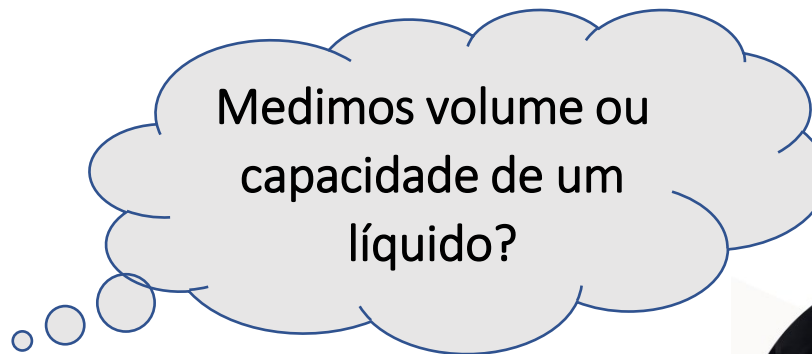


DDMat

Grupo de Estudos em
Didática da Matemática

Oficinas on-line: diálogos sobre propostas didáticas em Matemática



OFICINA 02:

Relações e confusões entre volume e capacidade



Prof. Dr. Alexandre Barros

Profa. Me. Katy Wellen Leão



UNIVERSIDADE
FEDERAL DE
MATO GROSSO DO SUL



Conselho Nacional de Desenvolvimento
Científico e Tecnológico



UNIVERSIDADE
FEDERAL RURAL
DE PERNAMBUCO

CODAI

COLÉGIO AGRÍCOLA
DOM AGOSTINHO IKAS DA UFRPE

Conceituando

O QUE DANADO É UMA GRANDEZA?



Exemplos que representam grandezas

- 8 mg
- 10 Comprimidos
- 2,29 (valor em reais)
- 400mg
- 405m²
- 1l (um litro)

Exemplos de grandezas:

- Grama (peso)
- Volume
- Quantidade
- Valor monetário
- Capacidade
- Área
- Comprimento
- Abertura de ângulo



RETOMANDO...

- Grandezas Geométricas: comprimento, área, abertura de ângulo, volume;
- Grandezas Físicas: velocidade, aceleração, força;
- Grandezas Químicas: massa molecular, massa molar, Mol;

Então, o que são grandezas?

São características (atributos) associadas a objetos ou fenômenos. Podem ser medidas. Em muitas situações necessitamos de instrumentos de medição e de unidade de medida.

Exemplo: como saber o comprimento de um lápis?

Resposta: posso utilizar uma régua (instrumento de medida) a resposta pode ser 2,5 cm (centímetro é a unidade de medida)



O quanto
ocupa de
espaço

**E O QUE É O
VOLUME?**

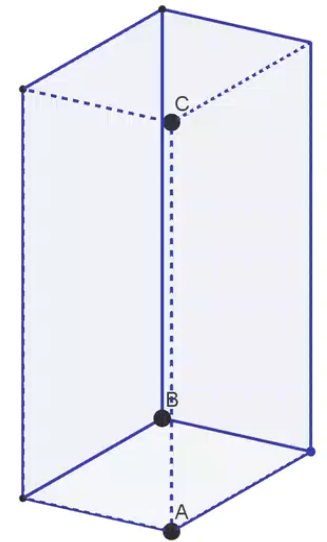
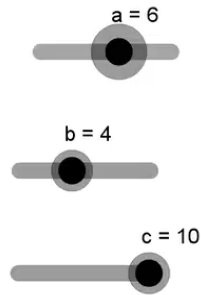
**ONDE ENTRA A
CAPACIDADE?**

O quanto
cabe
dentro



E no ensino?

- Por que ensinar volume? Por que ensinar capacidade?
 - Utilização no dia a dia
 - Estrutura multiplicativa com variáveis independentes
- Quais preocupações os professores têm quando o assunto é ensinar volume?
 - Tridimensionalidade
 - Confundir com procedimentos de cálculo de área ou perímetro



volume: 240 unidades de medida

Situações que dão sentido aos conceitos

1. Medir

- Contagem de blocos
- Uso de fórmula
- Imersão/vazão

2. Comparar

- Experimentação concreta
- Contagem/cálculo

3. Produzir

- Resposta única ou não

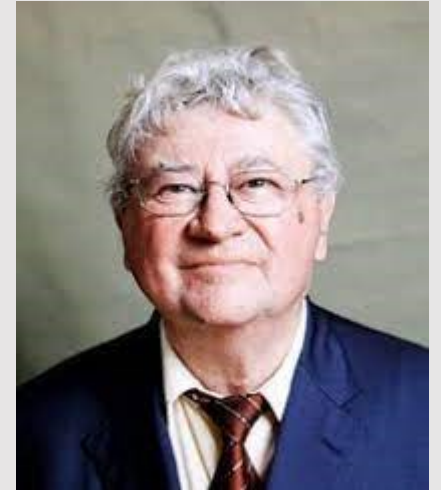
4. Estimar

- Com ou sem experimentação concreta

5. Mudar unidades de medida

- Volume-volume
- Capacidade-capacidade
- Volume-capacidade

6. Relacionar volume e capacidade



Gérard Vergnaud
(1933-2021)

O que a BNCC diz?

