



I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática

01 a 06 de novembro de 2016

Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

ANÁLISE DE UMA PROPOSTA DE ENGENHARIA DIDÁTICA PARA INTEGRAÇÃO DE TECNOLOGIAS PARA ENSINO E APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES SENO E COSSENO

Eliane Santana de Souza
Universidade Federal da Bahia, Brasil
Annystar_@hotmail.com

Luiz Marcio Santos Farias
Universidade Federal da Bahia, Brasil
lmsfarias@ufba.br

Resumo: A disciplina matemática é uma das mais temidas por parte dos alunos. Muitas vezes, essa dificuldade é atrelada a abordagem de ensino. Um exemplo é o ensino das funções seno e cosseno que são consideradas pelos alunos como um dos conteúdos mais difíceis. Essas dificuldades podem estar relacionadas a forma tradicional adotada ao abordar esse assunto. Ressaltamos a utilização de tecnologias como um caminho para trabalhar o ensino e aprendizagem de funções seno e cosseno. Desse modo, esse trabalho é parte de uma pesquisa de doutorado a qual objetiva analisar como licenciandos em matemática integram instrumentos tecnológicos para o ensino e aprendizagem das funções seno e cosseno a partir de situações didáticas. Utilizaremos enquanto quadro teórico a Teoria da Instrumentação, a Teoria das Situações Didáticas e a Teoria Antropológica do Didático. A metodologia da pesquisa é a Engenharia Didática. O presente artigo busca discutir o projeto de tese, bem como alguns resultados preliminares, a partir de um levantamento sobre o ensino de funções seno e cosseno na Educação Básica de licenciandos em matemática dos 3 primeiros semestres da UEFS por meio de um questionário. Os resultados iniciais revelaram indícios de uma ausência de relações pessoais e institucionais com o objeto funções seno e cosseno.

Palavras-chave: Funções seno e cosseno. Engenharia Didática. Didática da Matemática.

Introdução

Em toda trajetória escolar básica a disciplina de matemática é considerada pelos alunos como a mais difícil. Essa dificuldade vem perdurando nos processos de ensino e de aprendizagem e tem refletido nos resultados das avaliações de larga escala. Podemos observar, na avaliação do Programa Internacional de Avaliação de Alunos-PISA (Em inglês: *Programme for International Student Assessment*) que dos 65 países participantes em 2012, a

partir do relatório de desempenho dos países, que o Brasil ocupou a posição entre 57° a 60° em matemática (OECD, 2012).

Essa complexidade no desempenho em matemática nos faz refletir sobre o processo de ensino e de aprendizagem de matemática no país. E desse modo, temos o ensino de trigonometria, em especial funções seno e cosseno como um dos conteúdos mais difíceis na concepção dos alunos desde o Ensino Médio até o Ensino Superior (PEDROSO, 2012). De acordo com algumas pesquisas como Pedroso (2012), Coloneze (2012) e Costa (1997), essas dificuldades dos alunos em trigonometria e funções seno e cosseno estão relacionadas à forma trabalhada dos conteúdos.

Em busca de caminhos para amenizar essas dificuldades no ensino de funções seno e cosseno, apresentamos as tecnologias da informação e comunicação como um desses caminhos, em especial, a utilização de artefatos tecnológicos integrados ao ensino e aprendizagem de funções seno e cosseno. A escolha por tecnologias é devido ao dinamismo e benefícios que a mesma permite para construção do saber matemático (BITTAR, 2011).

A diversidade de recursos tecnológicos hoje oferecidos para a utilização em sala de aula é imensa, abrangendo recursos como computadores, *tablets* e calculadoras gráficas, calculadoras científicas, calculadoras simples e softwares matemáticos. Porém, estes não vêm sendo utilizados de forma integrada na prática do professor de matemática. Oliveira (1999) ratifica isso ao trazer que mesmo recursos tecnológicos acessíveis à comunidade escolar e destacados nos documentos norteadores para o ensino de matemática, não são utilizadas em sala de aula.

