



## I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática

01 a 06 de novembro de 2016

Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

---

# PERCURSO DE ESTUDO E PESQUISA: UM DISPOSITIVO DIDÁTICO PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Rochelande Felipe Rodrigues<sup>1</sup>

Universidade Federal Rural de Pernambuco, Brasil  
felipentm@gmail.com

Marcelo Câmara dos Santos<sup>2</sup>

Universidade Federal de Pernambuco, Brasil  
marcelocamaraufpe@yahoo.com.br

Marcus Bessa Menezes<sup>3</sup>

Universidade Federal de Campina Grande, Brasil  
marcusbessa@gmail.com

**Resumo:** O referido trabalho apresenta o Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) como um dispositivo didático que pode ser utilizado como metodologia para o ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos no Ensino Superior. O PEP tem como base teórica a Teoria Antropológica do Didático (TAD), tendo Yves Chevallard como o seu principal representante, assim como temos a Noção de Contrato Didático de Guy Brousseau, a qual traz elementos importantes de análise dos encaminhamentos do PEP, ressaltando as rupturas no processo. A proposta de aplicação do PEP será por meio do conteúdo de Função Afim, um importante conteúdo da Educação Básica e da Educação Superior. O trabalho está em fase inicial e apresenta alguns pontos de ligação entre a TAD, o CD e o PEP. Será aplicado um recorte da pesquisa no segundo semestre do corrente ano a alunos dos cursos de Licenciatura em Ciências Naturais e Matemática e do curso de Licenciatura em Matemática, onde pretendemos coletar os dados, analisá-los e apresentá-los posteriormente. Acreditamos encontrar algumas dificuldades na implementação do PEP, principalmente na mudança de contrato didático já estabelecido para um novo contrato, dificultando as possíveis rupturas e ocasionando outras dificuldades. Outro ponto é a utilização do PEP para apresentar outra maneira de trabalhar os conceitos matemáticos, destacando a construção de novas praxeologias.

**Palavras-chave:** Teoria Antropológica do Didático. Percurso de Estudo e Pesquisa. Função Afim.

---

<sup>1</sup> Professor da Universidade Federal do Cariri e aluno de Doutorado pelo Programa de Pós-graduação de Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco.

<sup>2</sup> Professor da Universidade Federal de Pernambuco e Professor vinculado ao Programa de Pós-graduação de Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco.

<sup>3</sup> Professor da Universidade Federal de Campina Grande e Professor vinculado ao Programa de Pós-graduação de Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco.

## **Introdução**

Há muito se discute como ensinar os conceitos matemáticos de modo eficiente nos diferentes níveis de ensino, de maneira que a compreensão dos conceitos matemáticos possa promover uma visão estrutural, funcional e universal da matemática. Para tal finalidade, a existência de metodologias ligadas às necessidades do ensino e aprendizagem torna-se necessária para proporcionar os resultados esperados, no caso, a compreensão dos conceitos matemáticos. Diante dessa demanda, iniciaremos com a seguinte pergunta: como encaminhar os processos metodológicos de ensino da matemática de maneira que os conceitos sejam compreendidos no processo de aprendizagem e aplicados durante situações mais próximas do cotidiano? Uma pergunta dessa amplitude vem acompanhada de várias outras perguntas de amplitude menor. Podemos destacar algumas: quais as metodologias que podem ser aplicadas? Quais teorias podem nos dar suporte para tal finalidade? Outras perguntas podem surgir ou serem suprimidas durante o processo de busca da resposta.

Contudo, vamos direcionar a nossa discussão e tentar encontrar uma possível resposta para o ensino da matemática nas instituições de ensino superior. Existe a preocupação das conduções metodológicas aplicadas para o ensino da matemática, principalmente nos cursos de licenciaturas em que são formados os futuros professores da Educação Básica. Sobre isso, Onuchi e Allevado (2009) esclarecem:

Os professores que estão sendo formados, em nossas Licenciaturas em Matemática, deixam as suas instituições de ensino mal preparados para enfrentar as suas salas de aulas no Ensino Básico: Infantil, Fundamental e Médio, em frente às necessidades do mundo de hoje (ONUCHIC; ALLEVADO, 2009, p. 184).

Parra e Otero (2011), por sua vez, também ressaltam que o modelo atual das universidades apresenta um autismo institucional<sup>4</sup>, tanto pelos seus integrantes, como também pela sociedade.

Outro ponto de destaque é a epistemologia escolar monumentalista presente na Educação Básica em que os conteúdos são visitados durante a formação, mas a sua real finalidade e aplicação não são compreendidas (CHEVALLARD, 2006). Tal fato pode se apresentar de maneira semelhante nos cursos de Licenciatura em Matemática, ocasionando uma postura de reprodução de conteúdos do futuro professor em sua prática docente. Esse caminho pode ocasionar em uma fraude epistemológica, conforme D'amore (2007):

---

<sup>4</sup>O sentido do autismo institucional das universidades está ligado a uma deficiência na sua comunicação com a sociedade.

O aluno produz uma resposta correta, mas não porque tenha entendido a sua necessidade matemática ou lógica a partir do enunciado, não porque tenha “compreendido e resolvido o problema”, não porque tenha aprendido um objeto matemático, mas simplesmente porque estabeleceu uma semelhança com outro exercício; ele apenas reproduziu uma solução já feita por outros para ele (D'AMORE, 2007, p. 191).

A Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM, 2013) ressalta o papel dos cursos de Licenciatura de Matemática em preparar os futuros professores nos aspectos conceituais e didáticos, buscando a compreensão dos conceitos matemáticos e a sua aplicação, dando sentido ao campo educativo e relacionando com os possíveis problemas do cotidiano. Portanto, existe a necessidade de tentar mudar essa realidade, não desprezando a que já tem forte influência no cenário brasileiro, mas iniciar uma discussão por meio de possíveis modelos de propostas que venham contribuir para um ensino e aprendizagem da matemática com mais efetividade e abrangência.

Deixamos claro que a finalidade inicial deste trabalho é dar uma introdução do possível direcionamento dos problemas apresentados anteriormente, retirando qualquer pretensão inicial de propor algo robusto e como verdade inquestionável, que temos a intenção de indicar, por meio de nossa pesquisa, um recorte específico para tal direcionamento. Sendo assim, apresentaremos uma proposta de aplicação de um dispositivo didático utilizado no ensino superior. Esse dispositivo será detalhado posteriormente e irá abordar uma situação proposta em que o conceito de Função Afim será utilizado.

Ao iniciarmos qualquer caminho, temos que definir o referencial teórico e metodológico a ser utilizado, pois existem muitas bases teóricas que poderiam ser utilizadas. Desse modo, discutiremos, a seguir, o referencial teórico adotado para nossa pesquisa.

### **O Campo Teórico da Didática da Matemática**

O referencial teórico e metodológico a ser utilizado apoia-se na Didática da Matemática<sup>5</sup> de influência francesa, que propõe, inicialmente, investigações direcionadas aos fenômenos relacionados ao processo de ensino e de aprendizagem da matemática. Almouloud (2007, p.17) comenta que as pesquisas no campo da Didática da Matemática vêm trazendo bons resultados: “Os resultados alcançados demonstram avanços importantes na identificação

---

<sup>5</sup>Essa área de conhecimento, em alguns países, como na França e na Alemanha, é chamada de “Didática da Matemática”. Em outros, como Holanda, é denominada “Metodologia do Ensino da Matemática”. No Brasil e nos estados unidos, bem como na maioria dos outros países é reconhecida por “Educação Matemática” (FIORENTINI, 2009).

e na compreensão de fenômenos que interferem no processo de ensino e de aprendizagem de conceitos matemáticos”.

Nesse processo de consolidação da Didática da Matemática, algumas noções e teorias foram propostas e investigadas, como, por exemplo, as noções de Contrato Didático (BROUSSEAU, 1986), de Transposição Didática (CHEVALLARD, 1991), de Engenharia Didática (ARTIGUE, 1989), de Situações Didáticas (BROUSSEAU, 1986), a Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1996), dentre outros conceitos e noções. O propósito das discussões teóricas e metodológicas das linhas de investigação da Didática da Matemática está direcionado, dentre outras questões, à construção de modelos metodológicos voltados para o ensino da matemática básica e superior de maneira articulada, na qual uma linha de investigação pode auxiliar a outra ou mesmo complementá-las. Podemos destacar a Teoria Antropológica do Didático, caracterizando como uma suplementação no campo de análise da Transposição Didática e o Contrato Didático considerado também uma noção importante que pode ser utilizada para auxiliar as análises, principalmente observando novos modelos didáticos<sup>6</sup>, modelos estes que auxiliam na compreensão dos conceitos matemáticos.

Ao apresentamos o campo teórico de maneira resumida, conduziremos para alguns pontos relacionados a nossa pergunta inicial. Com isso, iremos dar início a uma discussão preliminar de algumas teorias e noções que darão o suporte a nossa resposta.

### **Teoria Antropológica do Didático - TAD**

Segundo Almouloud (2007), a TAD é uma contribuição importante para a Didática da Matemática, caracterizada como uma ampliação da Transposição Didática - TD. Nesse sentido, Chevallard (1998) comenta que a limitação da TD em analisar os objetos presentes em um sistema didático faz com que exista uma teoria que venha suprir essa limitação.

A TAD (CHEVALLARD, 1996, p. 127) propõe inicialmente três conceitos primitivos: os objetos O, as pessoas X, as instituições I. Chevallard (1996) chama atenção para os objetos O, por ser necessário e fundamental. Logo, considera “todas as coisas são objetos”, as pessoas X e as instituições I também são objetos. O objeto existirá quando reconhecido como por uma pessoa X ou instituição I. Ocasionalmente a relação pessoal de X com O, que será denotada por  $R(X, O)$ , e a relação institucional de I com O,  $R(I, O)$ . Ou seja, o objeto irá existir caso seja reconhecido por, pelo menos, uma pessoa X ou instituição I (BESSA DE MENEZES, 2010).

---

<sup>6</sup> Um modelo didático está relacionado a um modelo epistemológico, no caso, ligado a uma conceptualização do que se entende do que é ensinar e aprender matemática, nos momentos históricos, culturais e tradicionais (BOSCH Y GASCÓN, 2010).