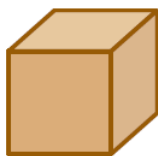
- “a Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume...” p. 272
- “A expectativa é que os alunos reconheçam que **medir é comparar uma grandeza com uma unidade e expressar o resultado da comparação por meio de um número**. [...] resolver problemas oriundos de situações cotidianas que envolvem grandezas como [...] e **capacidade e volume** (de sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, recorrendo, quando necessário, a transformações entre unidades de medida padronizadas mais usuais. (BNCC, anos iniciais, p. 273)

O que a BNCC diz?

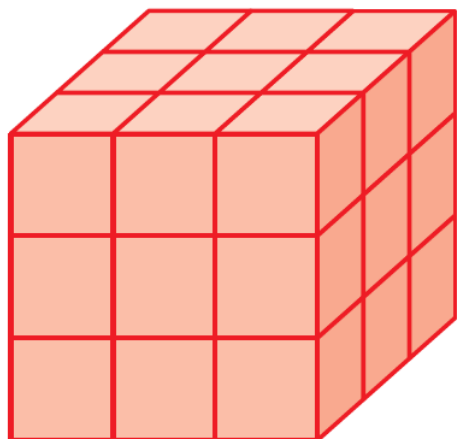
- “propor o estudo das medidas e das relações entre elas – ou seja, das relações métricas –, favorece a integração da Matemática a outras áreas de conhecimento.” p. 273
- “A expectativa é a de que os alunos reconheçam comprimento, área, volume e abertura de ângulo como grandezas associadas a figuras geométricas [...] estabeleçam e utilizem relações entre essas grandezas [...] para estudar grandezas derivadas como densidade, velocidade, energia, potência, entre outras. Nessa fase da escolaridade, os alunos devem determinar expressões de cálculo [...] de volumes de prismas e de cilindros” (BNCC, anos finais, p. 273)

ANO	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
6º	Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume	<i>(EF06MA24)</i> Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.
7º	Cálculo de volume de blocos retangulares, utilizando unidades de medida convencionais mais usuais	<i>(EF07MA30)</i> Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares , envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico).

12 ▶ Considere o cubo como unidade de medida de volume e calcule a medida de volume de cada empilhamento.

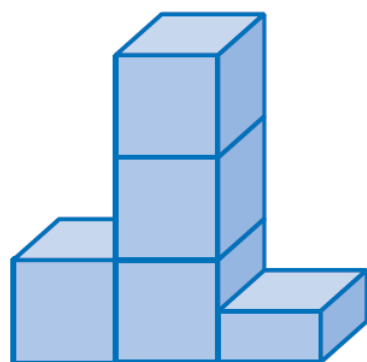


a)



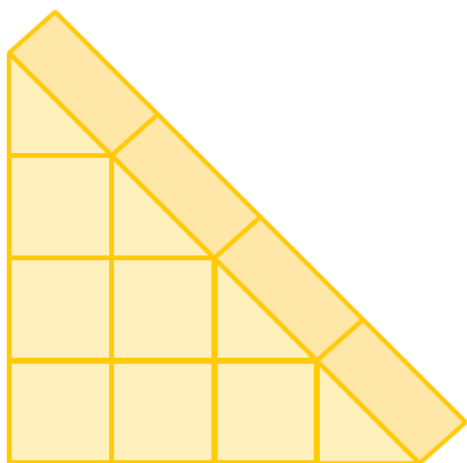
27 unidades.

c)



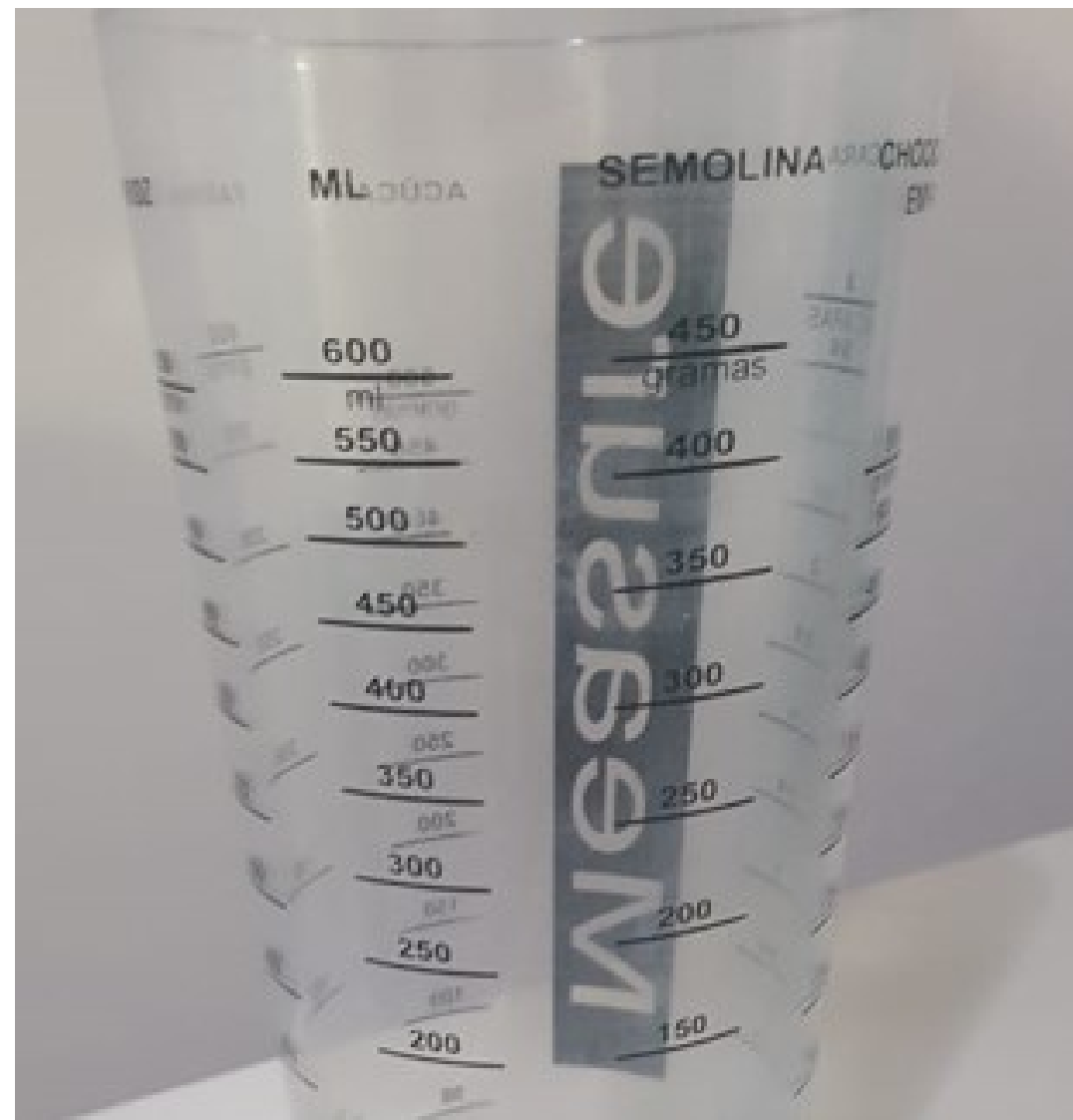
4,5 unidades.