Temos um problema didático vinculado a um saber matemático a ser ensinado e de que forma é abordada a construção desse saber ao ser ensinado, ou seja, temos o problema didático baseado nos seguintes questionamentos: como utilizar artefatos tecnológicos enquanto instrumentos de forma integrada ao ensino funções seno e cosseno? O que ensinar sobre funções seno e cosseno? E o porquê ensinar essas funções? Chamamos de problema didático baseados na concepção de Farras, Bosch & Silva (2013) e Lucas (2010), os quais trazem esses problemas sendo educacionais.

Utilizaremos a Teoria Antropológica do Didático – TAD para nosso problema didático tornar-se um problema de pesquisa, e assim ampliarmos nosso olhar para questionarmos um modelo epistemológico dominante, o qual abarca instituições de referência. Ao realizar esse questionamento de dimensão epistemológica, apresentamos o mesmo delimitado da seguinte forma: como licenciandos em matemática integram instrumentos tecnológicos para o ensino e aprendizagem de funções seno e cosseno a partir de situações didáticas?

De acordo com Lucas (2010), temos nosso problema didático da seguinte forma: dimensão Ecológica - que papel tem a integração de artefatos tecnológicos no desenho e na prática de uma organização matemática de estudantes sobre o objeto funções seno e cosseno? Econômica - como desenvolver as praxeologias matemáticas de professores para o ensino e aprendizagem de funções seno e cosseno com artefatos tecnológicos? Epistemológica - como podemos descrever a criação de situações didáticas sobre funções seno e cosseno integradas a artefatos tecnológicos por meio de um modelo epistemológico de referência que seja compatível com o modelo epistemológico geral da atividade matemática?

Objetivamos no projeto de tese analisar como licenciandos em matemática integram instrumentos tecnológicos para o ensino e aprendizagem efetiva das funções seno e cosseno. Para isso, é necessário permitir a integração dessas tecnologias pelos licenciandos em matemática, de modo que eles utilizem as tecnologias como um arsenal em sua prática, buscando através da mesma, a exploração do saber em diferentes esferas, proporcionando a aprendizagem matemática a partir de atividades diferenciadas e dinâmicas que oportunizam a manipulação, a elaboração de conjecturas e construção do saber a partir das tecnologias integradas.

Nesse sentido, almejamos analisar a relação entre os sujeitos pesquisados e os artefatos tecnológicos, considerando os esquemas desenvolvidos pelos mesmos. A noção de esquema utilizada está baseada em Vergnaud (1990; 2009), o qual traz quatro elementos:

[...] antecipações do objetivo que ele quer atingir, regras de ação (que vão gerar a ação do sujeito), inferências (que permitem que o sujeito avalie suas ações) e invariantes operatórios (são do tipo proposição, função proposicional ou argumentos e que tornam operacional a ação do sujeito).(BITTAR, 2011)

Para compreender as mudanças na prática dos licenciandos em matemática, enquanto alunos e professores, nos apoiaremos na Teoria da Instrumentação de Pierre Rabardel, a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau, e a Teoria Antropológica do Didático de Yves Chevallard, todas em consonância para integração de artefatos tecnológicos enquanto instrumentos para o ensino e aprendizagem das funções seno e cosseno. Nesse artigo abordaremos o projeto de pesquisa e o início da análise preliminar deste trabalho que está em desenvolvimento. A análise preliminar a ser abordada visa revelar se os estudantes do curso de licenciatura em matemática da UEFS do 1º, 2º e 3º semestre, viram em sua Educação Básica as funções seno e cosseno e caso em caso positivo, como ocorreu.

Assim temos como hipótese de pesquisa os seguintes questionamentos: Existem aspectos epistemológicos do saber que provocam restrições no desenvolvimento da prática institucional sobre o ensino de funções seno e cosseno? Regras implícitas restringem o surgimento de estratégias distintas de para o ensino de funções seno e cosseno? Em busca de respostas para esses questionamentos, utilizaremos a Engenharia Didática como abordagem metodológica, pois à mesma caracteriza-se por um esquema experimental baseado em manifestações didáticas em sala de aula, permitindo decidir sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de sequências de ensino (ARTIGUE, 1995).

Quadro teórico

O quadro teórico adotado está no campo da Didática da Matemática, se estende em elementos da Teoria Antropológica do Didático Chevallard (1999), a Teoria da Instrumentação de Rabardel (1995) e a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1986).