O conceito de pessoa é definido como o par formado por um indivíduo  $X$  e pelo sistema de suas relações pessoais com os objetos  $O$ , representado por  $R(X, O)$ . A definição de pessoa proposta por Chevallard não se deve generalizar o fato de que “todo indivíduo é uma pessoa”. Para ele, a pessoa muda com o passar do tempo, dependendo da mudança e da evolução de suas relações pessoais com os objetos, mas o indivíduo permanece invariante (ARAÚJO, 2009, p. 37).

O conceito primitivo de Instituição é conceituado por Chevallard (1996, p. 129) “[...] a instituição pode ser quase tudo o que quer que seja. Uma escola é uma instituição, tal como o é uma sala de aula; mas existe igualmente a instituição <trabalhos orientados>, a instituição <curso>, a instituição <família>”. Araújo (2009) exemplifica que a sala de aula e o estabelecimento escolar são instituições do sistema educativo, onde impõe aos seus sujeitos suas regras, condicionando a maneiras próprias de fazer e de pensar.

Diante dessas discussões relacionadas aos conceitos primitivos da TAD, existem algumas relações entre sujeitos, objetos e instituição que são permeadas por intencionalidades, tanto por parte dos sujeitos, como também das instituições perante os objetos em jogo nessa relação. Nesse sentido, iremos discutir a noção de praxeologia, outro elemento presente na TAD e uma das noções chave para buscar a nossa resposta.

Segundo Chevallard (1996), a praxeologia é composta por certo tipo de tarefa ( $T$ ) que é conduzida por emprego de uma ou mais técnicas ( $\tau$ ), cujas técnicas são amparadas por uma tecnologia ( $\theta$ ) e justificada por uma teoria ( $\Theta$ ), constituindo um bloco prático-técnico (o saber fazer) e um bloco tecnológico-teórico (o logos). Nas praxeologias, temos duas organizações: a organização matemática (OM) que está relacionada à construção matemática ligada às situações didáticas; e as organizações Didáticas (OD) estão ligadas de como essas construções matemáticas serão realizadas e onde esse conjunto de organizações (OM e OD) permite analisar a prática durante as situações didáticas.

Segundo Araújo (2009), a praxeologia didática ocasiona a existência de uma praxeologia matemática relacionada a um saber, proporcionando a (re)construção ou transposição de uma praxeologia matemática.

Chevallard (1999) apresenta seis momentos para descrever as OD, ressaltando que eles podem acontecer de maneira simultânea. O primeiro momento é o encontro com a organização matemática (OM) proposta; o *segundo momento* é o da exploração dos tipos de tarefas e da elaboração de técnicas; o *terceiro momento* de estudo é o da constituição do entorno tecnológico-teórico relativo à técnica proposto pela OM; o *quarto momento* é o

momento de trabalho da técnica; o *quinto momento* é o da institucionalização; e o sexto momento é o da avaliação.

Iremos dar continuidade a nossa discussão apresentando o Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP), um novo tipo de organização didática ligada à modelização matemática para o ensino, na qual tem a TAD diretamente ligada na sua base teórica.

### **Percurso de Estudo e Pesquisa – PEP**

Nas discussões e investigações da educação matemática durante as últimas décadas, observamos uma condução para a modelização e aplicações da matemática. Essa tendência pode ser observada nas discussões e estudos da Comissão Internacional para a Instrução Matemática, desenvolvido no Kuwait em 1986, onde fica evidente a inclusão no ensino da matemática o estudo de suas aplicações. Reforçando essa tendência, o Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes (PISA) ressalta que existe a necessidade de ensinar matemática em todos os níveis de ensino como uma ferramenta de modelagem. Ressaltamos que tal direcionamento buscou encaminhar no aluno para que ele consiga compreender o conceito e utilize para resolver problemas voltados à realidade.

Diante das orientações anteriores de nível internacional e ligada à busca da resposta de nossa pergunta inicial, Chevallard (2004, 2006, 2009) apresenta, inicialmente, um novo dispositivo didático direcionado para a modelagem matemática, chamado de Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP). A proposta inicial do PEP está relacionada a um estudo de uma questão viva ( $Q$ ) ou questão geratriz, isto é, uma problemática relevante que pode gerar outras problemáticas menores derivadas dela ( $Q_i$ ). Tal problemática ( $Q$ ) e suas derivações ( $Q_i$ ), conduz a um grande número de saberes que possibilitará caminhos de resoluções diferentes ( $R_i$ ) e a verificação de suas limitações nas conduções desses caminhos. Nessa cadeia de questões ( $Q_i$ ) são geradas cadeias de respostas ( $R_i$ ), nas quais teremos a seguinte representação ( $Q_i, R_i$ ).

Segundo Fonseca, Bosch e Gascón (2009, pg. 2), o “[...] O PEP vem recuperar a genuína relação entre perguntas e respostas que está na origem da construção do conhecimento científico em geral e das atividades modelagem em particular”. Chevallard (2009) apresenta um modelo para representar as formas possíveis de qualquer PEP:

$$(S(X; Y; Q) \rightarrow M) \rightarrow R^v$$

$$[S(X; Y; Q) \rightarrow \{ R_1^\diamond, R_2^\diamond, \dots, R_n^\diamond, O_{n+1}^\diamond, \dots, O_m^\diamond \}] \rightsquigarrow R^\heartsuit$$

No modelo proposto temos  $S(X; Y; Q)$  que é caracterizado por um sistema didático formado por um grupo Y (professor, orientador, coordenador de pesquisa, podendo ser vazio) que deve fazer, estudar, reconstruir e deixar acessíveis os caminhos possíveis para um grupo de alunos X, na busca de responder uma questão geratriz Q, cujo o estudo conduza para as reconstruções dos principais elementos da organização matemática local (OML)<sup>7</sup> de partida.

