



I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática

01 a 06 de novembro de 2016

Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

A CONDUÇÃO DO ESTUDO DE ÁREA DE FIGURAS PLANAS POR UM PROFESSOR DE MATEMÁTICA DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.

Marilene Rosa dos Santos
Universidade de Pernambuco, Brasil
rosa.marilene@gmail.com

Resumo: Este trabalho tem por objetivo analisar as praxeologias matemática e didática existentes na prática docente de um professor de matemática do 6º ano do ensino fundamental acerca do conceito de área de figuras geométricas planas. A fundamentação teórica está alicerçada no modelo de área enquanto grandeza proposto nos trabalhos de Douady e Perrin-Glorian (1989), Bellemain e Lima (2002), Bellemain (2013) e na Teoria Antropológica do Didático desenvolvidas por Chevallard (1991; 1999) e seus colaboradores, que situa a atividade matemática dentro do conjunto de atividades humanas e das instituições sociais. Os procedimentos metodológicos se baseiam em uma abordagem qualitativa, que consistiu na observação das aulas de um professor de matemática, sobre área de figuras geométricas planas, em uma escola pública municipal da Cidade do Paulista/PE. Os resultados indicam que, há uma ênfase no tipo de tarefa TD- determinar a medida da área de uma figura ou região. As técnicas utilizadas concentram-se basicamente em contagem e uso de fórmulas. O bloco tecnológico-teórico nem sempre é exposto e explicado de forma clara e a organização didática caracteriza-se como Clássica tecnicista.

Palavras-chave: Praxeologias. Teoria Antropológica do Didático. Área de figuras planas.

Introdução

O conceito de área, em particular, tem um papel importante no currículo de Matemática da escola básica. Primeiro, pela aplicação no cotidiano e nas práticas profissionais, como, por exemplo, estimar a medida da área de um terreno, pintar uma parede, colocar cerâmica no piso, etc. Segundo, por permitir a articulação com outros conceitos da Matemática, tais como fração, produtos notáveis, etc. Também, por favorecer a conexão com outras disciplinas escolares tais como Geografia, Física, Química, etc. Por isso, para que o conceito de área cumpra tais funções no currículo é necessária uma sólida construção conceitual.

Embora, na matemática escolar, algumas vezes considere-se área como um conteúdo do campo da geometria, consideraremos aqui, em conformidade com os trabalhos de Douady

e Perrin-Glorian (1989), Baltar (1996), Bellemain e Lima (2002), Anwandter-Cuellar (2012), Bellemain (2013), como componente do campo das grandezas geométricas.

O campo das grandezas geométricas, por sua vez, está inserido, de uma forma geral, no estudo das grandezas e medidas, o qual, nos Parâmetros Curriculares Nacionais- PCN, é considerado um “articulador entre diversos conteúdos matemáticos, por proporcionar um vasto campo de problemas que permitem consolidar e ampliar a noção de número e possibilitar a aplicação de noções geométricas” (BRASIL, 1998, p.85). Dentro desse contexto, está inserido o conceito de área de figuras geométricas planas.

No entanto, durante muito tempo, o ensino do conceito de área foi marcado por um foco muito forte no treino das conversões de unidades de medidas e na introdução de fórmulas sem que houvesse a atribuição do seu significado, tanto em livros didáticos como na prática docente. Por isto, o processo de ensino e de aprendizagem do conteúdo “área” é permeado por inúmeras dificuldades, como já constatado por diversas pesquisas (BALTA, 1996; DUARTE, 2002; SANTOS, 2005; TELES, 2007, SANTOS, 2015). Nesse sentido, o papel do conceito de área no currículo da escola básica e as dificuldades conceituais de aprendizagem, ainda frequentes, justifica o interesse de estudar esse tema.

Temos por pressuposto que o ensino do conceito de área vem sendo gradativamente modificado diante dos estudos evidenciados nas diversas pesquisas científicas e das orientações propostas por documentos oficiais, a exemplo do PCN (BRASIL, 1998), os quais sugerem atividades que envolvam tarefas de comparação, medidas, estimativas e produção. Sendo assim, nos questionamos como são caracterizadas, atualmente, as organizações matemática e didática das aulas do professor de matemática do 6º ano do ensino fundamental em relação ao conceito de área de figuras geométricas planas?

Nosso interesse em analisar a prática docente do professor justifica-se pelo fato de entendermos que, ao longo dos anos, ele vem construindo sua identidade profissional em uma sociedade globalizada, que exige novos saberes, conhecimentos, competências, habilidades e atitudes que lhe possibilite intervir em uma realidade educativa diversa e transitória.

Na escola, o professor é um dos responsáveis pela transformação do saber a ensinar no saber ensinado. Nesse processo, geralmente é designado pelo sistema de ensino as diretrizes curriculares, que deverão ser ensinadas por ele. No entanto, sua prática docente, muitas vezes, determina o melhor momento para introduzir na sala de aula certo conteúdo, ele é livre para escolher a maneira como será vivenciado o assunto, ou seja, uma espécie de currículo orquestrado pelo professor.

