



I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática

01 a 06 de novembro de 2016

Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

CONTRIBUIÇÕES DE DUAS TEORIAS DIDÁTICAS NA CONCEPÇÃO DE UM APLICATIVO AD HOC

José Edeson de Melo Siqueira
EDUMATEC-UFPE, Brasil
edeson.melo@gmail.com

Franck Bellemain
EDUMATEC-UFPE, Brasil
f.bellemain@gmail.com

Resumo: Considerando a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval, elaboramos e aplicamos uma atividade na tentativa de identificar e tentar compreender as dificuldades dos estudantes ao procurarem articular as expressões algébricas à representação gráfica, da equação quadrática. A análise dos protocolos indicou a necessidade de um tratamento dinâmico das equações e do gráfico, implicando na exigência de se utilizar um programa computacional. Refletindo a luz da Transposição Informática de Balacheff analisamos três softwares disponíveis e, estudamos a proposta de outro que não estava mais acessível, que poderiam atender a condição de uma exploração dinâmica e articulada dos dois registros. Porém, apesar de suas qualidades, não atenderam às demandas do nosso trabalho, levando-nos a desenvolver um aplicativo ad hoc que contemplasse os requisitos levantados nos estudos preliminares.

Palavras-chave: Registro de Representação. Equações Quadráticas. Transposição Informática. Aplicativo ad hoc.

Introdução

A relevância da articulação entre a álgebra e a geometria, obtida através da geometria analítica, pode ser refletida não apenas nas produções científicas que deram origem a outras áreas da matemática, como a álgebra linear, mas também pelas aplicações nas mais diversas áreas científicas e tecnológicas, como as engenharias e a computação, dentre outras. Essa articulação entre registro algébrico e registro gráfico deve ser explorada nos vários níveis de ensino, considerando suas implicações na elaboração de modelos e na resolução de problemas, tanto na matemática quanto nas outras áreas do conhecimento, como por exemplo, na física. Neste caso, dois aspectos devem ser considerados em sua abordagem na escola: a passagem das equações¹ para o gráfico², e a do gráfico para as equações.

¹ Equações no sentido de expressões ou representações algébricas.

² Gráfico no sentido de representação gráfica.

Considerando as dificuldades dos estudantes em articular o registro gráfico aos registros algébricos da equação quadrática, pouco tratada na escola e frequentemente aceita, de maneira equivocada, como uma passagem “natural”, tanto nos *tratamentos* como nas *conversões*, nos levou a buscar uma ferramenta computacional que possibilitasse o tratamento dinâmico desses registros. Assim, nossa proposta consiste em explorar as potencialidades de dinamismo proporcionadas pela computação para favorecer essa articulação, particularmente, entre as formas algébricas da equação quadrática e suas metas propriedades e a forma gráfica da parábola.

Nesse sentido, destacamos que a ciência da computação tem disponibilizado ferramentas e métodos que, quando comparados com outros disponíveis na pesquisa em educação, revelam diferenças importantes tanto do ponto de vista dos objetivos quanto da natureza. Sendo assim, percebe-se a necessidade de pontes que venham conectá-los. Desse modo, algumas teorias devem ser adaptadas e estendidas com a introdução da informática nesse processo, isto é, tendo em vista, a riqueza e complexidade da mediatização dos saberes permitido pela computação, é necessário repensar o processo de *transposição didática* dos saberes (CHEVALLARD, 1985) integrando a dimensão informática. Esse processo de transposição foi descrito por Balacheff (1993) como um processo de *transposição informática*.

Ressaltamos também, que a *teoria dos registros de representações semióticas* de Raymond Duval (1995), se esforça em entender o funcionamento cognitivo na passagem entre diversos registros de representações, possibilitando desse modo, compreender especificamente as dificuldades e os problemas da aprendizagem em matemática relativos à articulação entre esses registros.

Em nossa pesquisa, buscamos identificar e compreender as dificuldades que os alunos apresentam na articulação entre os registros algébricos e gráficos da equação quadrática. Estes estudos apontaram para a necessidade de utilização de uma ferramenta computacional, que possibilitasse a integração e o tratamento dinâmico de ambos os registros de representação, considerando a passagem das equações para o gráfico e vice-versa. Assim, após analisarmos alguns softwares e constatarmos que apesar de suas qualidades e características, não atendiam às necessidades do nosso trabalho; procuramos desenvolver um aplicativo ad hoc, à luz das reflexões proporcionadas pela transposição informática e pela teoria dos registros de representações semióticas, que viesse contemplar as exigências levantadas, principalmente no que diz respeito à abordagem dinâmica.