O sistema  $\{ R_1^\diamond, R_2^\diamond, \dots, R_n^\diamond, O_{n+1}^\diamond, \dots, O_m^\diamond \}$  representa o conjunto de recursos que servirá para produzir a resposta final  $R^\heartsuit$ . Nesse modelo, propõe que, durante o desenvolvimento do estudo será mobilizado todos os recursos *médios*<sup>8</sup>, saberes e respostas disponíveis  $R_i^\diamond$ , para construir uma boa resposta  $R^\heartsuit$ , na qual os objetos de qualquer natureza  $O^\diamond$  atuarão como *médio* para colocar em prova as  $R_i^\diamond$ .

Rodríguez, Bosch e Gascón (2007) comentam que o PEP surge a partir de questões problemáticas, na quais, em suas resoluções, necessitam de construções de várias praxeologias, nesse caso, um conjunto de conhecimentos teóricos e práticos articulados entre si. Desse modo, nos PEPs a questão geratriz aparecerá como possibilidade de deixar mais viva a resolução de um problema em sala.

Continuando com as considerações de Rodríguez, Bosch e Gascón (2007), os autores ressaltam que as possibilidades de aplicações do PEP e de sua eficácia na incorporação de resoluções de problemas no processo de ensino e de aprendizagem, está ligada a uma nova partição de responsabilidades definidas pelo Contrato Didático:

Estabelece-se então uma relação que determina – explicitamente em pequena parte, mas sobretudo implicitamente – aquilo que cada parceiro, o professor e o aluno, tem a responsabilidade de gerir e pelo qual será, de maneira ou de outra, responsável perante o outro. Este sistema de obrigações recíprocas assemelha-se a um contrato. Aquilo que aqui nos interessa é o *contrato didático*, ou seja, a parte deste contrato que é específica do conteúdo: o conhecimento matemático visado (BROUSSEAU, 1996, p. 51).

Essas responsabilidades são compartilhadas entre professores e alunos de forma equilibrada. Considerando tais reflexões, podem ser propostas duas novas questões a serem incorporadas: 1) O que dificulta este compartilhamento de responsabilidades entre professor e

<sup>7</sup>As organizações matemáticas locais (OML) são consideradas os temas matemáticos associados a uma instituição escolar Bosch e Gascón (2010).

<sup>8</sup>Instrumento indispensável para colocar à prova as respostas geradas a partir das  $R_i^\diamond$ , verificando a sua validade.

alunos? 2) O que dificulta o aluno assumir as responsabilidades que venham a ser atribuídas na resolução do problema proposto ou construído em sala?

A aplicação do PEP exige rupturas em relação a algumas normas que são impostas por níveis maiores ao disciplinar, que, precisamente por essa razão, pode se converter em restrições para ser posta em prática. Rodríguez, Bosch e Gascón (2007, p. 488) afirmam que “[...] Os PEPs não se mostram centrados em um tema<sup>9</sup>, setor, área, nem sequer disciplina, encontra dificuldades para serem desenvolvidas dentro de uma aula normal de matemática”.

O PEP propõe uma nova maneira de observar os problemas de ensino e aprendizagem da matemática, partindo de um tema central ou questão geratriz, e, a partir daí, iniciar todo o processo de desenvolvimento na busca de uma boa resposta, uma resposta não rotulada<sup>10</sup>, mas construída a partir das articulações de conhecimentos adquiridos no processo. Nesse sentido, o Contrato Didático (BROUSSEAU, 1996) emerge como elemento importante a ser analisado, pois para uma mudança de postura do professor e do aluno mediados pelo saber em questão, existirá a necessidade de mudança do contrato didático antigo para um novo contrato didático, ocasionando novas rupturas e conseqüentemente novas praxeologias.

Nesse sentido, o que se analisa são as relações implícitas ou explícitas que se estabelecem no Contrato Didático e de que modo elas se manifestam, ocorrendo rupturas, ou não, das regras. Brousseau (1986) comenta que o mais importante não é tentar explicitar a totalidade das regras que constituem o contrato didático, mas delinear alguns pontos de suas possíveis rupturas.

As rupturas de contrato são elementos importantes no processo de ensino e aprendizagem da matemática, pois promovem a compreensão dos conceitos trabalhados pelo professor. Segundo Araújo (2011), tais conceitos a serem trabalhados na forma de atividades diferentes das atuais promovem uma tensão entre professores e alunos, fazendo com que os mesmos utilizem novas formas de conduzir as suas respostas, ocasionando as rupturas de contrato. Portanto, podemos considerar a afirmação de Sarrazy (1995, p. 6): “De fato, a aprendizagem vai repousar não sobre o funcionamento do contrato, mas sobre suas rupturas”.

No momento de aplicação do PEP, o contrato didático pode apresentar o que realmente foi ou está sendo modificado na prática do professor, analisando as rupturas de contrato na constituição do saber, auxiliando a análise dessas novas praxeologias.