De acordo com Chevallard (1999) a TAD “estuda o homem perante o saber matemático, e mais especificamente, perante situações matemáticas” (*Apud*, ALMOULOU, 2007). De acordo com o autor, a praxeologia está voltada ao fato de uma prática humana inserida em uma instituição sempre se justificar por um discurso norteado pela razão (2007). A TAD fundamenta todo o nosso trabalho, desde as análises institucionais até a construção e execução do Percurso de Estudo e Pesquisa-PEP (LUCAS, 2010). Utilizaremos nesse trabalho a organização praxeológica apresentada por Chevallard (1999) nas análises do Modelo Epistemológico Dominante-MED composto por livro didático, Orientações Curriculares, Parâmetros Curriculares Nacionais, entre outros, a fim de compreender as organizações didáticas das instituições a serem analisadas, bem como a estrutura matemática presente nas mesmas, ao que se refere a funções seno e cosseno.

Desse modo, faremos uso das noções da TAD de tarefa, técnica, tecnologia e teoria, representados respectivamente por [T, t, θ , Θ]. Segundo Chevallard (1999) temos uma tarefa [T] que denota uma ação: resolva, calcule, ou seja, uma ação a ser realizada. Em seguida reconhecemos a maneira de como realizar ou fazer essa tarefa, ou seja, através das técnicas [t], justificando por intermédio de propriedades, as quais chamamos de tecnologia [θ], que justificam e/ou explicam as técnicas utilizadas. E por fim, temos a teoria [Θ] que justifica as tecnologias utilizadas.

Além das organizações praxeológicas que utilizaremos nas análises e elaborações de situações didáticas, faremos uso da Teoria da Instrumentação de Rabardel (1995) no intuito de

proporcionar a interpretação de recursos tecnológicos de artefatos para instrumentos voltados ao ensino e aprendizagem de funções seno e cosseno.

Rabardel (1995) traz a ideia inicial que uma ferramenta não é automaticamente um instrumento prático e eficaz. Para ele, um objeto pode estar disponível a um sujeito para realização de certa atividade, mas só se torna útil quando o sujeito souber quais tipos de atividades e de que forma esse objeto pode ser usado. Ele ainda distingue o artefato de instrumento, apresentando o artefato como um dispositivo material utilizado como meio de ação, enquanto o instrumento sendo construído pelo sujeito ao longo de um processo no qual um artefato transforma-se progressivamente em instrumento. A essa transformação de artefato para instrumento Rabardel (1995) denomina de gênese instrumental.

Esse processo de gênese instrumental compete ao utilizador desenvolver esquemas de utilização, responsáveis pela gestão das características do artefato, da utilização do artefato como um meio de realização e por fim de utilização simultânea do instrumento em um contexto coletivo.

De acordo com nosso objetivo de pesquisa de analisar como licenciandos em matemática integram instrumentos tecnológicos para o ensino e aprendizagem efetiva das funções seno e cosseno, almejamos a transformação desses recursos tecnológicos em instrumentos integrados ao saber matemático na perspectiva de Rabardel (1995). Nesse contexto, temos que a teoria da instrumentação permite a transformação de um artefato para um instrumento, ocorrendo assim o processo da gênese instrumental. Mas, para que a integração da calculadora ocorra de forma efetiva pelos licenciandos em matemática se faz necessário nos valer da Teoria das Situações Didáticas-TSD de Brousseau (1986).

Brousseau (1986) acredita que o aluno ao se deparar com um determinado problema tentará resolvê-lo por motivação própria. Destarte, o papel do professor é criar e escolher os problemas certos para que os alunos aceitem o desafio e se empenhem em resolvê-los. Esses problemas foram denominados por Brousseau (1986) de situações, as quais são classificadas em didáticas e adidáticas. Brousseau define as didáticas como:

O conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre o aluno ou um grupo de alunos, um certo *milieu* (contendo eventualmente instrumentos ou objetos) e um sistema educativo (o professor) para que esses alunos adquiram um saber constituído ou em constituição (*apud* ALMOULOUD, 2007, p.33).

Já as situações adidáticas, Brousseau (1986) apresenta como uma situação planejada pelo professor para que o aluno aja por iniciativa própria, refletindo, resolvendo, evoluindo,

de modo que a intenção de ensinar não é revelada ao aluno e o professor não intervém na interação do aluno com a situação na construção do conhecimento matemático.