Contribuições da teoria dos registros de representações semióticas

Ao analisar em que consiste a compreensão matemática e as razões das dificuldades de compreensão de muitos estudantes, Duval (2005) destaca que os conceitos matemáticos e suas complexidades epistemológicas, muitas vezes evocados, não são suficientes para caracterizar a originalidade e a especificidade do funcionamento do pensamento em matemática. Para ele, tal originalidade reside em procurar descrever o funcionamento cognitivo que possibilite ao aluno compreender, efetuar e controlar, ele próprio, a diversidade dos processos matemáticos que lhe são propostos em situação de ensino.

Além disso, ele destaca que do ponto de vista cognitivo a atividade requerida pela matemática se difere daquelas requeridas em outras áreas do conhecimento, e apresenta duas características que evidenciam tal diferença: a *importância das representações semióticas e a variedade de representações semióticas*. Esses diferentes tipos de representações semióticas utilizados em matemática são chamados de “registros” de representação, que podem ser caracterizados em quatro tipos: as figuras geométricas, as escritas algébricas e formais, as representações gráficas e a língua natural.

Duval (2005) destaca que um dos aspectos mais relevantes à originalidade da atividade matemática diz respeito à mobilização simultânea, de no mínimo, dois registros de representação, ou da possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação. Acrescenta ainda que a articulação dos registros constitui uma condição de acesso à compreensão em matemática.

Mas, para que haja mobilização e coordenação desses diferentes tipos de registros de representação, considerando um mesmo objeto matemático, se faz necessário que ocorram transformações de representações semióticas, podendo ser de dois tipos: os *tratamentos* e as *conversões*. Para Duval (2005) os *tratamentos* consistem em transformações de representações dentro de um mesmo registro, ou seja, ocorre internamente como, por exemplo, os processos de resolução de uma equação. Já as *conversões* implicam em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados, o que pode ser observado na passagem da escrita algébrica de uma equação para sua representação gráfica.

Considerando que em nosso estudo buscamos, inicialmente, identificar as dificuldades dos estudantes em *articular os registros algébricos e gráfico* (nos dois sentidos³)

³ Articular as representações algébricas – três formas: desenvolvida, fatorada e canônica – a sua representação gráfica, considerando tanto a passagem das formas algébricas para a forma geométrica como da forma geométrica para as formas algébricas.

da equação quadrática, entendemos tratar-se de transformações relacionadas às conversões de registros de representações. Como exemplo, podemos considerar as três formas algébricas - desenvolvida, fatorada e canônica - para a equação quadrática e sua *representação geométrica*⁴ correspondente no sistema de coordenadas cartesianas. Neste caso, pode-se partir da representação gráfica observando suas variáveis visuais (concauidade, abertura, vértice, interseção com os eixos, etc.) e escrever as equações, ou então, esboçar o gráfico considerando as características significativas das expressões algébricas (os valores e condições dos coeficientes).

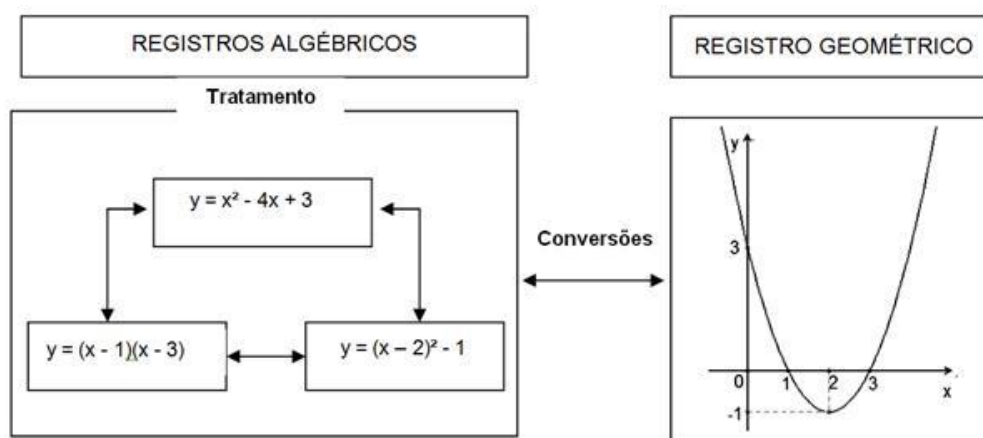


Figura 01 - Correspondência entre os registros algébricos e o gráfico.

Duval (2005) chama a atenção para o fato de se considerar simples e local, converter a representação de um objeto de um registro a outro, reduzindo muitas vezes a conversão a uma “codificação”. Desse modo, passar de uma equação para sua representação gráfica consistiria simplesmente em aplicar uma regra, onde um ponto está associado a um par de números no plano cartesiano. Neste caso, o autor destaca que “tal visão é superficial e enganadora”, uma vez que a regra de codificação permite apenas uma leitura pontual das representações gráficas, em contraponto a uma apreensão global e qualitativa.