Nesse contexto, na busca de resposta à nossa indagação, utilizamos a Teoria Antropológica do Didático (TAD), que consideramos como sendo uma das linhas de pesquisa da Educação Matemática. Essa teoria foi proposta por Yves Chevallard na década de 90 e ampliou a estrutura conceitual já existente na Didática da Matemática, pois, a partir de então, o olhar passa, também, para a análise dos fenômenos didáticos que emergem em uma sala de aula.

Segundo Chevallard (1991; 1999), a Teoria Antropológica do Didático (TAD) estuda o homem diante do saber matemático e, mais particularmente, frente a situações matemáticas. Esse autor compreende um saber constituído pelas noções de *tipo de tarefa, técnica, tecnologia e teoria* e que o conjunto dessas noções organizadas, para um tipo de tarefa, forma uma *organização praxeológica*, a qual é uma ferramenta teórico-metodológica que permite modelar as práticas sociais em uma instituição. Essa organização pode ser de natureza matemática ou didática.

A Organização Matemática (OM) estuda a situação, por exemplo, que se observa em uma sala de aula, em relação ao objeto matemático (tipo de tarefa, técnica, tecnologia e teoria). A Organização Didática (OD), além de observar os objetos matemáticos, também observa a maneira como essa situação foi construída (momentos de estudos), logo nos apoiamos, também, nas ideias de Gáscon (2003), que elaborou um “sistema de referência” que permite identificar as OD *possíveis* referentes ao desenvolvimento de atividades de Matemática.

Sendo assim, temos por objetivo analisar as praxeologias matemática e didática existentes na prática docente de um professor de matemática do 6º ano do ensino fundamental acerca do conceito de área de figuras geométricas planas. Portanto, apresentaremos, a seguir, o referencial teórico adotado, a metodologia e as análises dos nossos resultados. Por fim, nossas considerações finais e referências.

Referencial teórico

O conceito de área de figuras planas além de está presente nas práticas sociais, favorece a articulação com outros blocos da matemática, permite articular com outros conceitos matemáticos e também, por meio dele, é possível vivenciar a interdisciplinaridade na escola, pois ele pode contribuir na compreensão de contextos ou problemas de outras áreas de conhecimento. Devido à riqueza das suas conexões e à presença no cotidiano, poderíamos supor que o ensino do conceito de área ocorreria de modo simples e que resultaria em uma

efetiva aprendizagem do estudante. Entretanto, investigações no domínio da Didática da Matemática revelam a existência de lacunas conceituais relativas ao processo de ensino e de aprendizagem dessa grandeza, o que tem motivado diversos pesquisadores nacionais e internacionais a pesquisar sobre o tema em tela.

Realizando uma revisão na literatura, percebemos que existem pesquisas envolvendo área de figuras planas com diversos objetivos e sob o olhar de diversas teorias, entre eles: pesquisas que realizaram intervenções didáticas ou propostas de ensino para formação de professores, tais como Moreira (2010) e Facco (2003); análise da abordagem do livro didático como, por exemplo, Carvalho (2012), Silva (2011), Santos e Bellemain (2007). Ainda, temos pesquisadores cujo interesse de estudo está associado a dois objetos de estudo, geralmente observando relações entre eles, como as pesquisas envolvendo a abordagem do livro didático e os conhecimentos mobilizados pelos alunos (TELES, 2007; SANTOS, 2005), assim como, o distanciamento entre a abordagem do livro e a prática docente (SANTOS, 2015).

Apesar de nossa pesquisa não se voltar diretamente para o processo de aprendizagem, o nosso referencial teórico, que adota área como grandeza autônoma, partiu de uma pesquisa realizada na França pelas pesquisadoras Douady e Perrin-Glorian na década de 80 com estudantes no nível equivalente ao 2º ciclo do ensino fundamental brasileiro, e detectaram algumas dificuldades conceituais de aprendizagem em relação ao conceito de área, como, por exemplo: a área está ligada à superfície e não se dissocia de outras características dessa superfície, ou seja, se duas superfícies distintas possuem a mesma área, para os alunos terão também o mesmo perímetro.

Nesse contexto, as autoras categorizaram as aprendizagens dos estudantes em relação ao conceito de área em concepções geométricas e concepções numéricas, afirmando que alguns alunos desenvolveram uma concepção geométrica ou uma concepção numérica, ou ambas, mas de forma isolada (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989).

As concepções numéricas seriam aquelas, segundo as quais, só são considerados os aspectos pertinentes para o cálculo. Enquanto que às concepções geométricas caracterizam-se pela confusão entre área e superfície, perímetro e contorno.

