OPERAÇÕES ALGÉBRICAS E FUNÇÕES COMO OBSTÁCULOS À APRENDIZAGEM DO CÁLCULO

Cristiano Alberto Muniz
Universidade de Brasília, Brasil
cristianoamuniz@gmail.com

Raquel Carneiro Dörr
Universidade de Brasília, Brasil
raquel@mat.unb.br

Regina da Silva Pina Neves
Universidade de Brasília, Brasil
reginapina@unb.com

Resumo: O presente estudo tem como objetivo trazer elementos que contribuam para as pesquisas em Didática da Matemática no ensino superior, na busca pelo entendimento e discussão de dificuldades de aprendizagem verificadas por ingressantes em cursos de Cálculo Diferencial e Integral. O trabalho apresenta produções matemáticas de uma atividade que envolve funções. Elas foram selecionadas de um grupo de estudantes matriculados nessa disciplina e que participavam de um curso de extensão numa universidade localizada no centro-oeste brasileiro. Os resultados apontam duas categorias de erros nas resoluções: os conceituais e os algébricos, evidenciando uma associação desses erros a obstáculos didáticos, relativos à aprendizagem do Cálculo.

Palavras-chave: Aprendizagem. Cálculo. Ensino Superior.

Introdução

A aprendizagem da Matemática no ensino superior requer a mobilização de conhecimentos algébricos e geométricos estudados na educação básica, bem como a capacidade de articulação lógica desses conhecimentos na resolução de problemas. Docentes desse nível de ensino, de modo geral, esperam que os estudantes ingressantes tenham adquirido tal fundamentação conceitual matemática na educação básica e que estejam familiarizados com a linguagem matemática mais simbólica.

Todavia, nossa prática profissional, nesse nível de ensino, tem mostrado que os estudantes das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral 1 (Cálculo 1) – de modo geral, os ingressantes no ensino superior – não apresentam conceituação matemática compatível com o término da educação básica. Além disso, apresentam dificuldades de adaptação à rotina no ensino superior, em especial, à linguagem e aos métodos adotados, que muito se diferenciam dos vivenciados por eles no ensino médio.

Muitos estudos, já desenvolvidos ou em desenvolvimento, corroboram estas observações e relacionam o ensino e a aprendizagem de Cálculo 1 às situações de dificuldade, reprovação e evasão, tanto no Brasil, quanto no exterior (TALL, 1991; FERNANDES FILHO, 2001; GIRALDO, 2004; GOMES; LOPES; NIETO, 2005; LEHMANN; LEHMANN, 2006; SILVA, 2009; GOMES, 2012; RASMUSSEN; MARRONGELLE; BORBA, 2014).

No Brasil, destacam-se os estudos apresentados no âmbito do Grupo de Educação Matemática no Ensino Superior (GT4), durante os Seminários Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM), particularmente, nos dois últimos seminários realizados nos anos de 2012 e 2015. Observamos o aumento do número de pesquisas e de pesquisadores que buscam compreender a não aprendizagem de Cálculo 1. Assim, temos estudos que analisam as dificuldades da compreensão das noções de função, limite e derivada (GIRALDO, 2004; TALL, 1991; IGLIORI; ALMEIDA, 2013), no domínio do Teorema Fundamental do Cálculo (VIANNA, 1998); a rotina e a forma que os estudantes estudam (FROTA, 2010); a falta de experiências prévias, tanto com raciocínio lógico quanto com o traçado e análise de gráficos (NASSER, 2006, 2012).

Em recente estudo, Masola e Allevato (2016) apresentam uma seleção de trabalhos brasileiros, realizados nos últimos anos, que tratam de dificuldades em conteúdos matemáticos de alunos iniciantes no ensino superior e suas consequências não só no Cálculo, mas também em outras disciplinas de cursos como as engenharias que a têm como pré-requisito. Assim, as dificuldades apresentadas por grande contingente de estudantes na aprendizagem do Cálculo 1 se constitui em desafio para a Didática no ensino superior.

Para enfrentar tal desafio, devemos assumir três fatos importantes que podem trazer contribuições significativas para o estudo da Didática:

- são jovens que, ao longo de mais de 12 anos de educação básica em que a matemática é componente curricular sempre presente, fizeram uma opção por uma formação no ensino superior e pelo consequente desenvolvimento profissional, em campo de conhecimento no qual a matemática é um eixo pilar tanto da formação quanto da atuação profissional. Pressupõe-se, assim, que as experiências didático-pedagógicas, praticadas por tantos anos, assim como o sentimento de sucesso na aprendizagem, compeliram tal contingente à opção pelo estudo da matemática, seja no curso de matemática, nas Ciências Exatas ou Tecnológicas. Isso leva-nos, inicialmente, a uma reflexão de que estes jovens tinham uma boa relação com o conhecimento matemático escolar e que não apresentavam grandes dificuldades nas aprendizagens matemáticas, de forma que a forte presença da matemática nos cursos superiores escolhidos não se constituía em problema, ao contrário, ela se constituía como estímulo à continuidade aos estudos.