---

<sup>9</sup> Tema, setor, área e disciplina da matemática.

<sup>10</sup> Na perspectiva do PEP, a resposta rotulada é aquela que já se encontra pronta ou quase pronta desde o início da questão geratriz.

A proposta do PEP vem sendo utilizada em níveis diferentes de ensino, mas precisamente em nível universitário (superior), principalmente em disciplinas que possuem conceitos matemáticos que são considerados de difícil compreensão pelos alunos. Dentre os conceitos, podemos citar o de função e os de seus tipos, limite e continuidade de função e outros. Diante dessa proposta os pesquisadores Barquero, Bosch & Gascón (2011); Fonseca, C; Pereira A; Casas J. M (2011); Rodríguez, Bosch e Gascón (2007); Barquero (2015) e outros, introduziram propostas de ensino e aprendizagem para o ensino superior de conteúdos matemáticos articulados com o PEP.

Fonseca, C.; Casas, J. M.; Bosch, M. e Gascón, J (2009) destacam, em sua pesquisa, que estão desenvolvendo referências teóricas para descrever situações de aprendizagem relacionadas à modelagem matemática direcionada para o ensino superior<sup>11</sup>. Nesse caso, o PEP foi direcionado para os blocos matemáticos relativos das OM que estão relacionadas à Matrizes e ao estudo de variação e uma função. Nos trabalhos de Fonseca, Casas, Gonzalez (2008), o PEP foi correspondente ao bloco de Otimização de Funções. Direcionado para o Cálculo, foi desenvolvida uma atividade ligada ao cálculo do volume máximo de uma piscina, com a finalidade de desenvolver, explorar e ampliar a resposta para outros tipos de problemas semelhantes e mais complexos, os quais proporcionem a construção e articulação de praxeologias matemáticas crescentes e completas.

As pesquisas de Fonseca, C.; Casas, J. M.; Bosch, M. e Gascón, J (2009) destacam algumas conclusões sobre a aplicação do PEP, ressaltando que é boa ferramenta a ser utilizada com a modelagem matemática, ocasionando a mobilização de vários conceitos matemáticos em uma mesma aplicação, possibilitando a existência de novos contratos didáticos e de possíveis rupturas.

Observamos que o PEP tem um papel importante para o processo de ensino e aprendizagem da matemática, principalmente para o ensino superior, no qual pode provocar e proporcionar novas praxeologias de professores e alunos, apresentando rupturas e construindo novos contratos didáticos. Com isso, observamos que o PEP é uma ferramenta com alto potencial de ensino e aprendizagem da matemática, levando à compreensão e aplicação dos conceitos utilizados.

## **O caminho da nossa pesquisa**

---

<sup>11</sup> A proposta apresentada foi aplicada em um curso de engenharia na Universidad de Vigo no país da Espanha.

Fazendo um recorte para a nossa pesquisa, propomos uma aplicação do PEP, no qual iremos abordar o conceito de “função afim” que é apresentado e utilizado como conteúdo das disciplinas de Matemática Básica ou equivalente nos cursos de Licenciatura em Matemática, Engenharias e de áreas afins. Tal escolha do conceito está ligado a um dos primeiros abordados nessas disciplinas, e que dará base conceitual para os demais conceitos abordados posteriormente. O conceito de “função afim” é um dos mais importantes a serem aplicados no ensino médio, como também no ensino superior, pois está presente em vários ramos da matemática, como também em aplicações voltadas para o cotidiano.

A nossa pesquisa vem a ser direcionada para analisar as possíveis rupturas do contrato didático e as organizações praxeológicas numa aplicação dos Percursos de Estudo e Pesquisa, em duas disciplinas do ensino superior no processo de ensino e aprendizagem do conceito de função afim.

Para análise da nossa pesquisa, teremos a Teoria Antropológica do Didático na identificação e análises praxeológicas dos professores e a noção do Contrato Didático, no intuito de identificar e analisar as rupturas de contrato didático. Nesse sentido, pretendemos responder à seguinte pergunta: é possível que o processo atual de ensino e aprendizagem do conceito de função afim no ensino superior se adapte para o Percorso de Estudo e Pesquisa?

### **O nosso recorte inicial**

Um dos pontos de destaque do PEP é a modelização das situações cotidianas próximas aos seus participantes com a finalidade de construir significados e compreender as possíveis aplicações. Tal premissa está ligada a TAD, na qual a dimensão ecológica do problema proposto e a modelização matemática nos levam a assumir a existência de condições e restrições nesse processo de ensino e aprendizagem, em que a vontade de buscar as respostas influencia na vida institucional (BARQUERO, 2015).

Com esse intuito, apresentaremos uma proposta inicial a ser aplicada em uma turma de Princípios de Matemática da Licenciatura em Ciências Naturais e Matemática e em outra turma de Matemática Básica da Licenciatura em Matemática. Lembramos que essas disciplinas são introdutórias nos dois cursos e a sua existência não apresenta em todos os cursos dessa natureza, em que, em alguns deles, podem entender a sua não necessidade.