A conversão entre gráficos e equações supõe que se leve em conta as variáveis visuais próprias dos gráficos (concauidade, intersecção com os eixos, etc.) e os valores escalares das equações (coeficientes positivos ou negativos, etc.). Além disso, se considerarmos, por exemplo, uma das formas da equação quadrática como registro de saída, teremos que ela não transparecerá totalmente no seu registro de chegada - representação gráfica. Neste caso, uma forma algébrica não seria suficiente para estabelecer correspondência com todas as variáveis

⁴ A expressão *representação geométrica* utilizada neste texto possui o mesmo sentido de *representação gráfica*, do mesmo modo, *forma geométrica* deverá ser compreendida como *forma gráfica*.

visuais do gráfico - vértice e interseção com os eixos - pois cada uma explicita algum ou alguns desses pontos, mas não todos.

Ainda com relação à atividade de conversão, Duval (2005) destaca que um objeto matemático não deve ser confundido com a representação que se faz dele, e o acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas. Essa aparente contradição o leva a apresentar o seguinte questionamento, denominado paradoxo da compreensão matemática: *como podemos não confundir um objeto e sua representação se não temos acesso a esse objeto a não ser por meio de sua representação?* Em seguida, ele examina a questão ressaltando a importância do registro em relação ao objeto⁵, pois *o conteúdo de uma representação depende mais do registro de representação do que do objeto representado*; ademais, acrescenta o autor, a compreensão em matemática implica a capacidade de mudar de registro.

É importante ressaltar que a compreensão em matemática implica a capacidade de passar de um registro de representação a outro - é na passagem de um registro para outro que se pode observar a importância da forma de representação - pois mudar de registro não consiste apenas em mudar o modo de tratamento, mais também em explicar as propriedades ou os aspectos diferentes de um mesmo objeto.

A mudança de registros de representações é abordada num artigo de Duval (1988), no qual são apresentadas análises acerca das variáveis visuais (posições e interseção com os eixos cartesianos) de gráficos da função afim $y = ax + b$ e das unidades simbólicas significativas da equação (coeficientes positivos ou negativos, maior menor ou igual a 1, etc.), bem como, as dificuldades dos alunos do ensino médio em relação à passagem do registro gráfico para o algébrico e do algébrico para o gráfico.

O autor destaca que a razão para profundas dificuldades em ler e interpretar as representações gráficas parece estar associada à falta de conhecimento das regras de correspondência semiótica, entre os registros gráficos e sua escrita algébrica. Nesse sentido, sugere uma descrição sistemática das variáveis visuais levando em consideração o procedimento de interpretação global das propriedades figurais, em que o conjunto traçado/eixo forma uma figura que representa um objeto descrito por uma expressão algébrica, possibilitando identificar as modificações realizadas na figura e na expressão. Isso

⁵ Segundo França (2007, p. 19), comentando sobre a distinção que se deve fazer entre representação e objeto, “Uma representação é um objeto matemático quando o sujeito reconhecer na representação seu conteúdo matemático”.

implica sair de um tratamento focado na associação “um ponto – um par de números” para a associação “variável visual da representação – unidade significativa da escrita algébrica”.

Gostaríamos de ressaltar que Maia (2007) estudou a conversão entre a representação algébrica e gráfica da função quadrática, tomando por base os estudos de Duval (1988). Muito embora nosso estudo não trate de funções, mas da articulação entre formas algébricas e forma geométrica, esses trabalhos foram relevantes para nossa investigação, por tratarem da passagem entre expressões algébricas e representações geométricas numa perspectiva dos registros de representações semióticas, considerando a interpretação global das propriedades figurais.

Tomando como referência esse contexto, foi possível elaborar um quadro para cada caso, diferenciando as variáveis visuais e unidades simbólicas correspondentes, referentes à equação quadrática nas formas desenvolvida $y = ax^2 + bx + c$, fatorada $y = a(x - x')(x - x'')$

e canônica ($y = a(x - m)^2 + k$, sendo $m = -\frac{b}{2a}$ e $k = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$).

A seguir, apresentamos um quadro síntese.