b)



8 unidades. (6 unidades e 4 metades de unidades.)

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

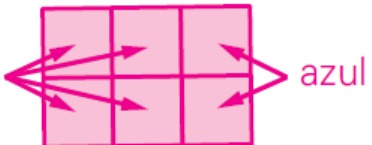


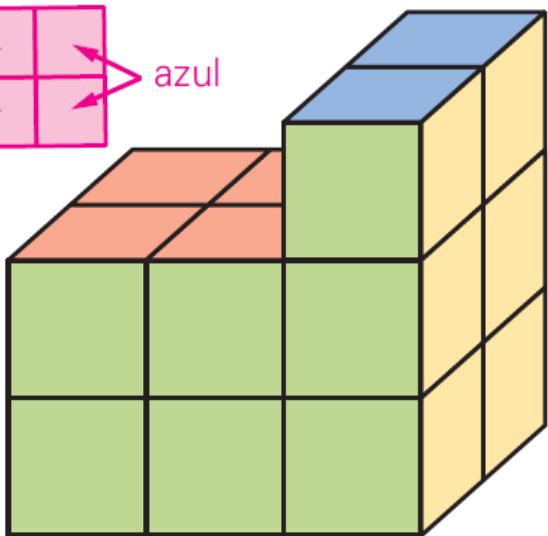
- 23 ▶ Estime quantas colheres de sopa com água são necessárias para encher um copo comum. Faça a experiência e verifique se sua estimativa foi boa ou não. Exemplo de resposta: Aproximadamente 13 colheres de sopa.

Atividade

ⓧ Não escreva no livro!

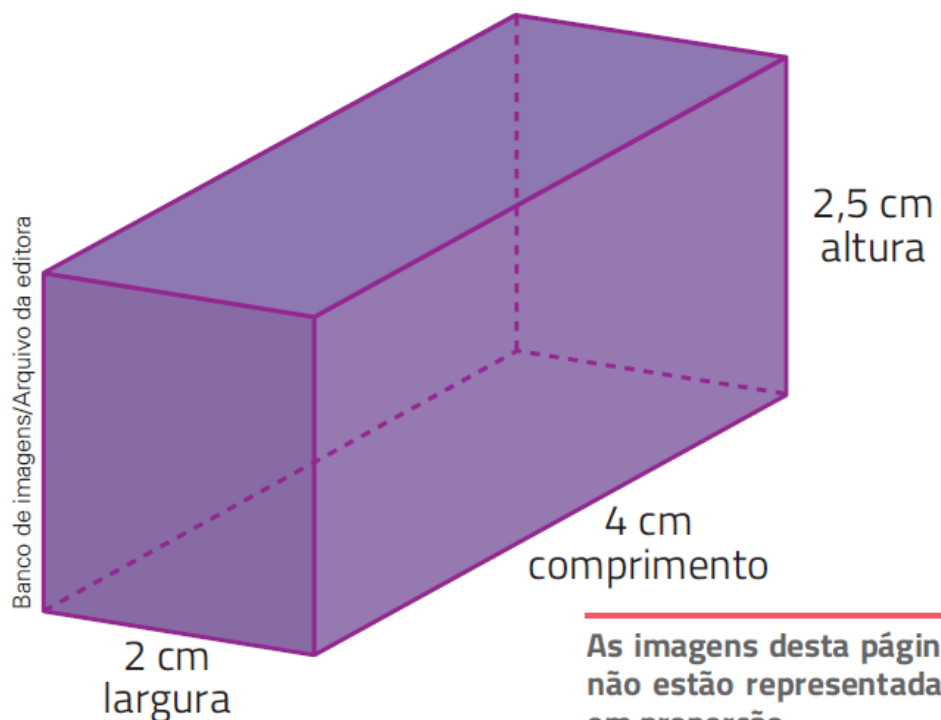
- 32 ▶ Observe o sólido geométrico construído com cubinhos de medida de volume de 1 cm^3 .

e)  e) vermelho azul



- Determine, no caderno, o que é pedido em cada item.
- O número de faces, de vértices e de arestas do sólido geométrico. 8 faces, 12 vértices e 18 arestas.
 - A medida de perímetro da face que aparece pintada de verde. 12 cm ($3 + 2 + 2 + 1 + 1 + 3 = 12$)
 - A medida de área da face que aparece pintada de amarelo. 6 cm^2 ($2 \times 3 = 6$)
 - A medida de volume do sólido geométrico. 14 cm^3 (contando os cubinhos.)
 - A representação do sólido geométrico visto de cima.