Salientamos que a teoria das situações é de grande relevância para o processo de ensino e aprendizagem de matemática, pois a mesma valoriza o trabalho do aluno em aceitar o desafio da situação e se propor a resolver a situação de forma autônoma construindo assim, o conhecimento matemático. E de forma análoga, essa teoria valoriza o trabalho do professor em elaborar as situações no meio adequado que proporcione a aprendizagem do aluno. E nesse sentido, almejamos a construções de situações didáticas e adidáticas que proporcione a integração de instrumentos tecnológicos para o ensino e aprendizagem de funções seno e cosseno.

Assim, a partir do quadro teórico apresentado, nosso trabalho será estruturado da seguinte forma: Modelo Epistemológico Dominante – MED, Modelo Epistemológico de Referência-MER e o Percurso de Estudo e Pesquisa-PEP.

O MED nos permite compreender os aspectos vinculados ao nosso saber de referência funções seno e cosseno, relacionado a evolução desse saber matemático, bem como revelar como as instituições dominantes apresentam funções seno e cosseno.

Já o MER, a partir do quadro teórico adotado, permite construção e reconstrução de praxeologias, servindo como resposta às inquietações levantadas no MED (FARRAS; BOSH & SILVA, 2013).

Por fim, temos o nosso Modelo Didático de Referência – MDR o qual é o Percurso de Estudo e Pesquisa – PEP (LUCAS, 2010). O PEP nos permite analisar as restrições que dificultam a implantação ou estudo de um objeto em uma ou mais instituições, rever o contrato didático, contornar dificuldades de uso de técnicas matemáticas e mostrar a razão de ser e importância do nosso objeto de saber matemático, funções seno e cosseno. Nesse sentido, nosso PEP é responsável pela construção, desenvolvimento, aplicação e análise de nossa proposta de pesquisa sobre a integração de instrumentos tecnológicos com licenciandos em matemática para o ensino e aprendizagem efetiva das funções seno e cosseno.

Caminho metodológico

A metodologia de pesquisa adotada para o desenvolvimento desse trabalho foi a Engenharia Didática-ED. A ED se caracteriza por um esquema experimental baseado em manifestações didáticas em sala de aula. É representado por um ciclo que objetiva decidir

sobre concepções, observações, realizações e análise de situações didáticas (ARTIGUE, 1995).

As pesquisas em ED são representadas por um ciclo constituído por quatro fases: análises prévias, análise *a priori*, experimentação, análise *a posteriori* e validação.

Nesse sentido, a primeira fase é a análise prévia, baseia-se no quadro teórico e nos conhecimentos didáticos adquiridos previamente no campo de estudo considerando aspectos epistemológicos e históricos do objeto matemático, bem como, a análise das condições de existências do objeto matemático trabalhado no ensino atual. Assim realizaremos esse embasamento relacionado a funções seno e cosseno e a utilização de instrumentos tecnológicos para o ensino e aprendizagem da mesma. Atualmente estamos nessa fase, a qual desenvolvemos um questionário para investigar se os alunos do curso de licenciatura em matemática da Universidade Estadual de Feira de Santana trabalharam em seu Ensino Básico funções seno e cosseno. Esse questionário foi aplicado a 92 estudantes dos 3 primeiros semestre.

O desenvolvimento do questionário foi baseado em compreender indícios das relações pessoais dos estudantes da licenciatura em matemática com o saber funções seno e cosseno na Educação Básica. Optamos por questões que retomassem a lembrança dos alunos sobre o Ensino Médio. Por serem geralmente turmas recém-saídas do Ensino Médio, inferimos que os resultados obtidos estão próximos da realidade vivenciada pelos alunos.

Em seguida partiremos para a análise *a priori*, após estudos realizados na fase anterior. Essa fase é responsável pela elaboração e análise de situações problemas no intuito de responder os questionamentos e validar hipóteses levantadas na fase de análises prévias (ALMOULOU, 2007). Na análise *a priori* realizaremos o planejamento da parte de campo, na qual desenvolveremos sessões de estudos para os licenciandos em matemática a fim de trabalhar o ensino e aprendizagem das funções seno e cosseno, por meio de instrumentos tecnológicos de forma efetiva.