Três representações algébricas	←-----→		Uma representação gráfica
	USC ⁶	Variáveis visuais	
$y = x^2 - 4x + 3$ $y = ax^2 + bx + c$	a	Concavidade da parábola. Curvatura da parábola.	
	b c	Interseção com o eixo das ordenadas.	
$y = (x - 1)(x - 3)$ $y = a(x - x_1)(x - x_2)$	a	Concavidade da parábola. Curvatura da parábola.	
	x_1 x_2	Interseção(ões) com o(s) eixo(s) das ordenadas.	
$y = (x - 2)^2 - 1$ $y = a(x - m)^2 + k$	a	Concavidade da parábola. Curvatura da parábola.	
	m	Posição do vértice da parábola com relação ao eixo das abscissas	
	k	Posição do vértice da parábola com relação ao eixo das ordenadas.	

Quadro 1 - Correspondência entre as unidades simbólicas correspondentes das três representações algébricas da equação quadrática e a descrição das variáveis visuais da representação geométrica, a parábola.

Ao promover a articulação das três formas algébricas com a forma geométrica e da forma geométrica com as algébricas, buscamos tornar mais explícita a correspondência entre

⁶ Unidades Simbólicas Correspondentes.

os coeficientes e variáveis visuais, ou seja, enquanto uma equação explícita determinadas variáveis outras não, desse modo, uma complementar a outra.

Requisitos apontados no diagnóstico das dificuldades em articular as representações algébricas e a gráfica da equação quadrática

Sendo assim, elaboramos uma atividade com a finalidade inicial de proporcionar condições - através da resolução dos problemas propostos - para identificar e tentar compreender as dificuldades dos estudantes ao tentarem articular as expressões algébricas à representação gráfica, da equação quadrática. Por tratar da articulação de dois registros em relação à representação de um objeto matemático, nossa atividade foi constituída de questões que tratavam a conversão nos dois sentidos, ou seja, considerando ora a passagem do gráfico para as equações, ora das equações para o gráfico (invertendo-se os registros de saída e de chegada).

Desse modo, aplicamos a atividade em um grupo de 10 alunos da 3ª série do ensino médio de uma escola⁷ pública federal da cidade do Recife-PE, que trabalharam individualmente durante aproximadamente 2 horas, na produção de soluções para as questões propostas.

Os estudos preliminares e a análise dos protocolos evidenciaram dificuldades que apontaram para a necessidade de se utilizar um programa computacional, que atendesse aos seguintes requisitos:

- Proporcionar articulação entre a representação gráfica e as expressões algébricas, exigindo que a atenção esteja centrada sobre um conjunto de propriedades e não sobre valores particulares tomados um a um;
- Ser capaz de representar o gráfico e suas respectivas equações, de modo que, alterando a posição de alguns pontos destacados no gráfico possam ser obtidas modificações nas suas representações algébricas, também explicitadas na interface do software, e vice-versa, de modo que seja possível acompanhar as alterações no gráfico e nas demais expressões algébricas concomitantemente;
- Explicitar e permitir a exploração das três expressões algébricas com a mesma representação gráfica, de maneira que possam ser percebidas as

⁷ Na escolha da escola foi considerado a disposição dos alunos em colaborar e a proposta pedagógica em sintonia com os documentos oficiais do Ministério da Educação.

correspondências entre as unidades simbólicas das equações e os valores visuais da parábola.

De modo geral, todos os aspectos destacados indicaram para a necessidade de manipulação direta das equações e do gráfico, exigindo uma abordagem dinâmica de ambos, especialmente na passagem do gráfico para suas expressões algébricas, bem como, entre as equações.

Abordar a articulação entre os registros de representações algébricas e o geométrico nessa perspectiva, corresponde a um processo de descrição sistemática das variáveis visuais, considerando o procedimento de interpretação global das propriedades do gráfico, onde o conjunto traçado/eixo forma um gráfico que representa o objeto descrito pelas expressões algébricas, possibilitando identificar as modificações realizadas na representação gráfica e nas expressões algébricas, como defende Duval (1988).

Nesse sentido, a articulação entre os registros algébricos e o gráfico deveria acontecer nos dois sentidos, das equações para o gráfico, e vice-versa. Além disso, ao modificarmos os coeficientes (unidades simbólicas correspondentes) a, b, c, x_1, x_2, m ou k (Quadro 1) nas respectivas expressões algébricas, deveríamos ter as correspondentes alterações nas outras equações, bem como no gráfico (variáveis visuais), do mesmo modo, a recíproca, dar-se-ia pelo movimento de alguns pontos do gráfico com consequentes alterações nas representações algébricas, por meio dos coeficientes associados a cada uma das variáveis visuais (pontos de interseção como o eixo das abscissas, das ordenadas e coordenadas do vértice).

