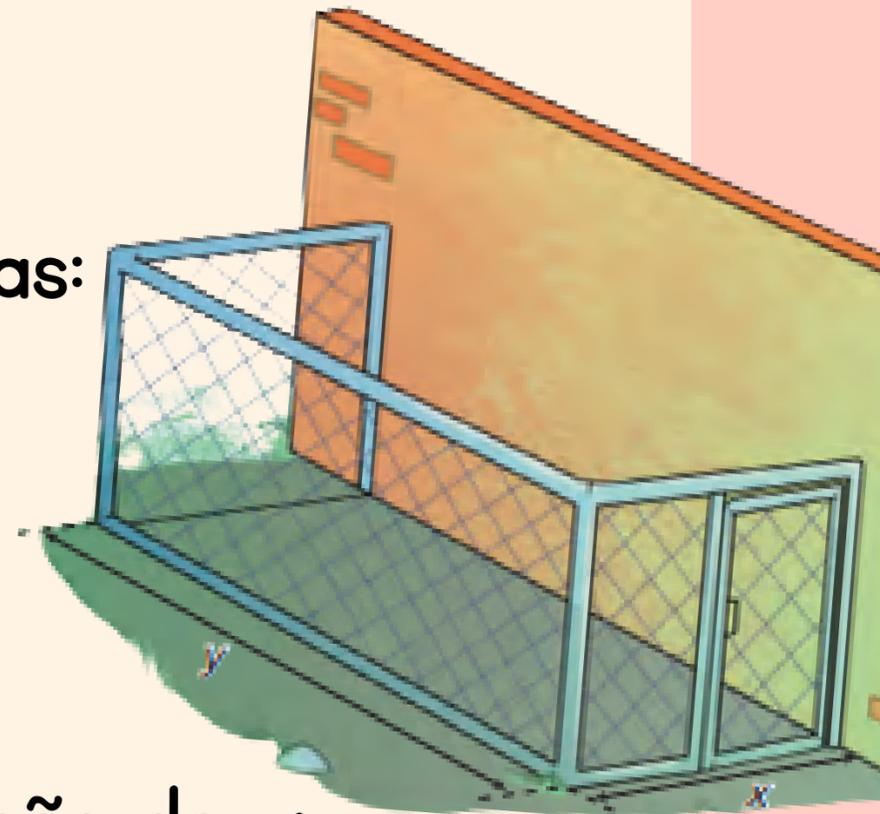
(II) o comprimento da tela: $y + 2x = 16$

Vamos isolar y no primeiro membro de (II):

$$y = 16 - 2x$$

Substituindo o valor de y em (I), temos a lei da área em função de x :

$$A(x) = -2x + 16x$$





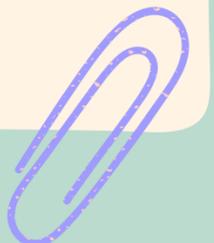
Algumas questões



x	y	$A = x \cdot y$	$A(x) = -2x^2 + 16x$

Para que valor de x a área é máxima? Qual é essa área?

E se o Seu José não tivesse o muro? Quais valores x e y assumiriam? Qual seria a área máxima?



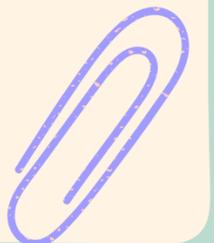


Vamos pensar



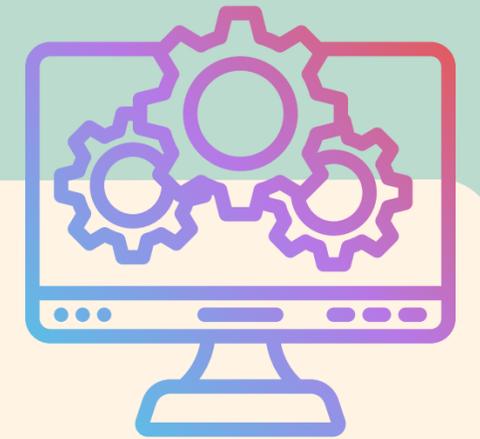
Para que valor de x a área é máxima? Qual é essa área?

x	y	$A = x \cdot y$	$A(x) = -2x^2 + 16x$
1	14	14	14
2	12	24	24
3	10	30	30
3,9	8,2	31,98	31,98
4	8	32	32
4,1	7,8	31,98	31,98
5	6	30	30
6	4	24	24
7	2	14	14
8	0	0	0



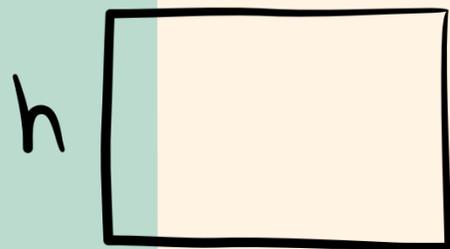


Vamos pensar

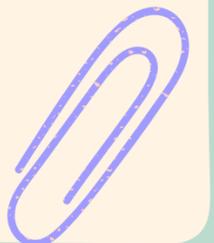


Para que valor de x a área é máxima? Qual é essa área?