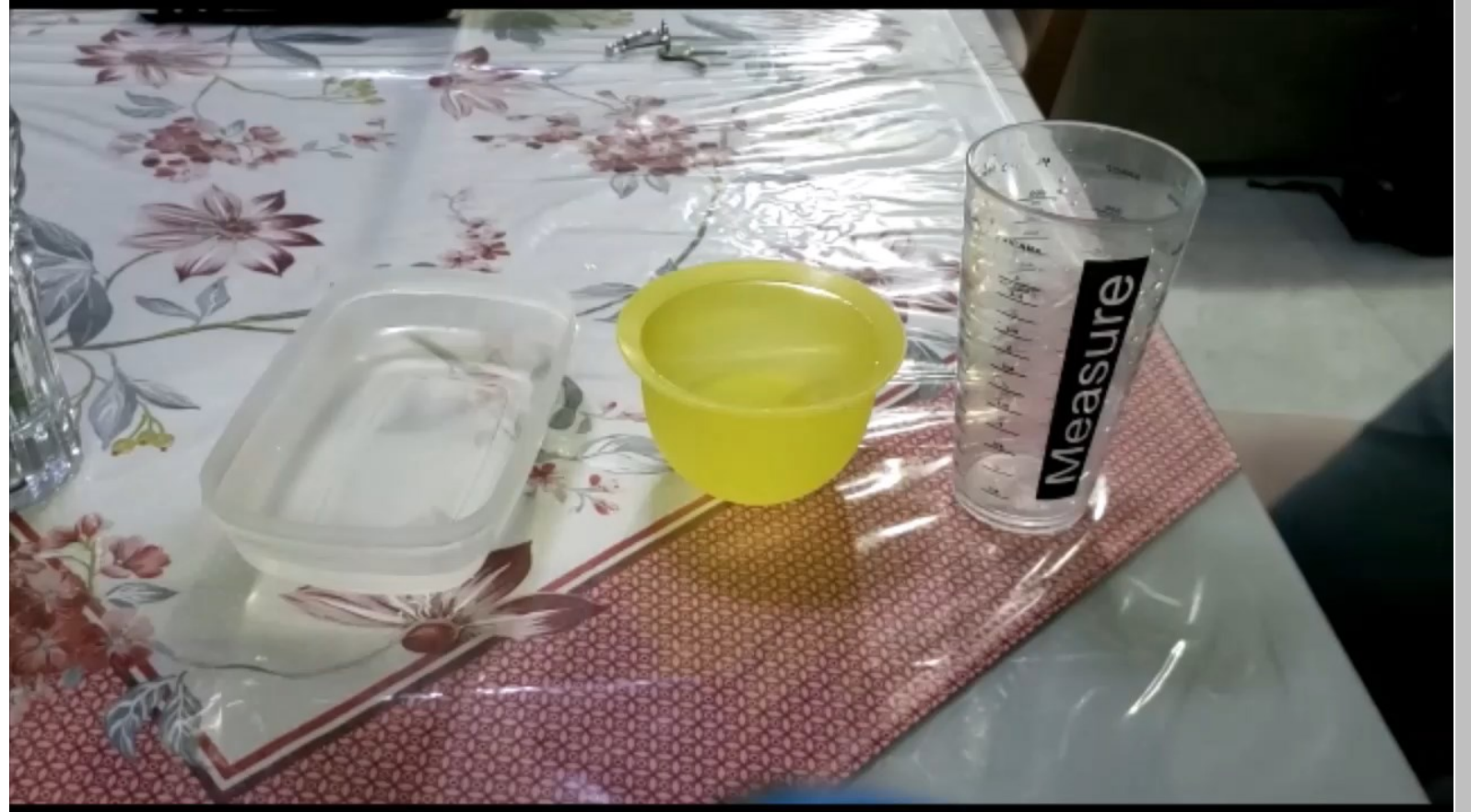
- 34 ▶ Examine esta caixa cuja forma lembra um paralelepípedo. Ela tem uma tampa na parte de cima.



As imagens desta página não estão representadas em proporção.