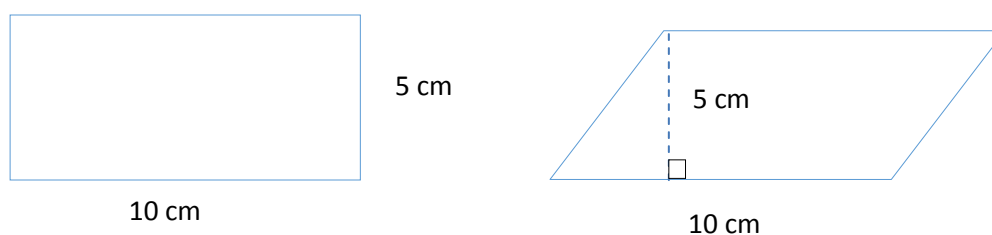
Então, a partir da caracterização anterior e da identificação de erros decorrentes dessas concepções, as autoras elaboraram e experimentaram uma engenharia didática, chegando à conclusão que a abordagem do conceito de área como grandeza autônoma favorece a construção das relações necessárias entre os aspectos geométricos e numéricos na resolução de tipos de tarefas que envolvem área de figuras geométricas planas. Além disso, elas partem

da hipótese que associar precocemente uma superfície a um número contribui para o amálgama entre diversas grandezas.

Tomar a abordagem do conceito de área como grandeza corresponde a distinguir três quadros¹: geométrico, constituído por superfícies planas (quadrado, paralelogramo, triângulo, etc.); numérico, consistindo nas medidas das superfícies planas, que pertencem ao conjunto \mathbb{R}^+ (5; 10; 8,5; 4,7 etc.) e o das grandezas, constituídas por classes de equivalência de superfícies de mesma medida. Expressões compostas de um número e de uma unidade de medida são uma maneira de designar área como grandeza (3cm^2 , $10,5\text{m}^2$, 100mm^2).

Nesse sentido, é necessário que o aluno, antes de aprender a medir área, diferencie área e superfície, considerando que duas superfícies de formas diferentes podem ter uma mesma área. No exemplo a seguir, apresentamos duas superfícies diferentes, porém com a mesma medida de área. Para ficar mais claro para o leitor, nos apoiamos na equivalência numérica, como podemos perceber na figura a seguir.

Figura 01 – Modelos de superfícies diferentes que apresentam a mesma medida de área



Fonte: Santos (2015, p.64)

Da mesma forma, a construção do conceito de área deve distinguir área do número. Exemplo: dado um quadrado de lado medindo 2m teremos a medida da área igual a 4m^2 . Por outro lado, se a unidade de medida escolhida for o centímetro teremos o mesmo quadrado com lado medindo 200 cm e área medindo $40\,000\text{cm}^2$; logo, mudaram as medidas, mas a área permanece inalterada. Além disso, é preciso abordar, ainda nesse período de estudo, as diferenças entre área e perímetro.

Um dos estudos a respeito do conceito de área baseado nas ideias acima foi realizado por Baltar (1996), que por meio da Teoria dos Campos Conceituais classificou as situações que dão sentido ao conceito de área, enquanto grandeza, em três classes, comparação, medida e produção de superfícies. Para essa autora, as situações de comparação estão localizadas essencialmente no quadro das grandezas, pois ao compararmos duas superfícies é necessário

¹ Para Douady (1986), um quadro é constituído por objetos da matemática, das relações entre esses objetos, de suas formulações eventualmente diversas e das imagens mentais que o sujeito associa a um momento dado aos objetos e suas relações.

decidirmos se elas pertencem ou não a uma mesma classe de equivalência. O quadro numérico é destaque nas situações de medida, que têm por finalidade a passagem do quadro das grandezas para o quadro numérico. E, em relação às situações de produção de superfícies, apesar de a resposta esperada mobilizar o quadro geométrico, a intervenção dos outros quadros pode ser tão importante quanto ele.

Baseada na classificação de Baltar (1996) referente às situações que dão sentido ao conceito de área; no trabalho de Anwandter-Cuellar (2012) que estabeleceu gêneros de tarefas relativas às grandezas, e em Bellemain (2013) que construiu o “filtro da grandeza área”, ou seja, um instrumento teórico metodológico que norteia as análises do ensino da área de figuras planas, Santos (2015, p. 84) considerou os seguintes tipos de tarefa para a espécie da grandeza área:

- TC – Comparar medidas de áreas de figuras geométricas planas;
- TD - Determinar a medida da área de uma figura ou região;
- TT - Converter unidades de medida de área;
- TE – Estimar medidas de área de figuras planas;
- TO – Operar com medidas de áreas de figuras planas;
- TP - Produzir superfícies de área dada;
- TG - Determinar o valor de uma grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área de figuras planas;
- TU - Estudar os efeitos de deformações e transformações geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies.