Logo após partiremos para experimentação. Ela corresponde à aplicação da sequência didática. Nela se estabelece o contrato didático, apresenta os objetivos e as condições da realização da pesquisa, bem como, o registro das observações feitas durante essa fase. A experimentação será dividida em dois momentos: o primeiro voltado à experimentação com os licenciandos em matemática e a segundo com parte dos licenciandos em matemática participantes do primeiro momento, que estarão em sala de aula do Ensino Médio para que possamos analisar se os mesmos estão experimentando as propostas construídas com seus

alunos do Ensino Médio, no intuito de observar como eles integram a proposta em sala de aula.

E por fim temos a análise *a posteriori* que se baseia nos dados coletados na experimentação, denominado por sequências de observações e são complementados por dados obtidos em questionários, entrevistas, aplicadas no momento de ensino. Nessa fase, há uma confrontação entre a análise *a priori* e análise *a posteriori* com o intuito de validar as hipóteses formuladas durante a investigação (ARTIGUE, 1995).

O contexto da pesquisa são alunos do 2º semestre do curso de licenciatura em matemática, da disciplina de Instrumentalização para o Ensino de Matemática II - INEM II, a qual tem objetivo de trabalhar o ensino de funções com os alunos. A escolha por licenciados em matemática foi devido a permitir trabalharmos tanto com o ensino quanto com a aprendizagem, pois pretendemos desenvolver nosso PEP com esses estudantes no 2º semestre e acompanhá-los no transcorrer do curso. Esse acompanhamento tem o intuito de analisar as práticas dos alunos que iniciarão a docência no Ensino Médio ainda na graduação, para acompanharmos os efeitos do nosso PEP no ensino de funções seno e cosseno no Ensino Médio.

Utilizaremos o questionário como instrumento de coleta de dados para essa pesquisa, bem como, a observação com gravação de áudio e filmagem fazendo uso de elementos da autoconfrontação, além de entrevista de explicitação como elementos metodológicos capazes de contribuir para revelar no momento de análise o que está implícito nos registros das aulas por meio da explicitação e confrontação com o vídeo (LEBLANC, 2007).

Análise preliminar: investigando o ensino e aprendizagem de funções seno e cosseno com alunos da licenciatura em matemática

Em busca de compreender o quadro atual sobre o trabalho com as funções seno e cosseno nas instituições dominantes, fomos investigar se os alunos que entram no curso de licenciatura em matemática já trabalharam com funções seno e cosseno e caso positivo de que forma? Para isso, desenvolvemos um questionário objetivo contendo 4 questões para ser aplicados com os alunos dos 3 primeiros semestres do curso de Licenciatura em matemática da Universidade Estadual de Feira de Santana-UEFS, a fim de compreender como esses estudantes trabalharam com o ensino de funções seno e cosseno. Esse questionário foi aplicado em dois semestres da instituição em um total de 5 turmas (2 do 1º semestre, 2 do 2º semestre e 1 do 3º semestre).

I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática

01 a 06 de novembro de 2016

Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

A primeira questão abordada foi “você já trabalhou com funções seno e cosseno em seu Ensino Básico?”. Dos 92 alunos participantes da pesquisa, 75 falaram que não tinham trabalhado e 17 que trabalharam.

Considerando os resultados apresentados pelos alunos, podemos inferir a existência de lacunas relacionadas ao objeto matemático funções seno e cosseno no ensino desses alunos.

A segunda questão questionava sobre como eles consideravam o ensino de funções seno e cosseno, caso tenham sido abordado em seu ensino básico. Dos 17 estudantes apenas 5 consideram bom, os demais assinalaram a opção insuficiente.

A terceira questão abordava sobre quais possíveis motivos de não ter abordado ou ser insuficiente o ensino de funções seno e cosseno em sua trajetória enquanto estudante do Ensino Básico? Dos 87 alunos participantes, obtivemos o seguinte resultado: 39 alunos justificaram a falta de tempo para cumprir o programa das disciplinas; 22 alegaram falta de domínio do professor ao conteúdo e 7 responderam que não sabiam opinar; 14 alegaram que os alunos não tinham base para compreender o conteúdo e 5 responderam que o professor que ministravam aula de matemática era de outra disciplina (história, português..) e por isso acreditavam que não trabalharam com funções seno e cosseno.