O problema inicial refere-se à aposentadoria dos brasileiros, um tema atual e de repercussão nacional, pois está ligado direto ou indiretamente a todos. O problema tem o seguinte enunciado:

## I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática

01 a 06 de novembro de 2016

Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

---

Aposentadoria é um tema que surge de tempos em tempos fazendo parte das discussões dos brasileiros, pois afeta diretamente a vida das pessoas economicamente ativas e de suas famílias. O Congresso Federal brasileiro aprovou a lei 13.183/2015 que trata da mudança de algumas regras para a aposentadoria, na qual um ponto em destaque trata da fórmula 85/95. No caso, a mulher terá que alcançar uma soma de 85 anos, somando tempo da sua contribuição com a sua idade. No caso do homem serão 95 anos, seguindo o mesmo princípio. As idades 85 e 95 anos leva em conta a expectativa de vida dos brasileiros até 2018, para os anos seguintes teremos:

2019 a 2020: 86 (mulheres) / 96 (homens);

2021 a 2022: 87 (mulheres) / 97 (homens);

2023 a 2024: 88 (mulheres) / 98 (homens);

2025 a 2026: 89 (mulheres) / 99 (homens);

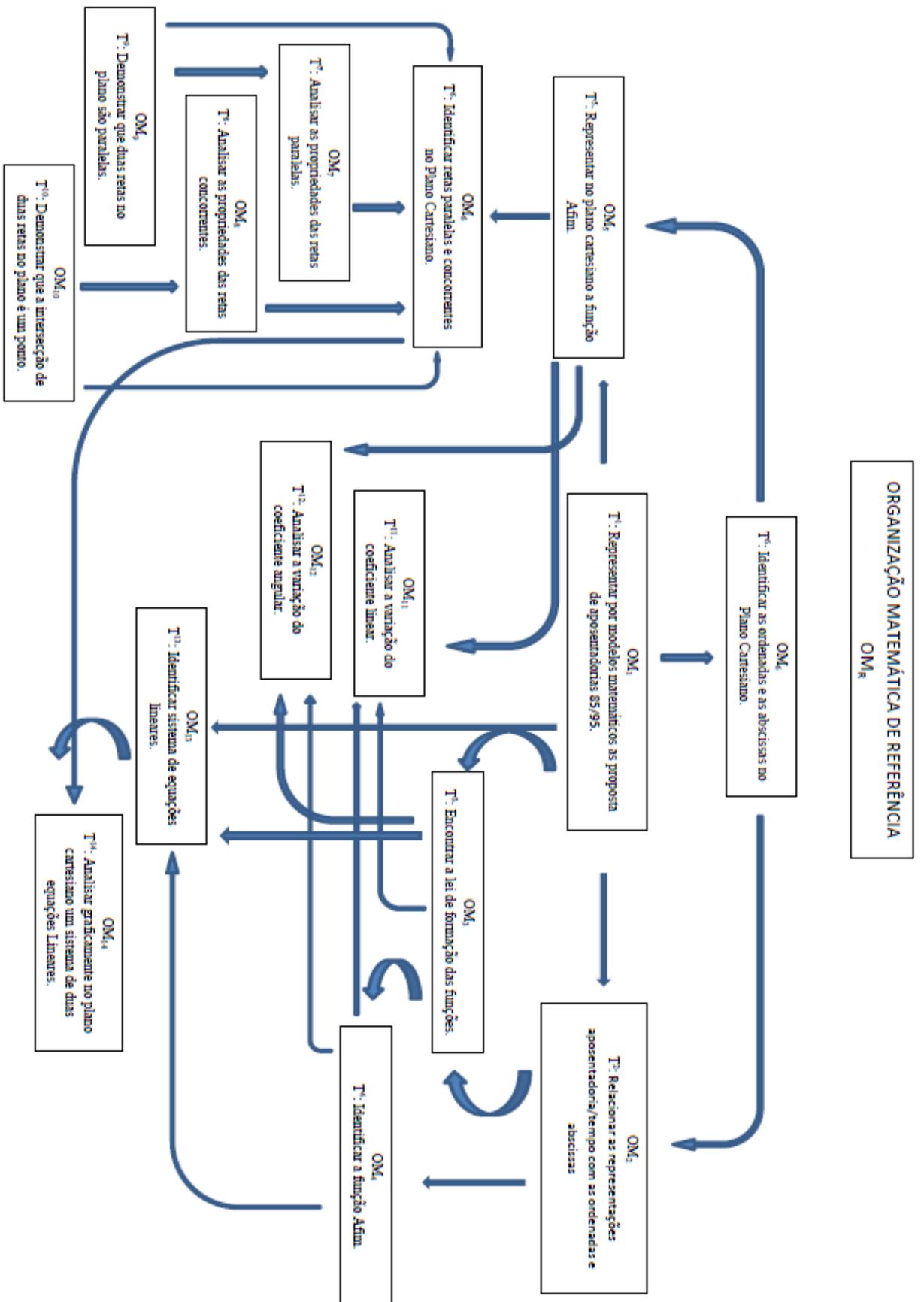
2027: 90 (mulheres) / 100 (homens).