- a) É possível preencher esta caixa com cubinhos inteiros de medida de volume de 1 cm^3 ? **Não.**
- b) Você pode colocar uma camada de cubinhos inteiros no fundo da caixa? **Sim.**
- c) Você pode colocar uma segunda camada de cubinhos inteiros sobre a primeira? **Sim.**

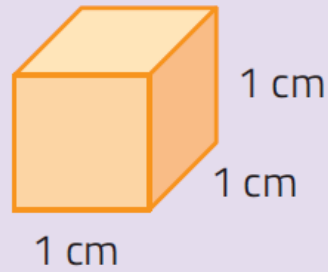
- d) E uma terceira camada? **Não.**
- e) O que você precisaria fazer com os cubinhos para poder preencher a caixa?
Cortar os cubinhos pela metade.
- f) De quantas metades de cubinhos você precisaria?
8 metades.
- g) De quantos cubinhos você precisaria para providenciar essas metades? **4 cubinhos.**
- h) Então, de quantos cubinhos você precisaria ao todo para preencher esta caixa? **20 cubinhos.**
- i) Qual é a medida de volume da caixa preenchida?
 20 cm^3
- j) Você concorda que pode determinar o número de cubinhos necessários para preencher a caixa pela multiplicação $(4 \times 2) \times 2,5$?
Sim, pois $4 \times 2 \times 2,5 = 20$.
- k) O resultado dessa multiplicação é igual ao número da resposta que você deu no item **h**? **Sim.**



ANO	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
8º	Volume de bloco retangular Medidas de capacidade	<p><i>(EF08MA20)</i> Reconhecer a relação entre um litro e um decímetro cúbico e a relação entre litro e metro cúbico, para resolver problemas de cálculo de capacidade de recipientes.</p> <p><i>(EF08MA21)</i> Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo do volume de recipiente cujo formato é o de um bloco retangular.</p>
9º	Volume de prismas e cilindros	<p><i>(EF09MA19)</i> Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas.</p>

- b) Observe este cubinho de arestas de medida de comprimento de 1 cm e indique quantos cubinhos são necessários para sobrepor a região retangular. **10 cubinhos.**

Banco de imagens/
Arquivo da editora



Unidade de medida de volume: 1 cm^3 .

- c) E quantos desses cubinhos são necessários para "encher" completamente este prisma? Essa quantidade corresponde à medida de volume do prisma?

60 cubinhos; sim.

- d) Como podemos obter a medida de volume desse prisma relacionando a medida de área da base e a medida de comprimento da altura?

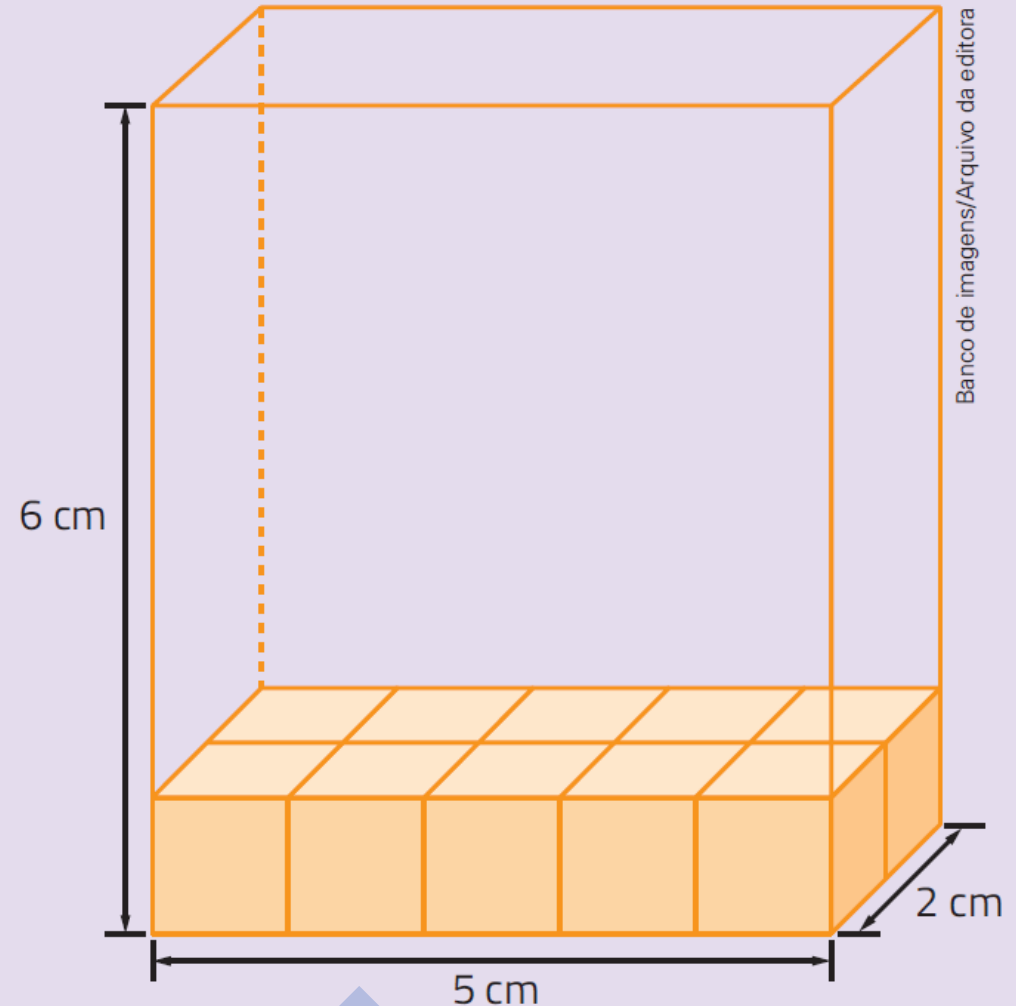
Multiplicando a medida de área da base pela medida de comprimento da altura.

Medida de área da base:

$2 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} = 10 \text{ cm}^2$; medida de

comprimento da altura: 6 cm ; medida de

volume: $10 \text{ cm}^2 \times 6 \text{ cm} = 60 \text{ cm}^3$.