Para analisar o conceito de área na prática do professor de matemática adotamos a Teoria Antropológica do Didático (TAD) que situa a atividade matemática dentro do conjunto de atividades humanas e das instituições sociais. Essa teoria se interessa, também, pelas condições sob as quais um determinado saber vive em uma instituição específica como, por exemplo, a sala de aula.

Dessa forma, Chevallard (1999) parte do pressuposto que toda atividade humana, por exemplo: comparar a área de duas figuras geométricas planas, digitar um texto ou preparar o almoço pode ser descrita por um modelo único, ou seja, uma organização praxeológica ou praxeologia.

De forma específica, vamos nos interessar pelas praxeologias relativas ao saber matemático. O estudo de um tema matemático pode ser realizado por meio da descrição e análise levando em consideração duas dimensões na prática do professor. A primeira é “a realidade matemática que pode ser construída em uma aula, onde o tema é estudado”, que será denominada de **organização ou praxeologia matemática** e “como se pode construir esta realidade matemática, ou seja, como ele pode realizar o estudo do tema”, também chamado de **organização ou praxeologia didática** (CHEVALLARD, 1999, p. 228).

Assim, esse autor acrescenta aos conceitos primitivos já existentes na teoria, as noções de tipos de tarefas (T), técnicas (τ), tecnologia (θ) e teoria (Θ). Logo, a organização praxeológica é constituída de quatro elementos articulados [T, τ , θ , Θ] que permitem modelar as práticas sociais em geral e, em especial, a atividade matemática. A organização ou praxeologia matemática visa determinar a realidade matemática presente em termos de **tipos de tarefas** (T) a serem cumpridas por meio de **técnicas** (τ), justificadas por **tecnologias** (θ) que são validadas pela **teoria** (Θ) relativas a um objeto do saber; no nosso caso, área de figuras planas, em uma sala de aula de matemática do 6º ano do ensino fundamental.

Para Chevallard (1999), a noção conferida ao *tipo de tarefa* (T) reflete no sentido antropológico da teoria, supõe a existência de objetos bem precisos e inclui apenas as ações que são humanas, ou seja, que não são provenientes diretamente da natureza. Na maioria das vezes, a noção de tipo de tarefa está relacionada a um objetivo claro e exato, geralmente expresso inicialmente por meio de um verbo de ação mais o complemento da frase, como, por exemplo, determinar a medida da área de uma figura plana.

Para resolver os tipos de tarefas devemos realizar determinados procedimentos. Essa maneira ou ‘caminho’ de fazer determinada tarefa é designada por Chevallard (1999) como *técnica* (τ). Essas técnicas utilizadas para realizar um tipo de tarefa precisam ser justificadas dentro de um discurso lógico, claro e coerente, surgindo, então, a noção de *tecnologia* (θ), a qual Chevallard (1999, p. 223) define como “um discurso racional (logos) sobre a técnica”. O último elemento da praxeologia é a teoria (Θ) que, em outras palavras, é a justificativa e o esclarecimento da tecnologia.

Já a organização didática (OD) está relacionada com a maneira pela qual a realidade matemática poderá ser estudada, isto é, enquanto a organização matemática visa, por exemplo, o estudo matemático do conceito de área de figuras planas desenvolvido em uma sala de aula, a organização didática refere-se ao modo de fazer esse estudo.

Segundo Farias (2008), as organizações didáticas estão relacionadas com as possibilidades de ação, ou seja, as diversas alternativas de organizar o processo de ensino e de aprendizagem da matemática em uma instituição concreta. Para isso, Chevallard (1999) estruturou em seis momentos: o *primeiro encontro* do aluno com a organização matemática; o da *exploração dos subtipos de tarefa e elaboração de técnicas*; o da *constituição do ambiente tecnológico e teórico*; o do *trabalho da técnica*; o da *institucionalização*; e o da *avaliação*. Esses momentos didáticos permitem evidenciar o desenvolvimento de uma organização didática, cujo objetivo é o ensino de determinado saber, no nosso caso, área de figuras geométricas planas.

Para ampliar a caracterização de uma organização didática, Gascón (2003), baseado nas ideias da TAD, elaborou um “sistema de referência” que identifica as OD possíveis ao se referir ao desenvolvimento de atividades de matemática. Esse autor estabelece três tipos de organização didática: Clássica, Empirista e Construtivista.

A primeira, OD clássica - integra o momento tecnológico-teórico (θ, Θ) e o trabalho da técnica (T, τ) e se “caracteriza, entre outras coisas, pela banalização da atividade de resolução de problemas e por considerar que o ensino de matemática é um processo mecânico totalmente controlado pelo professor” (GASCÓN, 2003, p.20). Logo, o estudante é considerado uma tábua rasa e para isso ele precisa resolver muitas tarefas para poder aprender o conceito.