Assim, entendemos que as condições especificadas nos levam a fazer uso de um ambiente informático. Nesse contexto, acreditamos que um dos aportes do computador está na criação de novos registros “dinâmicos” de representação, onde as articulações entre variáveis visuais e unidades simbólicas correspondentes, podem aparecer nas variações conjuntas e contínuas, tanto dos elementos algébricos como geométrico. Além disso, a inserção do computador também poderá favorecer a compreensão dessas situações envolvendo a articulação dos registros por parte dos estudantes, como por exemplo, enquanto o aplicativo cuida da representação das coordenadas, do cálculo de valores e esboço do gráfico de forma dinâmica, o aluno concentra-se sobre as questões conceituais e de articulação desta forma geométrica com as formas algébricas, ou ao contrário, modificam-se os coeficientes das expressões algébricas e observam-se as variações ocorridas na representação gráfica.

Transposição didática informática: a transposição dos saberes no contexto da informática

Tomando por base, a ideia de que qualquer comunicação de um saber precisa ser transformado em função da comunidade alvo dessa comunicação; a transposição didática (CHEVALLARD, 1985), trata de estudar esse processo de adaptação, no caso do ensino e, portanto, investiga a transformação de saberes de referência para produzir saberes a ensinar, ou seja, refere-se à adaptação do conhecimento para transformá-lo em “conhecimento para ser ensinado”.

Com a implementação da informática no ensino, as condições do processo de transposição didática mudam, conseqüentemente, suas exigências e preocupações vão ter respostas diferentes, requerendo desse modo, que tais condições sejam adaptadas e estendidas. Essas adaptações e extensões deram origem ao conceito de *Transposição Informática*, introduzido por Balacheff (1993) como um complemento da transposição didática, para caracterizar as modificações do saber a ensinar com sua mediatização através do computador.

Balacheff & Bellemain (2007) definem *transposição informática* como o processo que organiza a especificação e a implementação de um modelo do saber. Uma grande parte desse processo trata das necessidades em acomodar-se às exigências de representações simbólica e computacional.

Gostaríamos de destacar que a introdução da informática no estudo destes processos não pode centrar-se apenas na mediação do saber a ensinar, uma vez que a introdução do computador participa da transformação do saber de referência. A transposição informática deve ser considerada não só do ponto de vista da integração das novas tecnologias no ensino, mas também, na perspectiva da sua produção.

Assim, devem ser consideradas algumas questões fundamentais no processo de transposição informática para integrar e aproveitar os métodos e conceitos da ciência da computação. Como por exemplo, a que diz respeito às representações e as manipulações dos objetos de saber pelo computador e a disponibilização desses elementos para o sujeito, bem como, algumas propriedades das representações gráficas no computador e suas conseqüências sobre o processo de transposição.

Para Bellemain (2000), além de poder influenciar sobremaneira o processo de determinação do saber a ensinar, as maiores contribuições do computador na educação aparece quando o processo de transposição didática considera a introdução do computador desde o seu início. Desse modo, a transposição informática não se restringe apenas ao

complemento da transposição didática, mas, corresponde ao processo de transposição didática integrando explicitamente a dimensão informática desde o princípio.

Ainda mais, através de sua potencialidade ao realizar cálculos, o computador possibilita a exploração e a construção de conhecimentos sobre novos registros de representação do saber e favorece a introdução desses objetos no ensino. Como exemplo dos novos registros de representação, podemos destacar os registros gráficos em movimento proporcionado pela geometria dinâmica através da manipulação direta e das articulações das representações. Do ponto de vista do suporte material, a ciência da computação multiplica as linguagens e ferramentas, permitindo representar e manipular os mais diversos saberes, através da possibilidade de criar novas representações dos objetos.

A procura de uma ferramenta computacional para atender as necessidades emanadas nos estudos preliminares

Além dessas considerações a respeito das implicações da inserção da computação no ensino, algumas pesquisas destacaram especificamente a importância da utilização de um recurso computacional na articulação dos registros de representações algébricas e geométricos, como: Souza (1996), Silva et al (2002), Santos (2002) e Maia (2007). Estes estudos evidenciaram que o uso de uma ferramenta computacional favoreceu tanto aos professores - na observação e análise dos fenômenos ocorridos na pesquisa - quanto aos alunos, por exemplo, na percepção de fenômenos através da visualização e experimentação por meio das variações realizadas no gráfico e na equação simultaneamente proporcionada pelo tratamento dinâmico dos objetos matemáticos, colaborando desse modo com a constatação de regularidades e a construção de conceitos.