E se o Seu José não tivesse o muro? Quais valores x e y assumiriam? Qual seria a área máxima?

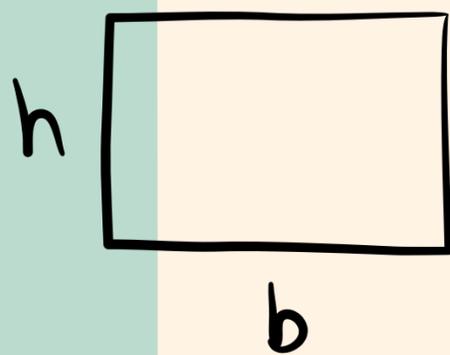


$$A = bh$$

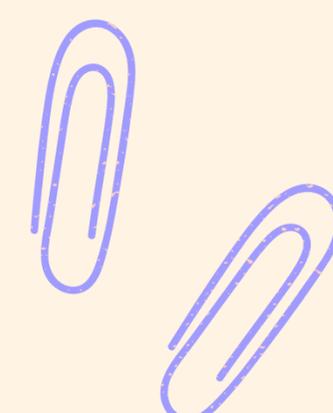
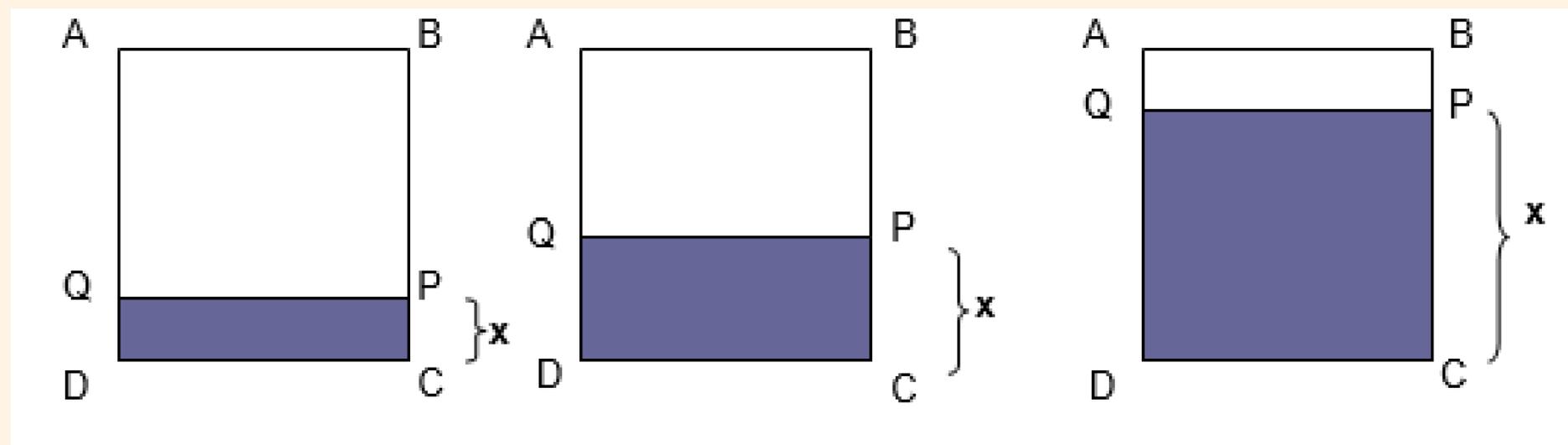


Uma Proposta

No quadrado ABCD, com lados de 5 cm, o ponto P se movimenta sobre o lado BC, sem atingir suas extremidades. Considere então um retângulo móvel QPDC. Sua área y (cm²) depende de x , medida de PC (em cm).