A segunda, OD empirista – que combina os momentos exploratórios (Ex) e o trabalho da técnica (T, τ). Caracteriza-se pela importância dada à tarefa de resolver problemas dentro do processo didático e por “considerar que o aprender matemática (como aprender a nadar ou a tocar piano) é um processo indutivo baseado na imitação e na prática” (GASCÓN, 2003, p. 20). Aqui, o aluno é convidado a aprender matemática resolvendo problemas que não são triviais e que vão além do que simplesmente aplicar técnicas.

Já a terceira, OD construtivista – que integra os momentos tecnológico-teórico (θ, Θ) e o exploratório (Ex), distingue-se das outras por contextualizar as tarefas de resolução de problemas situando-os em uma atividade mais ampla, além de considerar que a aprendizagem é um processo ativo de construção de conhecimento. Aqui, Gascón (2003) separa em dois eixos, que são o construtivismo psicológico e o construtivismo matemático. O primeiro dá grande importância ao papel da resolução de problemas, embora seja como um simples meio para construir conhecimentos novos. No entanto ignora a função do trabalho da técnica na aprendizagem da matemática. O segundo baseia-se no próprio processo de modelização da matemática. Nessa organização didática os problemas são contextualizados ao ponto de “identificar-se o objetivo da resolução de problemas como a obtenção do conhecimento sobre o sistema modelizado” (GASCÓN, 2003, p. 29).

Procedimentos Metodológicos

Este artigo apresenta uma metodologia de abordagem qualitativa, que teve como propósito de verificar como um professor de matemática, que leciona no 6º ano do ensino

I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática

01 a 06 de novembro de 2016

Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

fundamental em uma escola pública do município do Paulista/PE, organiza matematicamente e didaticamente as suas aulas, quando o conteúdo em foco é área de figuras geométricas planas.

Para atender a esse propósito, utilizamos a videogravação como instrumento de coleta de dados na técnica de observação da sala de aula. Dessa forma, filmamos dez aulas (início até o término da abordagem do conteúdo de área de figuras planas), cada uma com a duração de 50 minutos, totalizando 8h20minutos de gravação. Para a análise das observações das aulas tomamos dois focos: a organização matemática e a organização didática do conceito de área de figuras geométricas planas.

Os critérios de análise da organização matemática além de se basear na praxeologia matemática (tarefa, técnica, tecnologia e teoria), também nos apoiamos no filtro da grandeza área, elaborado por Bellemain (2013) e adaptados por Santos (2015). No entanto, na análise dos resultados, essas categorias foram analisadas de maneira articulada dentro da própria organização matemática. Já, os critérios de análise da organização didática basearam-se nos momentos de estudos descritos por Chevallard (1999), dessa forma tivemos:

Quadro 01 – Categorias e critérios de análise relativa às observações das aulas do professor no que se refere à organização didática.

Categorias (momentos)	Crítérios de análise
Primeiro encontro	Como o professor realiza o primeiro encontro dos alunos com o conceito de área?
Exploração do tipo de tarefa e de elaboração de uma técnica.	A exploração do tipo de tarefa na sala de aula e a elaboração de técnicas na sala de aula.
Constituição do ambiente tecnológico – teórico.	Como o professor constrói as justificativas.
Trabalho da técnica	Como o professor trabalha o domínio, a precisão e a criação de novas técnicas.
Institucionalização	Como o professor concretiza a institucionalização? No início, meio e/ou no fim da abordagem do assunto?
Avaliação	Como acontece a avaliação? No início, meio e/ou no fim da abordagem do assunto? De que forma os alunos são avaliados pelo professor? Que tipos de tarefas são privilegiados?

Fonte: Santos (2015, p.107)

Análise dos resultados

Durante a análise das observações constatamos que o professor trabalhou, no total, com 40 tarefas, que foram respondidas conjuntamente por ele e seus alunos. Nesse total estão incluídos todos os itens propostos. Por exemplo, uma determinada questão apresentava 3 itens (a, b, e c) e em um dos itens apresentava duas perguntas, logo consideramos como 4 tarefas.

Algumas tarefas, três no total, são tomadas de opinião, que ajudam o professor a verificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre determinadas situações, fortalecendo a

I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática

01 a 06 de novembro de 2016

Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

prática docente. Essas tarefas são importantes no processo de ensino e de aprendizagem. No entanto, não consideramos como tipo de tarefa de natureza matemática. Também detectamos três tarefas cujos enunciados são de natureza matemática, mas não dependem do conceito de área para serem resolvidos e, por isso, não categorizamos como tipo de tarefas envolvendo áreas de figuras geométricas planas.

Portanto, nossa análise foi baseada em 34 tarefas, que categorizamos em dois tipos de tarefas (T), especificamente matemáticas, envolvendo o conceito de área, distribuídas ao longo das aulas do professor, como podemos perceber na tabela seguinte.