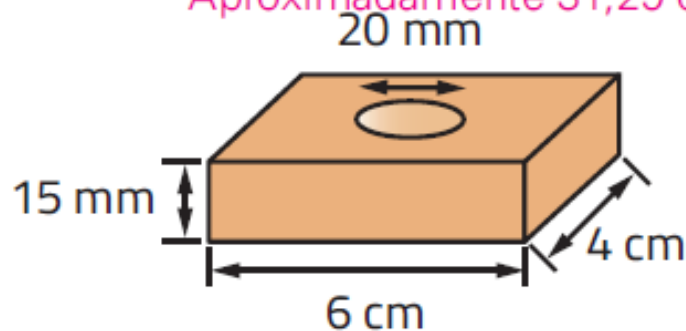
- 41 ▶ O nível de água neste aquário corresponde a $\frac{2}{3}$ da medida de altura dele. Sabendo que a forma deste aquário é de um paralelepípedo, calcule no caderno quantos litros há nele.

Paulo Manzi/Arquivo da editora



- b) Objeto com a forma de um paralelepípedo com um buraco com a forma de um cilindro.

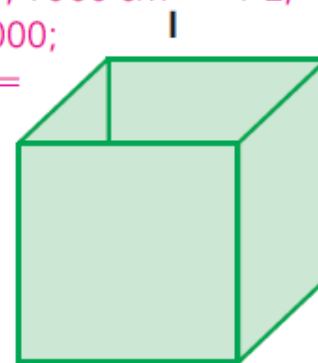
Aproximadamente $31,29 \text{ cm}^3$.



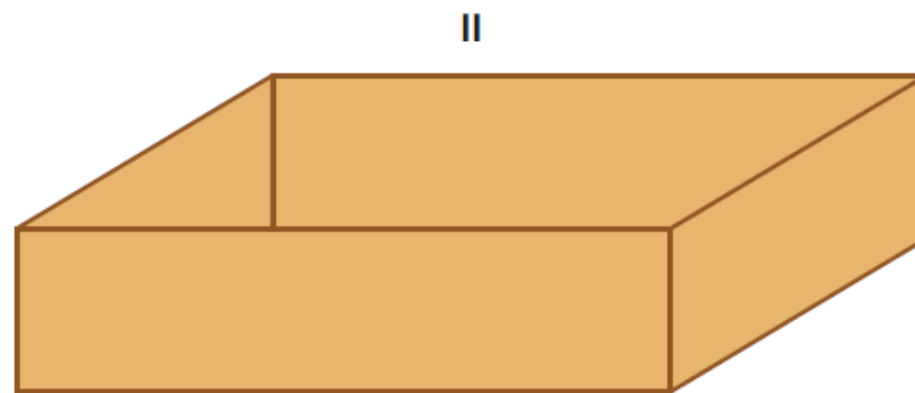
Banco de imagens/
Arquivo da editora

- 21 ▶ A vasilha I é cúbica com arestas de medida de comprimento de 10 cm. A vasilha II tem a forma de um bloco retangular com dimensões de medida de comprimento de 10 cm, 20 cm e 40 cm.

12,5% ($V_I \rightarrow 10^3 = 1000$; $1000 \text{ cm}^3 \rightarrow 1 \text{ L}$;
 $V_{II} = 10 \times 20 \times 40 = 8000$;
 $8000 \text{ cm}^3 \rightarrow 8 \text{ L}$; $1 \div 8 =$
 $= 0,125 = 12,5\%$)



Ilustrações: Banco de
imagens/Arquivo da editora



Enchendo a vasilha I de água e despejando na vasilha II, que está inicialmente vazia, esta terá quanto por cento da medida de capacidade ocupada?

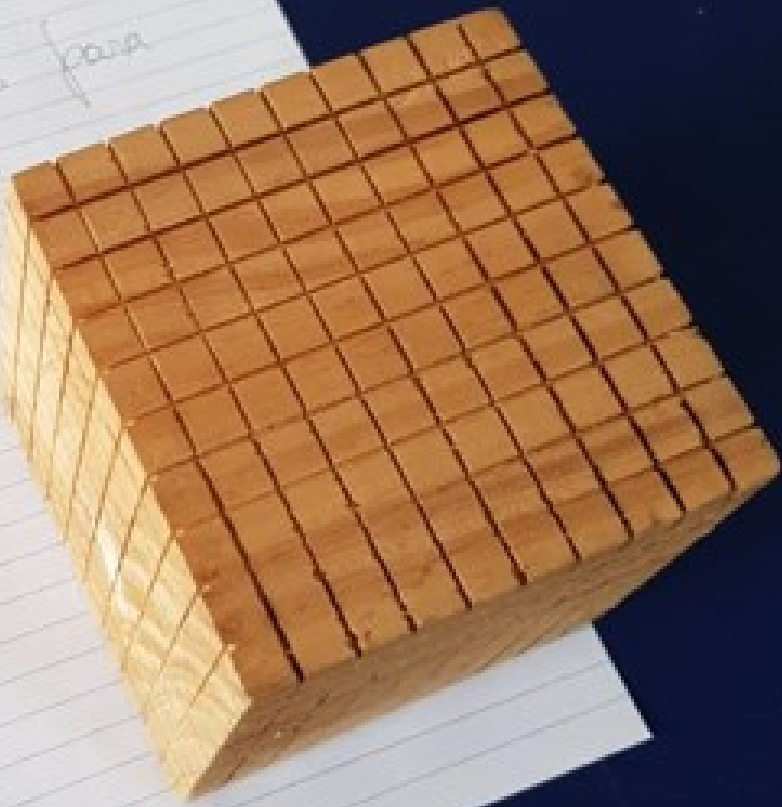
Quantos desse:



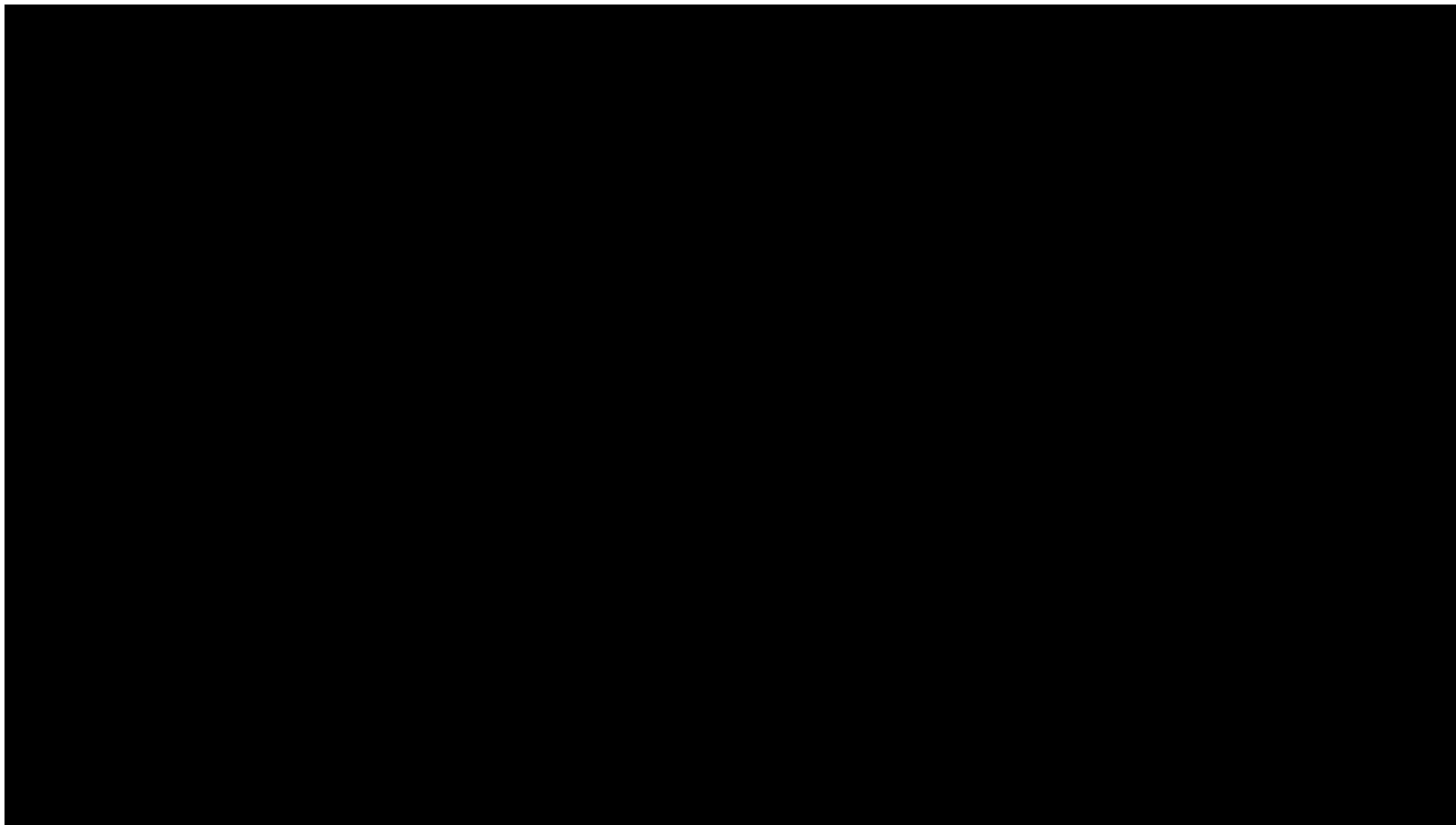
são necessários



para formar esse:




Vídeo 1 - Estimativas



Relações importantes

- Unidade de medida não determina a grandeza, no caso do volume ou capacidade – Tanto volume quanto capacidade podem ser medidos em m^3 ou litros
- Confundir os procedimentos de cálculo de volume com área ou comprimento é um erro comum. Reiterar a medição do volume passando da contagem dos blocos para a multiplicação das medidas das arestas
- Trazer questões que relacionem diferentes grandezas, como a área, comprimento, tempo, e que trabalhem o volume e a capacidade.
- Reforçar a relação do volume com a área da base x altura na contagem de blocos antes de introduzir volume de cilindros e prismas de base não retangulares

Confusões entre volume e capacidade

19 ▶  Há várias situações nas quais está envolvida a ideia de área. Com um colega, examine os anúncios.

TERRENOS

Águas Claras: 3600 m³. Ótimo local.

Alan Gray: 1000 m³ (20 × 50). R\$ 900000,00.

Jd. S. Paulo: 400 m³. R\$ 600000,00.

CASAS

R\$ 360 000,00 – Cd. Jardim: Casa totalmente reformada com sala de estar, sala de jantar, 2 dormitórios, sendo 1 suíte, banheiro social, cozinha, lavanderia e quintal. Terreno: 10 m × 10 m e 170 m³ aprox. de construção.