Nesse sentido, buscando atender as especificidades evidenciadas nos estudos preliminares acerca de uma ferramenta computacional que fosse capaz de satisfazer aos requisitos elencados, procuramos um software que fosse capaz de representar o gráfico e suas respectivas equações, todas explicitadas na interface do software, permitindo, além disso, que a partir do movimento de alguns pontos no gráfico - relacionados às variáveis visuais, como: os pontos de interseções com os eixos e o vértice - pudessem ser obtidas modificações nas suas representações algébricas. De maneira análoga, modificando os coeficientes das equações em qualquer uma de suas formas - unidades simbólicas correspondentes - deveria se obter as alterações no gráfico e nas demais formas algébricas; neste último teríamos o *tratamento* das equações.

Assim sendo, decidimos investigar os seguintes softwares que se propunham a articular equações e gráficos ou que possibilitavam essa função, dentre outras: O *Cabri-Géomètre II - Plus* desenvolvido por Franck Bellemain e Jean-Marie Laborde, software (não gratuito) de Geometria Dinâmica; o *GeoGebra* é um software gratuito de matemática dinâmica que oferece recursos de geometria, álgebra e cálculo, criado por Markus Hohenwarter e o *Winplot* desenvolvido por Richard Parris, da Phillips Exeter Academy, este programa de domínio público é utilizado para construir e explorar gráficos de funções obtidos a partir da definição de sua expressão algébrica no plano ou no espaço.

Já o software Function Probe foi desenvolvido na Cornell University, por uma equipe liderada por Jere Confrey, e permitia explorar a ideia de funções através de múltiplas representações (equação, gráfico e tabela) disponíveis em três janelas. Aqui, o aluno poderia explorar as funções pela manipulação de uma representação ou através das ligações entre as várias representações. De fato, as ferramentas oferecidas por esse software são interessantes no contexto da nossa pesquisa, desde que elas permitam articular os registros simbólicos ou algébricos e o gráfico através das ligações entre as transformações geométricas da curva e as transformações simbólicas das expressões. Porém, como no caso do GeoGebra, não temos como dispor de duas formas da equação de uma mesma curva ao mesmo tempo. E mesmo querendo utilizá-lo, ele não está mais disponível e somente rodava no Macintosh (Apple). Todavia, entendemos sua importância em abordar ideias fundamentais sobre a manipulação das funções e seus gráficos em ambientes computacionais.

Ressaltamos que os softwares analisados, apesar de suas qualidades, não atenderam às necessidades do nosso trabalho; fazendo-se necessário o desenvolvimento de um aplicativo que contemplasse as exigências levantadas em nosso estudo.

Articulação dinâmica de registros de representação em ambiente computacional

Destacamos que a criação, por meio do computador, de verdadeiros registros de representação semiótica - no sentido de Duval (1995) e destacada por Balacheff (1999) - tem por objetivo facilitar, através da manipulação dessas representações, a compreensão dos conceitos representados.

Considerando o fato de o computador apresentar muitos recursos, que podem assistir o educador nas tarefas didáticas, parece-nos possível conceber com a tecnologia computacional, ambientes que venham contemplar as especificidades dos conteúdos associadas à possibilidade de representação e exploração dos objetos matemáticos, como por exemplo, na

criação de novos registros “dinâmicos” de representação, onde as articulações entre variáveis visuais e unidades simbólicas correspondentes, podem aparecer nas variações conjuntas e contínuas, tanto dos elementos algébricos como geométrico.

Esses ambientes de que necessitamos podem ser concebidos como simuladores⁸. Em situações de ensino, segundo Bellemain (2000), uma simulação⁹ no computador funciona como um sistema de representação dinâmica de um modelo, conduzindo o aluno, através da observação, à construção de conhecimentos a partir da exploração de comportamentos de objetos e fenômenos.

Assim, considerando os princípios da Transposição Informática de Balacheff (1993) e da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2005), bem como, as necessidades levantadas em nosso estudo, desenvolvemos um aplicativo ad hoc denominado *Formas*, um software que apresenta funcionalidades indo no sentido dos desenvolvimentos da nossa pesquisa.

Formas: um protótipo em resposta as necessidades diagnósticas

O aplicativo *Formas*¹⁰ foi desenvolvido como um simulador que permite explorar de maneira dinâmica equações quadráticas nas formas algébricas, desenvolvida, fatorada e canônica, simultaneamente articuladas a sua representação gráfica. Esse programa permite tanto a passagem das expressões algébricas para a representação gráfica, quanto do gráfico para as equações. A primeira se dá mediante a possibilidade de modificarmos os coeficientes em qualquer uma das equações; já a segunda é feita a partir da movimentação dos pontos de interseções com os eixos, do vértice, ou através dos demais pontos do gráfico. No último caso, serão preservadas apenas a concavidade e a abertura da parábola, uma vez que os deslocamentos da curva ocorrerão por meio da movimentação dos pontos não especificados, gerando translações.