Tabela 01 - Distribuição dos tipos de tarefas referente à área de figuras planas nas aulas do professor de matemática.

Tarefas presentes nas aulas do professor de matemática	Quantidade	Percentual %
TD: Determinar a medida da área de uma figura ou região.	33	97
TC: Comparar áreas de figuras geométricas planas.	01	3
Total	34	100

Fonte: Santos (2015, p. 157)

Como podemos perceber na tabela acima, majoritariamente o tipo de tarefa mais explorado nas aulas do professor é TD, ou seja, “Determinar a medida da área de uma figura ou região”. Com baixa frequência temos TC – (Comparar medidas de áreas de figuras geométricas planas), o que estimula a consideração de área enquanto número. Essa situação poderia ter sido minimizada, caso a única tarefa de comparação tivesse explorado situações em que fosse necessário, por exemplo, o uso da técnica de superposição, cuja resolução nem sempre precisa da intervenção do quadro numérico.

Não identificamos os tipos de tarefas de produção, transformações geométricas, estimativas, conversão, determinação do valor de outra grandeza e operações envolvendo área, o que poderia ter ampliado ainda mais o conceito de área de figuras geométricas planas, pois diversos pesquisadores, tais como Baltar, 1996; Bellemain e Lima, 2002; Ferreira, 2010; Silva, 2011; Bellemain, 2013, que concordam que as concepções dos alunos são construídas a partir dos diversos tipos de tarefas que lhes são apresentadas, inclusive, essa diversidade poderá permitir que eles estabeleçam as relações necessárias entre os quadros geométrico e numérico proposto por Douady e Perrin-Glorian (1989).

O professor escolheu iniciar o capítulo por uma situação de medida que envolvia a determinação da medida da área por meio do uso de fórmula. Posteriormente, explora o uso de malhas trabalhando, simultaneamente, a técnica de contagem com a aplicação de fórmula. Os PCN (BRASIL, 1998, p. 131) alertam que “os alunos que aprendem mecanicamente fórmulas costumam empregá-las de forma também mecânica e acabam obtendo resultados sobre os quais não têm nenhum tipo de crítica e controle, além de esquecerem rapidamente”.

Então, entendemos que essa forma de abordar o conceito de área poderá reforçar uma concepção numérica nos estudantes.

As técnicas utilizadas são de fácil utilização e se concentram basicamente em contagem (τ_{D1}) e o uso da fórmula (τ_{D2}) da área do retângulo, que são elaboradas no decorrer das aulas. A aplicação da fórmula é exaustivamente trabalhada, confiável, aceitável e evolui, por meio do tipo de tarefa que requer a ampliação da fórmula, como é o caso de T_{D3} (Determinar a medida da área de um quadrado dada a medida do comprimento do lado) e T_{D4} (Determinar a medida da área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos e quadrados com comprimentos dos lados conhecidos).

O bloco tecnológico-teórico nem sempre é exposto de forma clara. Os argumentos utilizados na explicação são superficiais. Os enunciados das tarefas, na sua grande maioria, apresentam objetos ostensivos do tipo malhas, figuras, imagens e que se fossem usados de forma adequada poderiam colaborar para construção dos objetos não-ostensivos trabalhados nas aulas (BOSCH e CHEVALLARD, 1999), como, por exemplo, o conceito de área e a compreensão da fórmula do cálculo da medida da área do retângulo. Sobre isso, esses autores alertam que alguns professores acreditam que basta apresentar um objeto ostensivo para o aluno, que ele entenderá o objeto não-ostensivo. Nessa pesquisa, percebemos que apenas o uso de malhas quadriculadas, durante as aulas, parece não ser suficiente para os alunos compreenderem o conceito de área.

Após oito aulas o professor realizou uma atividade avaliativa, que intitulou de Desafio de Matemática, composto de cinco questões com 12 tarefas, nas quais uma delas é de natureza pessoal e as demais de natureza matemática. Em relação aos tipos de tarefas, identificamos nesse instrumento avaliativo apenas TD- determinar a medida da área de uma figura ou região. Em relação às técnicas que poderão ser utilizadas pelos alunos, supomos que serão as mesmas utilizadas nas aulas do professor e, nesse sentido, teremos seis tarefas utilizando contagem e cinco aplicando a fórmula da área do retângulo. Nenhuma das tarefas solicita explicação ou justificativa por parte dos alunos, logo supomos que o bloco tecnológico-teórico seja também aquele utilizado pelo professor.

Em relação à organização didática do conceito de área, o primeiro encontro partiu do levantamento do conhecimento prévio dos alunos a respeito do tema, utilizando para isso maquetes de campos de futebol. Como estava próximo da abertura dos jogos da copa, eles ficaram motivados a responder. Já o momento de primeiro encontro com o tipo de tarefa “determinar a medida da área de uma figura ou região” é realizada por meio de uma tarefa que

envolve medida, prevalecendo o aspecto numérico de área. Motivando, assim, a necessidade de utilizar fórmulas para determinar a área.