SÍTIOS

B. Ferraz: 31 alqueires com casa construída, 3 barracões de granja para 30000 frangos, estábulo novo, 3 represas.

B. dos Pereiras: Piraju: 26 alqueires.

Nesses anúncios, aparecem 2 unidades de medida de área diferentes. Pesquisem e descubram quais são e o significado de cada uma. Registrem as conclusões no caderno.

➤ Medida de volume

A ideia de volume

A caixa que Vítor arrumou ficou cheia quando ele colocou nela as 28 peças do jogo de dominó, como vemos nesta foto. Considerando o volume de 1 peça como unidade, podemos dizer nesse caso que a medida do volume da caixa é 28 unidades.



Caixa com peças de dominó.

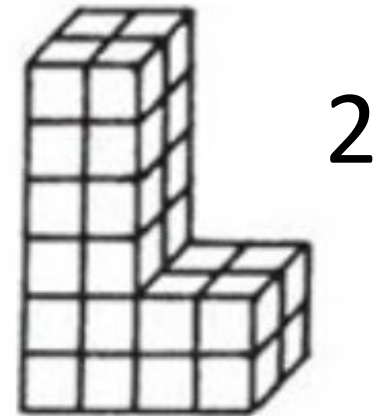
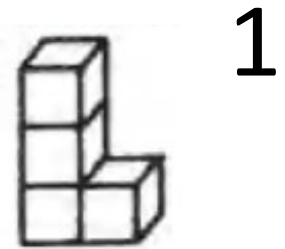


Outras Propostas de Atividades

- Comparações por meio de imersão de sólidos e recipientes diversos;
- Entregar ao aluno um instrumento de medida e um objeto (caixa) para que ele possa calcular o volume/capacidade;
- Estimar o volume da sala de aula e realizar medições em seguida;
- Descobrir a quantidade necessária de peças para ampliar um sólido;
- Descobrir a medida de uma das dimensões de um sólido conhecendo o volume e a medida de duas dimensões;
- Determinar a razão entre o volume de dois sólidos sabendo a razão entre as medidas das arestas;
- Estimar/calcular a quantidade de esferas/cilindros menores são necessários para ter uma medida de volume igual a uma esfera/cilindro maior.

Exemplos

- Senhor Carlos tem um aquário bem pequeno em sua cozinha e um grande em sua sala, todos em formatos de paralelepípedos retos. O da sala é duas vezes mais longo, 3 vezes mais largo e duas vezes mais profundo que o da cozinha. Quantas vezes o da sala é maior do que o da cozinha?
- Tendo o sólido 1, quantos cubos são necessários adicionar para que tenhamos o sólido 2?





Leituras Recomendadas

- Grandezas e Medidas - Coleção explorando o ensino da matemática vol. 17
LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P. M. B. (2010). Grandezas e Medidas. In:
Matemática: Ensino Fundamental (Coleção Explorando o Ensino).1 ed.
Brasília: Ministério da Educação: Secretaria da Educação Básica, 2010, v.17,
p. 167-200.
-

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, DF: MEC, 2015. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/download-da-bncc>>. Acesso em: 15ago. 2022.

LEÃO, Katy Wellen Meneses. Abordagem de volume e capacidade em uma coleção de livros didáticos: uma análise a luz da teoria antropológica do didático. 2020. 171 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020.

DANTE, Luiz Roberto. Ápis: Matemática – 5º ano. 2 ed, São Paulo, editora ática, 2015

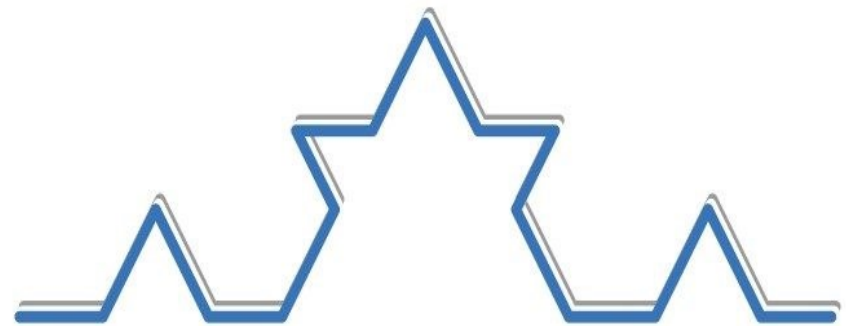
DANTE, Luiz Roberto. Teláris matemática, 6º ano: Ensino Fundamental, anos finais. 3. ed. São Paulo: Ática, 2018.

DANTE, Luiz Roberto. Teláris matemática, 7º ano: Ensino Fundamental, anos finais. 3. ed. São Paulo: Ática, 2018

DANTE, Luiz Roberto. Teláris matemática, 8º ano: Ensino Fundamental, anos finais. 3. ed. São Paulo: Ática, 2018

DANTE, Luiz Roberto. Teláris matemática, 9º ano: Ensino Fundamental, anos finais. 3. ed. São Paulo: Ática, 2018

OLIVEIRA, Carlos Nely de; FUGITA, Felipe. Geração Alpha matemática, 8º ano: Ensino Fundamental, anos finais. 2. ed. São Paulo: Edições SM, 2018



DDMat

Grupo de Estudos em
Didática da Matemática

Oficinas on-line: diálogos sobre propostas didáticas em Matemática

uma amostra de
propostas para a
sala de aula

OFICINA 03:

Estatística no Ensino Fundamental II

Douglas Souza e Janielly Verbisck

DIA 29/09/2022

18h (horário de MS)

Acesse nossas redes
<https://linktr.ee/ddmat>