Fonte: Agência Senado (CASTRO, A; VILAR, I, 2015)

Com a apresentação e a contextualização do problema, segue a questão  $Q_0$ : Como podemos representar, através de modelos matemáticos, o caso da aposentadoria das mulheres e dos homens? A partir da questão geratriz podemos apresentar outras derivadas delas:  $Q_1$ : Caso você esteja enquadrado nessa lei, com quantos anos terá na sua aposentadoria?  $Q_2$ : O que acontece com os modelos para os anos seguintes? A  $Q_1$  faz com que o aluno entenda primeiramente a funcionalidade e posteriormente a sua aplicação, conseqüentemente a  $Q_2$  amplia o seu entendimento em situações futuras.

Para a aplicação da proposta, teremos seis encontros de duas horas cada, em um período de três semanas. Os encontros acontecerão nos horários das aulas com dois encontros semanais. Os alunos serão separados em grupos, nos quais teremos os momentos de apresentação e discussão do problema, orientações, análises das situações levantadas, validação, socialização dos resultados e a institucionalização. Ressaltamos que teremos dois encontros com o professor da disciplina antes da aplicação do PEP em sala de aula, com a finalidade de elaboração e planejamento da proposta.

Para conduzir a analisar dos resultados teremos a Organização Matemática de Referência ( $OM_R$ ), representada pelo esquema seguinte:



Observamos que a  $OM_R$  é composta por  $OM_x = \{ OM_1, OM_2, OM_3, \dots, OM_{13}, OM_{14} \}$ , na qual cada Organização Matemática tem a sua Tarefa relacionada, em que algumas delas podem também representar a técnica, a tecnologia e a teoria.

A proposta apresentada sobre o conceito de Função Afim é apenas um pequeno recorte da nossa pesquisa que se encontra na fase inicial. É também apenas uma tentativa de aplicar o PEP para buscar respostas relacionadas as suas restrições e condições de utilização no ensino superior. Tal proposta pode e será aprofundada durante a sua aplicação e depois dela, nos quais teremos elementos mais consistentes e precisos sobre os seus resultados.

### **Reflexões Iniciais**

Ao buscarmos a pergunta inicial: como encaminhar os processos metodológicos de ensino da matemática de maneira que os conceitos sejam compreendidos no processo de aprendizagem e aplicados durante situações mais próximas do cotidiano? Observamos que a nossa discussão traz uma proposta apresentada como um dispositivo didático chamado de Percurso de Estudo de Pesquisa (PEP). Tal proposta está alicerçada teoricamente no Campo da Didática da Matemática e tem com a Teoria Antropológica do Didático a sua base conceitual, porém a Noção de Contrato Didático tem um papel importante no auxílio da compreensão dos fenômenos que o PEP proporciona, tanto na mudança de contrato didático, como também nas suas rupturas.

O PEP é um dispositivo didático que contém uma proposta metodológica diferente da vigente nos cursos de matemática da educação básica e superior. Tal proposta pode promover a construção de “novos” caminhos para o professor buscar o ensino da matemática de maneira eficiente, assim como, promover uma compreensão significativa dos conceitos matemáticos pelos alunos, existindo a possibilidade de aplicação para resolver problemas relacionados à realidade do aluno ou da sociedade na qual ele está inserido.

Mas alertamos de maneira inicial e tomando por base os textos pesquisados, que a utilização do PEP requer um esforço de todos envolvidos, pois necessita de mudanças praxeológicas dos professores e alunos, ocasionando novas rupturas no processo e consequentemente novos contratos didáticos. Com a nossa proposta de aplicação do PEP utilizando o conceito de Função Afim, poderemos observar e analisar qual o comportamento do PEP em turmas do ensino superior.

Podemos dizer que conseguimos uma possível resposta para a nossa pergunta inicial, apresentando o PEP como um possível caminho para ser seguido, no qual é um dispositivo

didático que apresenta respostas e resultados satisfatórios para o processo de ensino e aprendizagem da matemática.

### Referências

ALMOULOU, SADDO AG. **Fundamentos da Didática da Matemática** / Saddo Ag Almouloud.- Curitiba: Ed. UFPR. 2007.

ARAÚJO, L. F; BRITO LIMA, A. P. A; CÂMARA, M. S. **Ruptura e efeitos do contrato didático numa aula de resolução de problemas algébricos**. Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos. INEP. Brasília, v. 92, n. 232, p. 739-756, set./dez. 2011.

ARAÚJO, A. J. **O ensino de álgebra no Brasil e na França**: estudo sobre o ensino de equações do 1º grau à luz da teoria antropológica do didático. 2009. 290f. Tese (Doutorado em Educação) Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.

ARTIGUE M. Ingénierie didactique, Recherches en didactique des mathématiques, n° 9.3, p. 281-308 La Pensée sauvage, Grenoble (1989).

BARQUERO, B. **Enseñando Modelización a Nivel Universitario: la relatividad institucional de los recorridos de estudio e investigación**. Bolema, Rio Claro (SP), v. 29, n. 52, p. 593-612, ago. 2015.

BARQUERO, B; BOSCH, M; GASCÓN, J: **Ecología de lamodelización matemática: los recorridos de estudio e investigación**. In: Bosch M. [Et Al]; Aportaciones de lateoría antropológica de lodidático: Un panorama de la TAD. Centre de Recerca Matemàtica. Barcelona, 2011.

BESSA DE MENEZES, M. **Praxeologia do Professor e do Aluno**: uma análise das diferenças no ensino de equações do segundo grau. Tese de Doutorado, UFPE, 2010.