Posteriormente, ele explora o tipo de tarefa por meio da técnica baseada no ladrilhamento, o que poderia ter ajudado na justificativa do uso da fórmula, uma vez que a ideia de multiplicação com configuração retangular é mobilizada. No entanto, isso não é explicitado claramente pelo professor.

Durante os momentos da constituição do ambiente tecnológico-teórico, são utilizados alguns objetos ostensivos, como, por exemplo, a malha quadriculada e até mesmo a fórmula, que poderiam contribuir para a construção do conceito de área, se fossem trabalhados de forma significativa (LIMA e BELLEMAIN, 2010). No entanto, nem sempre os argumentos que justificam a técnica ficam explícitos e, muitas vezes, são superficiais. Há conceitos definidos de forma equivocada, como, por exemplo, polígonos regular e irregular, que poderão comprometer, futuramente, o conceito de área e confusão entre o conceito de lado e face.

Do ponto de vista do conceito de área, mesmo o professor dando ênfase ao aspecto numérico, existe uma característica elogiável na sua abordagem, que é criar a ideia que área é o espaço ocupado. Essa ideia aproxima-se da definição de área adotado no nosso quadro teórico, ou seja, na ideia de que área é uma característica da superfície ou região.

Percebemos que o momento do trabalho da técnica acontece quando o professor amplia o alcance da técnica, ou seja, utiliza a fórmula da área do retângulo para resolver tarefas que envolvem a determinação da medida da área do quadrado. No entanto, não identificamos criação de novas técnicas.

O momento da institucionalização nem sempre acontece de forma sistematizada, mas percebemos que sempre no final da exploração de um subtipo de tarefa, no diálogo com os alunos, ele informa os elementos que são essenciais para o desenvolvimento da tarefa como, por exemplo, a medida do comprimento e da largura para utilizar a fórmula de área do retângulo. Em um sentido mais amplo, não identificamos o momento da avaliação dos elementos da organização matemática e didática, de forma a refletir sobre o estudo realizado. Em um sentido mais específico, percebemos momentos nos quais o professor realiza avaliação da aprendizagem, seja indagando os alunos, seja realizando atividades avaliativas escritas.

Em todas as aulas foi utilizado o livro didático adotado pela escola e, por diversas vezes, o professor propôs tarefas do tipo rotineiras, simplesmente para poder utilizar a fórmula de área do retângulo. A forma como ele conduziu a transposição do saber parece não

ajudar na compreensão dos conceitos, pois geralmente ele apresentava os conceitos de forma pronta e acabada acreditando que para haver aprendizagem bastava uma boa comunicação entre professor e aluno.

Por tudo isso, caracterizamos a organização didática como Clássica tecnicista pois, para Gascón (2003), esse tipo de organização parte de certas técnicas algorítmicas e se detém unicamente naquelas tarefas que servem como ‘treinamento’ para chegar ao seu domínio. Dessa forma, se excluem do repertório de técnicas, as estratégias de resolução que não são algorítmicas como, por exemplo, as técnicas que compõem as tarefas de produção, estimativas e comparação não-numérica de área de figuras planas.

Portanto, percebemos que as aulas do professor de matemática são fragmentos da abordagem do livro didático, porém de forma bem simplificada, excluindo vários tipos de tarefas. Diante da nossa fundamentação teórica, essa escolha adotada por ele, limitou o repertório de tipos de tarefas que o aluno do 6º ano do ensino fundamental precisa explorar para compreender significativamente o conceito de área.

Considerações Educacionais

Realizando uma retrospectiva histórica desse trabalho, partimos de uma indagação a respeito de como são caracterizadas, atualmente, as organizações matemática e didática das aulas do professor de matemática do 6º ano do ensino fundamental em relação ao conceito de área de figuras geométricas planas. Pois uma de nossas hipóteses era que o ensino do conceito de área estava gradativamente sendo modificado mediante os avanços nas pesquisas científicas e nas orientações dos documentos oficiais.

No entanto, de uma forma geral, percebemos que as aulas do professor de Matemática, sujeito dessa pesquisa, baseiam-se em dois tipos de tarefas diferentes. O tipo de tarefa mais representativa foi TD- determinar a medida da área de uma figura ou região, com 97% do total das tarefas propostas. Como dissemos anteriormente, existe uma ênfase considerável no aspecto numérico de área. Sua forma de conduzir a transposição didática do conceito de área leva a uma organização didática clássica tecnicista, a qual parte de certas técnicas algorítmicas e se detém unicamente naquelas tarefas que servem como ‘treinamento’ para chegar ao seu domínio.