- possivelmente, dificuldades na aprendizagem do Cálculo estão ligadas às questões didáticas da matemática escolar nos ensinos fundamental e médio. Assim, ao chegarem ao ensino superior, esses estudantes se dão conta de que muitas aprendizagens foram apoiadas em conhecimentos mecânicos, desprovidos de significados, não permitindo o avanço dos estudos conceituais e procedimentais, nem garantindo uma relação afetiva positiva com a área de conhecimento, uma vez que o fracasso nas aprendizagens do Cálculo passa a impregnar suas experiências na aprendizagem do ensino superior.

- mesmo gostando da área de conhecimento da matemática, a formação inicial dos estudantes apresenta grandes hiatos, em especial nos campos da álgebra, assim como da geometria, não lhes permitindo alavancar e nem desenvolver conceitos centrais, tais como o de limite, de taxa de variação, de infinitude, bem como no trato dos procedimentos algébricos e nas representações dos conceitos e procedimentos.

Partindo dessas hipóteses e para verificar algumas delas, neste artigo, apresentamos um estudo realizado com um grupo de alunos que estavam cursando o Cálculo. Esse grupo foi constituído por estudantes tanto do curso de Matemática quanto de outras áreas de conhecimento, das quais o Cálculo I é uma disciplina obrigatória.

O estudo foi apoiado inicialmente em algumas resoluções de testes relacionadas ao tema funções, em que destacamos algumas deficiências de um grupo de estudantes em manipulações algébricas e no conceito de funções. Consideramos que essas limitações representam obstáculos de aprendizagem que podem interferir, não somente no fracasso nessa disciplina (CARRAHER; CARRAHER; SCHLIEMANN, 1988), mas também podem trazer consequências para a própria autopercepção de cada estudante universitário, em relação a sua capacidade na aprendizagem matemática e em dar continuidade em seus estudos superiores, nos quais a matemática é eixo curricular central.

Por meio deste artigo, pretendemos trazer elementos que possam contribuir com os estudos da Didática da Matemática do ensino superior, na busca de melhor compreensão de dificuldades de aprendizagem que surgem nessa etapa inicial da vida acadêmica, de modo a que sejam motivadores para a busca de alternativas educacionais que promovam a aprendizagem significativa da matemática no ensino superior. Para tanto, apresentaremos alguns resultados de um pré-teste composto por itens abertos e fechados que demandavam conhecimentos de conteúdos da educação básica, em especial, do ensino fundamental II (anos finais) e ensino médio, que foi aplicado a estudantes do Cálculo I de uma universidade pública do centro-oeste brasileiro. Estes se encontravam em situação de dificuldade de aprendizagem tendo em vista que já possuíam, pelo menos, uma reprovação na disciplina.

Obstáculos didáticos e epistemológicos à aprendizagem matemática no ensino superior

Muitos pesquisadores têm buscado compreender as dificuldades, que foram expostas na introdução deste trabalho, a partir das contribuições da Didática da Matemática (BROUSSEAU, 1983; ARTIGUE, 1989), em especial, dos conceitos de obstáculos epistemológicos e didáticos. Glorian (apud IGLIORI, 2002), nos ajuda a pensar em tal possibilidade, ao destacar que:

> 1) as concepções que ocasionam obstáculos no ensino da matemática são raramente espontâneas, mas advindas do ensino e das aprendizagens anteriores; 2) os mecanismos produtores de obstáculos são também produtores de conhecimentos novos e fatores de progresso; 3) o obstáculo está relacionado a um nó de resistência mais ou menos forte segundo os alunos, de acordo com o ensino recebido, pois o obstáculo epistemológico se desmembra frequentemente em obstáculos de outras origens, notadamente o didático (GLORIAN, apud IGLIORI, 2002, p.110).

Como sabemos, os obstáculos didáticos estão associados à dimensão pedagógica da aprendizagem e os obstáculos epistemológicos estão associados às origens históricas e culturais do conhecimento científico; eles são inerentes à própria produção do conhecimento e avanços frente às necessárias rupturas no processo de construção conceitual. Para Pais (2015, p.44) “Os obstáculos didáticos são conhecimentos que se encontram relativamente estabilizados no plano intelectual e que podem dificultar a evolução da aprendizagem do saber escolar”. Nesse sentido, Igliori (2015), define que “um obstáculo de origem epistemológica é verdadeiramente constitutivo do conhecimento, é aquele do qual não se pode escapar e que se pode, em princípio, encontrar na história do conceito” (IGLIORI, 2015, p. 123).

Os obstáculos epistemológicos vão se revelar, então, por meio dos erros específicos que são constantes e resistentes, aparecendo como um meio de se mudar a ideia equivocada que se tem sobre o erro no contexto didático. Segundo Brousseau (1983), a manifestação dos obstáculos está intimamente relacionada ao aparecimento dos erros recorrentes e não aleatórios, que são cometidos pelos estudantes na construção de um novo conhecimento. Sendo assim, o erro é visto como algo necessário, pois é parte constituinte do processo ensino/aprendizagem.