BOSCH, M; GASCÓN, J. **Fundamentación antropológica de las organizaciones didáticas**: de los “talleres de prácticas matemáticas” a los “recorridos de estudio e investigación”. IUFM de l’académie de montpellier. 2010.

BROUSSEAU, G. Fondementes e Methodes de la Didactique des Mathematiques. **Recherche en Didactique des Mathématiques**, 7(2), 33-115. 1986

\_\_\_\_\_. **Os Diferentes Papéis do Professor**. In. Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas Cecília Parra, Irma Saiz...[et. al.]; trad. Juan AcuñaLiorens. Porto Alegre: Arte Medicas, 1996.

CASTRO, A; VILAR, I. Senado aprova MP estabelece novas regras para a aposentadoria. **Agência Senado**. Brasília, Out. 2015. Disponível em: <http://www12.senado.leg.br/noticias/materias/2015/10/07/>. Acesso em: 01 Jul. 2016.

CHEVALLARD, YVES. **La Transposition Didactique: Du Savoir Savant Au Savoir Ensigne**. Grenoble, La Pensée Sauvage. 1991.

CHEVALLARD, Y. **Conceitos Fundamentais da Didática**: as perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica. In. **Didáctica Das Matemáticas** /Brun, J...[Et Al]; Direção: Jean Brun. Trad: Maria José Figueredo, Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

CHEVALLARD, Y. Analyses des pratiques enseignantes et didactiques des mathématiques: l’approche anthropologique. In : **L’UNIVERSITE D’ETE**, 1998, p.91-118. Actes de l’Université d’été La Rochelle, IREM, Clermont-Ferrand, France, 1998.

## I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática

01 a 06 de novembro de 2016

Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

---

CHEVALLARD, Y. **Vers une didactique de lacodisciplinarité.** Notes sur une nouvelle épistémologiescolaire. Journées de didactiquecom-parée. 2004.

CHEVALLARD, Y. L'analyse des pratiques enseignantes en Théorie Anthropologie Didactique. In : **Recherches en Didactiques des Mathématiques**, 1999. p. 221-266.

CHEVALLARD, Y. **Steps towards a new epistemology in mathematicseducation.** En M. Bosch (Ed.), Proceedings of the 4th Congress of the Cecilio Fonseca, Alejandra Pereira y José Manuel Casas. European Society for Research in Mathematics Education (pp. 21-30). Barcelona: FUNDEMI-IQS. 2006.

CHEVALLARD, Y. **La notion de PER** : problèmes et avancées. UMF/ADER. Toulouse, le 28 avril 2009.

D'AMORE, B. **Epistemologia, Didática da Matemática e Práticas de Ensino.** Bolema, Rio Claro – SP, ano 20, n° 28. 2007.

FIORENTINI, D. **Investigação em Educação Matemática:** Percursos Teóricos e Metodológicos / Dario Fiorentini, Sérgio Lorenzato. - 8. Ed. Rev. – Campinas ,Sp: Autores Associados, 2009.

FONSECA, C., CASAS, J. M., GONZALEZ, H. **Un recorrido de estudio e investigación entorno a una tarea de modelización:** el cálculo del volumen máximo de una piscina, Actas XVI Congreso Universitario de Innovación Educativa en las Enseñanzas Técnicas, Cádiz. 2008.

FONSECA, C.; Casas, J.M.; Bosch, M.; Gascón, J. **Diseño de un recorrido de estudio e investigación en los problemas de modelización.** En González, M. J.; González, M. T.; Murillo, J. (Eds.). *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los Grupos de Investigación. XIII Simposio de la SEIEM.* Santander. 2009.

FONSECA, C; PEREIRA A; CASAS J. M. **Los REI en la creación de secuencias de enseñanza y aprendizaje.** Bosch M. [Et Al]; Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico: Un panorama de la TAD. Centre de Recerca Matemàtica. Barcelona, 2011.

ONUCHIC, L. R; ALLEVATO, N. S. G. **Formação de Professores:** mudanças urgentes na licenciatura em matemática. In: FROTA, M. C. R; NASSER, L. (Org.) Educação Matemática no Ensino Superior: pesquisas e debates. SBEM. Recife. 2009.

PARRA, V. E; OTERO, M. R. **Praxeologías didácticas en la universidad y el fenómeno del error** : un estudio de caso relativo al límite y continuidad de funciones. In: Bosch M. [Et Al]; Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico: Un panorama de la TAD. Centre de Recerca Matemàtica. Barcelona, 2011.

RODRÍGUEZ, BOSCH E GASCÓN. **Los recorridos de estudio e investigación en la reformulación didáctica del problema de la metacognición.** In: RUIZ-HIGUERAS, L; SILVA, B. A. **Contrato Didático / Educação Matemática Uma Nova Introdução / Anna Franchi...** Et Al; Org. Silvia Dias Alcântara Machado – 3. Ed. Revista. – São Paulo: Educ, 2007.

SARRAZY, Bernard. Le contrat didactique. Revue Française de Pédagogie, n. 112, p. 85-118, 1995. (Note de synthèse).

SBEM. **Boletim da Sociedade Brasileira da Educação Matemática.** SBEM, n° 21. Fevereiro de 2013. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/files/Boletim21.pdf> Acessado em 20 de Junho de 2016.