A quarta questão perguntava se sentiram ou sentem dificuldades no curso de matemática devido a não ter visto na Educação Básica funções seno e cosseno. O resultado revelou que dos 75 alunos que não viram funções seno e cosseno na Educação Básica, 69 sentiram dificuldades no curso de licenciatura em matemática.

De acordo com os resultados apresentados no questionário, podemos inferir que parte significativa dos estudantes do curso de licenciatura em matemática da UEFS tem saído do Ensino Médio sem ter visto o conteúdo funções seno e cosseno. Isso nos faz refletir sobre a ausência de uma relação pessoal e institucional (CHEVALLARD, 1992) da escola e dos sujeitos envolvidos com o objeto do saber funções seno e cosseno.

Analisando os estudos de Chevallard (1992), observamos que ele distingue três tipos de objetos específicos: *instituições* (**I**), *pessoas* (**X**) e *objeto* (**O**). As *pessoas* (**X**) ocupam posições nas instituições (**I**). Ocupando essas posições, elas se tornam *sujeitos* das *instituições* (**I**) – sujeitos ativos que contribuem para que um *objeto* (**O**) possa existir em uma instituição (**I**).

Desta forma, entram em cena as noções – de *relação* – entre esses elementos primitivos (*instituição, objeto do saber e pessoa*) da teoria (HENRIQUES; ATTIE; FARIAS, 2007). Consideramos em nossa análise a funções seno e cosseno como nosso objeto **O**, o Ensino Médio nossa Instituição **I**.

Um objeto **O**, como, por exemplo, o **ensino de funções seno e cosseno (EFSC)** existe na medida em que uma pessoa **X (um professor – P ou um estudante – E)** ou uma instituição **I (Ensino Médio – EM)** o reconhece como existente. Chevallard (1992) postula que um objeto **O** existe para uma pessoa **X** se existe uma relação pessoal, denotada $R(X, O)$, da pessoa **X** ao objeto **O**. Isto é, a relação pessoal **O** determina a maneira em que **X** conhece **O**. De maneira análoga, se define uma relação institucional de **I** a **O** denotada $R(I, O)$, que exprime o reconhecimento do objeto **O** pela instituição **I**. **O** é, assim, um objeto da instituição **I** (HENRIQUES; ATTIE; FARIAS, 2007). Segundo Chevallard (1992, p. 32):

Todo saber é ligado ao menos a uma instituição, na qual é colocado em jogo, num dado domínio real. O ponto essencial é, portanto, que um saber não existe in vácuo, num vazio social. Todo conhecimento aparece, num dado momento, numa dada sociedade, ancorado em uma ou em várias instituições.

A *relação pessoal* de uma pessoa com um objeto de saber só pode ser estabelecida quando a pessoa entra em uma instituição onde existe esse objeto. Uma *relação institucional* está, por sua vez, diretamente relacionada às atividades institucionais que são realizadas pelos professores e solicitadas aos alunos.

Assim, quando os professores não têm um apoio na instituição formadora, e/ou não encontram no saber a ensinar referências para que eles possam alicerçar e construir suas práticas, instaura-se um fenômeno que passa despercebido na prática docente, denominado por Farias (2010) de vazio didático, o qual imprimirá seus efeitos nos trabalhos desenvolvidos pelos professores.

Neste contexto, podemos inferir que, ao não encontrar referências em seu processo de formação para ancorar um trabalho com funções seno e cosseno no Ensino Médio, o professor encontra-se em um vazio didático, pois ao se remeter às suas experiências anteriores, não encontra onde fundamentar essas novas práticas. E, assim, esse professor não terá elementos suficientes para realizar o ensino das funções seno e cosseno, e muitas vezes por ser “mais fácil” opta por não trabalhar esse conteúdo em sala de aula.