⁸ Mesmo considerando que os meios tecnológicos não são unicamente informáticos, visto que existem simuladores tanto concretos como virtuais, entendemos que o computador tem um papel privilegiado na elaboração de simulações, ao fornecer meios de multiplicar as suas possibilidades.

⁹ Considerando o significado atribuído por Bellemain, Bellemain & Ferreira (2006) simulação consiste na reprodução, por meios tecnológicos, de propriedades e comportamentos de objetos ou fenômenos concretos.

¹⁰ Ressaltamos que o desenvolvido do aplicativo se deu em linguagem de programação Java, sendo o mesmo gratuito, de simples manipulação e de fácil instalação, disponível em www.lematec.net.br/formas.html, podendo ser executado em ambientes Windows ou Linux.

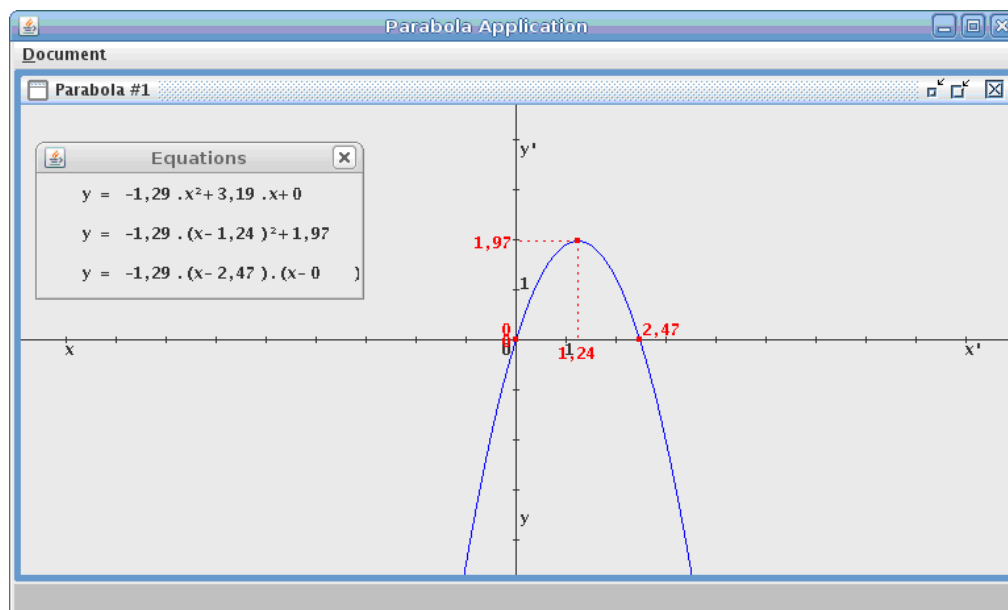


Figura 02 - Interface do aplicativo *Formas*: Gráfico com concavidade para baixo e tendo uma das interseções com o eixo das abscissas igual a zero.

Aqui o gráfico apresenta a concavidade para baixo, com o valor de $a < 0$, o que fica evidenciado nas três expressões algébricas. Além disso, sua interseção com o eixo das ordenadas é igual a uma das interseções com o eixo das abscissas, com implicações na equação desenvolvida, fazendo o $c = 0$, e na forma fatorada uma das raízes igual a zero.

O aplicativo *Formas* também dispõe das opções de esconder qualquer uma das equações, ocultar os pontos destacados no gráfico - as interseções com os eixos e o vértice - e impossibilitar o movimento do gráfico; neste caso, o aluno é levado a abstrair acerca das implicações das mudanças ocorridas nos coeficientes das equações, pois não conta com os movimentos da representação gráfica.

Com o *Formas*, o aluno tem a sua disposição um conjunto de ferramentas que pode o auxiliar na medida em que as dificuldades forem emergindo; como, por exemplo, se de antemão já sabemos que irá surgir dificuldades relativas à translação do gráfico, o aluno contará com dispositivos no aplicativo que possibilita realizar translações antes só possíveis na imaginação. Agora pode ser visualizada e explorada, ajudando-o assim no entendimento da situação.

Considerações

Um dos resultados bastante significativo desta pesquisa foi a definição e o desenvolvimento do aplicativo *Formas*, elaborado a partir das necessidades indicadas no

estudo piloto. Este oferece a possibilidade de realizar deslocamentos no gráfico e de modificação nas formas algébricas, favorecido pelo princípio de manipulação direta destes objetos implantado na interface, e permite o acesso rápido e contínuo a muitas situações, constituindo-se numa ferramenta rica na promoção da articulação entre as formas algébrica e geométrica.