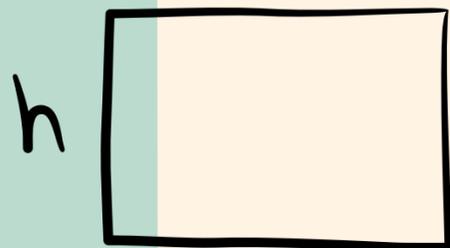
$$A = bh$$



Uma Proposta

Atribuindo a x os valores 1, 2, 3 e 4, quais são os correspondentes valores de y ? Qual é a expressão que dá y a partir de x ? Solicite aos alunos que organizem os dados, preenchendo tabelas do tipo:

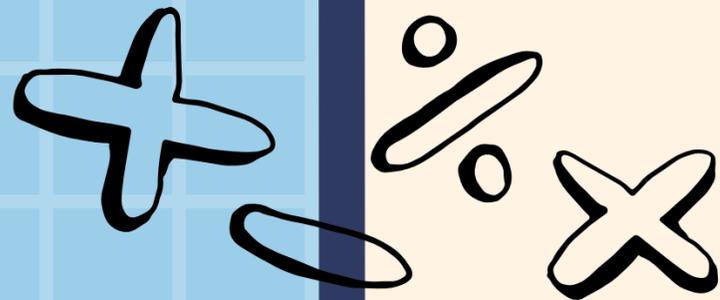
x (cm)	1	2	3	4	X
Área (cm ²)					
Perímetro (cm)					



$$A = bh$$

Cuidados ao propor situações

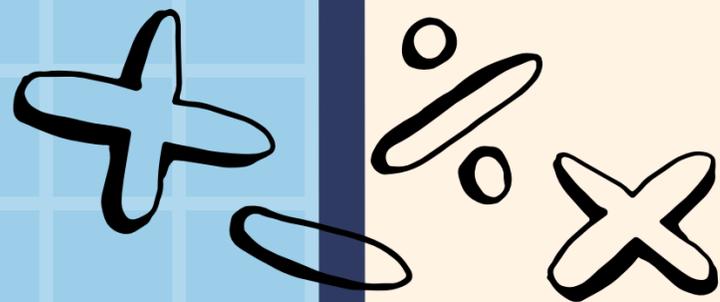
- ✦ Cada aluno da turma com a sua mãe;
- ✦ Cada apartamento de um condomínio com a vaga na garagem;
- ✦ Ênfase no uso de diagramas de flechas (Limita uma visão mais abrangente do conceito, além de restringir o domínio a um conjunto finito);
- ✦ Toda mulher tem um marido.



Pontos Importantes

Tratar com situações

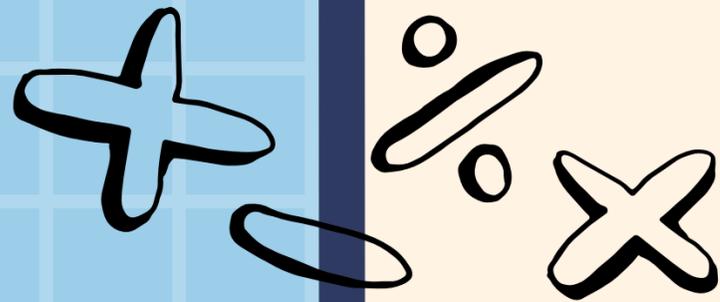
- ✦ Cada aluno da turma com a sua mãe;
- ✦ Cada apartamento de um condomínio com a vaga na garagem;
- ✦ Ênfase no uso de diagramas de flechas (Limita uma visão mais abrangente do conceito, além de restringir o domínio a um conjunto finito);
- ✦ Toda mulher tem um marido.



Pontos Importantes

Diversidades de Representações

- ✦ Diagrama;
- ✦ Gráfico;
- ✦ Linguagem Algébrica;
- ✦ Linguagem Natural;
- ✦ Tabelas...





Próxima Oficina?

GEOMETRIA

03/11/2022

Professora Dr^a Cíntia Melo dos Santos - UFGD
Professora Dr^a Suzilene Garcia - UFMS





@ddmatufms



grupoddmatt



DDMat



http://

<https://grupoddmatt.pro.br/>



grupoddmatt@gmail.com

DDMat nas redes

Já segue a gente?



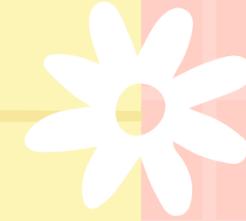
Referências

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular - Educação é a base. Brasília: Ministério da Educação, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wpcontent/uploads/2018/06/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 03 jul. 2018.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais : Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998.

NASSER, L.; SOUZA, G. A.; TORRACA, M. A. A. Mobilizações Didáticas para Aprendizagem do Conceito de Função. In: FONSECA, L. (org), Didática do Cálculo: Epistemologia, Ensino e Aprendizagem. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.





Agradecemos sua atenção!

Você tem perguntas
para a gente?