Algumas considerações

Conscientes da existência dessas lacunas em relação ao ensino e aprendizagem de funções seno e cosseno, reveladas com o questionário e de acordo com algumas pesquisas sobre o tema, esperamos com o desenvolvimento do nosso PEP, proporcionar a integração de recursos tecnológicos de modo a contribuir para o ensino e aprendizagem de funções seno e

cosseno de forma efetiva refletindo não apenas para o Ensino Superior com os licenciandos em matemática, mas também aos alunos do Ensino Médio.

E assim, a partir de nosso PEP poder minimizar os vazios didáticos na formação dos licenciandos em matemática ao que se refere a funções seno e cosseno, no intuito que os mesmos venham enquanto sujeitos participantes de uma instituição reconhecer esse objeto matemático e proporcionar o ensino integrado de funções seno e cosseno.

A partir dos resultados revelados, salientamos a necessidades de mais trabalhos que busquem minimizar as lacunas existentes no processo de ensino e aprendizagem de funções seno e cosseno, esperando assim, despertar o interesse de novas pesquisas sobre o tema.

Referências

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. v. 1. Curitiba: Editora UFPR, 2007.

ARTIGUE, M. **Epistémologie et didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble, La Pensée Sauvage-Éditions, v. 10, n° 2.3, p. 241-286, 1990.

BITTAR, Marilena. A abordagem instrumental para o estudo da integração da tecnologia na prática pedagógica do professor de matemática. **Educar em Revista**, Curitiba, Brasil, n. Especial 1/2011, p. 157-171, 2011. Editora UFPR.

BROUSSEAU, G. Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 7(2), p. 33-116, 1986.

CHEVALLARD, Y. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 12.1, Éditions La Pensée Sauvage, 1992.

CHEVALLARD. El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. v. 19, n. 2, 1999.

COLONEZE, B.R.S. **Módulo de aprendizagem e treinamento de funções trigonométricas: fazendo o uso da tecnologia para a efetiva aprendizagem de funções trigonométricas. Com aplicação em eletrônica**. Rio de Janeiro-CEFET/RJ, 2012, 142 f.. Dissertação (Mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, Rio de Janeiro, 2012.

COSTA, N.M.L., **Funções seno e cosseno: uma sequência de ensino a partir dos contextos do “mundo experimental” e do computador**. 250f. Dissertação (Mestrado em ensino da matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997.

FARRAS, B. B., BOSCH, M. GASCÓN, J. Las tres dimensiones del problema didáctico de la modelización matemática. **Educación matemática e pesquisa**, São Paulo-SP v.15, n.11, pp.1-28, 2013.

FARIAS, L. M. S. **Étude des interrelations entre les domaines numérique, algébrique et géométrique dans l'enseignement des mathématiques au secondaire**: Une analyse des pratiques enseignantes en classes de troisième et de seconde. 2010. 380 p. Thèse (Doctorat em Didactique des mathématiques) – Université de Montpellier 2, France.

HENRIQUES, A.; ATTIE, J. P.; FARIAS, L. M. S.. Referências Teóricas da Didática Francesa: Análise didática visando o estudo de integrais múltiplas com auxílio do software Maple. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, v. 9.1, 2007.

LUCAS, C. **Organizaciones Matemáticas Locales Relativamente Completas**. 2010. 256 p. Tesina (Diploma de Estudios Avanzados: Programa Doctoral de Técnicas Matemáticas Avanzadas y sus Aplicaciones) – Departamento de Matemática Aplicada I, Universidad de Vigo, Vigo, 2010.

OECD. PISA 2012 Results: creative problem solving – Students' skills in tackling real-life problems. (Volume V), PISA, **OECD Publishing**, 2014.

OLIVEIRA, José Carlos Gomes. **A visão dos Professores de Matemática do Estado do Paraná em Relação ao uso de Calculadoras na aulas de Matemática**. Tese (doutorado). Orientador: Sérgio Lorenzato. Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação. Campinas, SP: [s.n.], 1999. Disponível em: <
<http://cutter.unicamp.br/document/?code=vtls000189152>>. Acesso em: 26/06/2013.

PEDROSO, Leonor Wierzynski. **Uma Proposta de Ensino da Trigonometria com Uso do Software GeoGebra**. Porto Alegre: UFRGS, 2012. 271 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

RABARDEL, P. **Les hommes et les technologies**. Approche cognitive des instruments contemporains. Paris: A. Colin, 1995.