Ressaltamos que o desenvolvimento do aplicativo *Formas* foi um resultado importante, não apenas pela tecnologia produzida que efetivamente ajuda na exploração dinâmica de equações e gráficos, tendo em vista suas *conversões*, mas principalmente pelo princípio adotado no sentido de utilizar as reflexões didáticas na definição específica de uma tecnologia, quando com frequência o processo é o oposto. Isto é, constrói-se um quadro teórico e uma metodologia em função de ferramentas computacionais já existentes.

Em nosso caso, buscamos “integrar”¹¹ as representações semióticas, no sentido de Duval (1995, 2005) as ideias da Transposição Informática de Balacheff (1993) no desenvolvemos do aplicativo, tomando por base as necessidades de articular concomitantemente equações e gráfico, considerando uma apreensão global e evidenciando as variáveis visuais correspondentes às unidades simbólicas.

Gostaríamos de destacar a importância da articulação entre álgebra e geometria na evolução dos conhecimentos matemáticos, embora atualmente, no ensino de matemática, essa articulação seja considerada como sendo algo natural, segundo as abordagens dos livros didáticos e dos professores. Porém, isso não é trivial para o aluno, como foi observado nessa e em outras pesquisas, visto que, a articulação é trabalhada em casos bem específicos, partindo-se do cálculo das coordenadas através de tabelas, seguido pelo procedimento ponto a ponto para traçar o gráfico. Desse modo, ressaltamos a necessidade de um trabalho aprofundado sobre a articulação álgebra-geometria no ensino da matemática, talvez ampliando o estudo para a os registros algébricos e gráficos de funções e considerando a integração de outras tecnologias computacionais articuladas a uma nova versão do simulador *Formas*.

Referências

BALACHEFF, N. **Cours de DEA EIAH**, Grenoble, 1999-2000, www-didactique.imag.fr/CoursEIAH/index.html, 1999.

¹¹ Os quadros elaborados com base nos trabalhos de Duval (1988) e Maia (2007), contribuíram para a definição do aplicativo, cujo desenvolvimento está fundamentado na Transposição Informática de Balacheff (1993).

I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática

01 a 06 de novembro de 2016

Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

BALACHEFF, N. **La transposition informatique.** In: ARTIGUE et al. (eds.). 20 ans de didactique des mathématiques en France. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1993.

BALACHEFF, N., BELLEMAIN, F. **Conhecimento, a pedra angular do design de TEL.** Tópicos Educacionais, Volume 17 n°1-3, CE-UFPE, Recife, 2007.

BELLEMAIN, F. **A transposição informática na engenharia de softwares educativos.** I SIPEM, 22 a 25 de novembro, Serra Negra (SP), 2000.

BELLEMAIN, F. G. R.; BELLEMAIN, P. M. B.; FERREIRA, V. G. G.. Simulação no ensino da matemática: Um exemplo com Cabri-Géomètre para abordar os conceitos de área e perímetro. In: SIPEM - **Seminário Internacional de Pesquisas em Educação Matemática.** 2006, Águas de Lindóia. Anais do III SIPEM, V. único. Recife, SBEM, 2006.

CHEVALLARD, Y. **La Transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné.** Grenoble: La pensée sauvag éditions, 1985.

DUVAL, R., **Graphiques et Equations** : L'articulation de deux registres, Annales de Didactique et de Sciences Cognitives. 1º IREM de Strasbourg, 1988.

DUVAL, R., Registros de Representações Semióticas e o Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: Machado, S. D. A. (Org.), **Aprendizagem em Matemática Registros de Representações Semióticas.** Campinas – SP: Papyrus, 2005.

DUVAL, R. **Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels.** Berne, Suisse: Peter Lang, 1995.

FRANÇA, M. V. D. **Conceitos fundamentais de álgebra linear: uma abordagem integrando geometria dinâmica.** (Dissertação Mestrado). Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, PUC-SP, São Paulo, 2007.

MAIA, D. **Função Quadrática: Um Estudo Didático de uma Abordagem Computacional.** (Dissertação Mestrado). Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, PUC-SP, São Paulo, 2007.

SANTOS, E. P., **Função afim $y=ax+b$: A articulação entre os registros gráfico e algébrico com o auxílio de um software educativo.** (Dissertação Mestrado). Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, PUC-SP, São Paulo, 2002.

SILVA, B. A. et all, Uma ruptura do contrato didático no estudo de comportamento de funções. **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, São Paulo, n. 11A Edição Especial, p. 73-77, abril 2002.

SOUZA, T. A. **Calculadoras Gráficas: Uma Proposta Didático-Pedagógica para o Tema Funções Quadráticas.** (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática) UNESP, Rio Claro – SP, 1996.