Logo, constatamos que o ensino do conceito de área, pelo menos nesse estudo, ainda apresenta uma ênfase na identificação da área com a medida de área e, muitas vezes, desta

última com a fórmula de área, fazendo desaparecer o conceito de grandeza, o que fortalece a necessidade não só de termos mais estudos sobre essa temática, mas também de fazer chegar aos professores da Educação Básica os resultados das pesquisas encontrados por meio de palestras, seminários, formações em serviço, artigos em revistas e livros.

Referências

ANWANDTER-CUELLAR, N. **Place et rôle des grandeurs dans la construction des domaines mathématiques numérique, fonctionnel et géométrique et de leurs interrelations dans l'enseignement au collège en France**. Tese de doutorado HPDS (Histoire Philosophie et Didactique des Sciences). Montpellier: Université Montpellier 2, 2012.

BALTAR, P. M. **Enseignement et apprentissage de la notion d'Ari de surface planes: Une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège**. Tese (Doutorado em Didática da Matemática). Université Joseph Fourier, Grenoble, 1996.

BELLEMAIN, P.; LIMA, P. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no Ensino Fundamental**. Ed. Geral: John A. Fossa – Natal: SBHMat, 2002.

BELLEMAIN, P. M. B. Análise comparativa da relação institucional às grandezas geométricas no ensino fundamental, no Brasil e na França. **Relatório das atividades desenvolvida no âmbito do projeto de estágio pós-doutoral no exterior financiado pelo CNPq**. Recife, 2013. 95p.

BOSCH, M.; CHAVALLARD, Y. La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. In: **Recherches en didactique des mathématiques**, vol. 19, no 1, p. 77-124, 1999.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CARVALHO, D. G. **Uma análise da abordagem da área de figuras planas no guia de estudo do Projovem urbano sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e tecnológica. UFPE. Recife, 2012.

CHEVALLARD, Y. Concepts fondamentaux de la didactique: perspective apportées par une approche anthropologique. In: **Recherches en didactique de mathématiques**, vol. 12, p. 73-112, 1991.

_____. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. In: **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage-Editions, v.19. n.2, p.221-265,1999.

DOUADY, R.; PERRIN- GLORIAN, M.J. Un processus d' apprentissage du concept d'aire de surface plane. **Educational Studies in Mathématiques**, vol. 20, n.4, p. 387-424, 1989.

DOUADY R. “ **Jeux de cadres et dialectique outil-objet**”. RDM, Paris, v. 7, n. 2, p.5-31, 1986.

FACCO, S. R. **Conceito de Área: uma proposta de ensino aprendizagem**. São Paulo. 150 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2003.

FARIAS, K. S.C.S. **A representação do espaço nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Programa de pós-graduação em educação. Dissertação de mestrado, Campo Grande- MS, 2008.

FERREIRA, L. F. D. **A Construção do Conceito de Área e da Relação entre Área e Perímetro no 3º ciclo do Ensino Fundamental: Estudos sob a Ótica da Teoria dos Campos Conceituais**. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação. UFPE. Recife, 2010

GASCÓN, J. La Necesidad de utilizar modelos en didáctica de las matemáticas. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 5, n.2, 2003, p. 11-37.

LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P. M. B. Grandezas e Medidas. In: **Coleção Explorando o Ensino**. Brasil. Matemática: ensino fundamental. Coordenação João Bosco Pitombeira Fernandes de Carvalho, Brasília: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, volume 17, 2010, p.167- 200.

MOREIRA, M. D. D.. **Revisitando Euclides para o ensino de áreas: uma proposta para as licenciaturas**. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. UFRJ/IM. Rio de Janeiro, 2010.

SANTOS, M.R.. **Resolução de problemas envolvendo área de paralelogramo: um estudo sob a ótica do contrato didático e das variáveis didáticas**. Recife. 178 f. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Ensino das Ciências). Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2005.

SANTOS, M.R.; BELLEMAIN, P.B.M. A área do paralelogramo no livro didático de matemática. **Educação Matemática em Revista**. SBEM. Ano 13, n.23. Recife, 2007.

SANTOS, M.R. **A Transposição Didática do conceito de área de figuras geométricas planas no 6º ano do ensino fundamental: um olhar sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático**. Recife 281 f. Tese (Doutorado no ensino das Ciências e Matemática). Universidade Federal Rural de Pernambuco. – Recife, 2015.

SILVA, J. V. G. **Análise da Abordagem de Comprimento, Perímetro e Área em Livros Didáticos de Matemática do 6º Ano do Ensino Fundamental sob Ótica da Teoria Antropológica do Didático**. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação. UFPE. Recife-PE, 2011.

TELES, R. A. M. **A Influência de Imbricações entre Campos Conceituais na Matemática Escolar, um estudo sobre fórmulas de área de figuras geométricas planas**. Recife. Tese (Doutorado). Universidade Federal de Pernambuco- UFPE, Recife, 2007.