A noção de obstáculo epistemológico é vista por Brousseau (1983) como um conhecimento e não como uma dificuldade ou falta de conhecimento. Esse conhecimento produz respostas adaptadas a um determinado contexto, mas que, quando usado fora dele, se revela falso, ineficaz, gerando respostas incorretas; o estudante resiste às contradições que o obstáculo lhe produz e a sua modificação por um novo conhecimento, o que torna todo conhecimento possível de ser um obstáculo à aquisição de novos conhecimentos.

Entretanto, um conhecimento, somente poderá ser declarado como um obstáculo quando ele for diferenciado do conceito de dificuldade. Desse modo, para Duroux (1982, apud BROUSSEAU, 1983, p.190), pelo fato de que o obstáculo pode ser considerado um conhecimento basta reformular a "dificuldade" estudada em termos, não da falta de conhecimento, mas de conhecimento (falso, incompleto ...) para superá-la, pois a dificuldade mostra-se menos resistente. No que se refere à relação entre obstáculo e história e obstáculo e o desenvolvimento do indivíduo, Cornu (1983, apud BROUSSEAU, 1997), em seu estudo sobre o aparecimento de obstáculos no ensino-aprendizagem da noção de limite, mostra que há traços correspondentes entre as dificuldades dos alunos e os obstáculos atestados pela história.

Em seus trabalhos, alguns pesquisadores encontraram semelhanças entre as respostas dos alunos de hoje e as soluções dadas por matemáticos ao longo da história. Schubring (1998) aponta a possibilidade de um paralelismo entre o desenvolvimento de conceitos matemáticos como caminho do empírico ao abstrato e o progresso intelectual dos alunos.

Rezende (2003) defende, em termos genéricos, que o ensino de um conteúdo traz uma concepção epistemológica subjacente e estabelece que "à toda prática subjaz uma concepção epistemológica" (REZENDE, 2003, p.56). Conceitos específicos do Cálculo, como limites, por exemplo, têm sido considerados por vários autores para a identificação de obstáculos epistemológicos à aprendizagem do Cálculo (IGLIORI, 2015; REZENDE, 2003; JOB; SCHNEIDER, 2014). Isso se deve ao fato de que esse conceito e o conceito de função, tema que escolhemos abordar neste artigo, são fundamentais para a formalização da teoria do Cálculo.

A matemática no ensino superior é chamada de "avançada" por Robert e Swarzenberger (2002). Para esses pesquisadores, nesta fase, os fatores que influenciam o aprendizado de matemática são sociais, de conteúdo matemático, de avaliação do trabalho dos estudantes e suas características psicológicas e cognitivas. Esses fatores foram estudados dentro do contexto da teoria do pensamento avançado de Tall (2002) e Dreyfus (2002).

Os fatores sociais, destacados pelos autores, estão relacionados à idade da maioria deles, isto é, jovens adultos que acabaram de sair do ensino médio e ainda são financeiramente dependentes. Como já dissemos, trazem consigo tanto suas experiências de aprendizagem matemática, por aproximadamente 12 anos, assim como aprendizagens matemáticas sem significados, o que não colabora com o avanço nas aprendizagens e também os atrapalham a aprender Cálculo.

Ao ingressarem na universidade, esses jovens são obrigados a fazer uma disciplina de matemática, mas desejavam poder estudar temas específicos ligados à área do conhecimento que acabaram de escolher. Nesses termos, os autores consideram uma sala de aula universitária como uma continuidade da sala de aula do que seria o equivalente ao ensino médio brasileiro.

Por outro lado, segundo os mesmos autores, há uma mudança significativa na natureza dos conteúdos matemáticos considerados no ensino superior. Nesse último, temos uma grande quantidade de novos conceitos nunca vivenciados por estes jovens, em um pequeno intervalo de tempo, bem como uma variedade de tópicos que dependem (e muitos casos requerendo ruptura com os conceitos até então assimilados) de outros já adquiridos anteriormente pelo estudante, mas que são apresentados em uma forma que ele nunca experimentou. Muitos desses novos conceitos diferem drasticamente dos conceitos adquiridos anteriormente, exigindo abstrações, registros e formalizações, elementos importantes no contexto da teoria de Tall (2002) e Dreyfus (2002).

Isso é observado no Cálculo com a introdução, já nas primeiras aulas, da noção de limite. Neste caso, uma abordagem de funções, um tema já conhecido, numa forma diferenciada. Como consequência principal, nota-se que os estudantes não assimilam muitos dos novos conceitos apresentados em sala de aula, o que exigirá deles um tempo considerável de estudos extraclasse.

Nesse sentido, e considerando a análise que pretendemos fazer, perguntamos: será que nossos estudantes ingressantes na universidade têm a compreensão matemática básica sobre como calcular o valor de uma dada função em um determinado ponto? Ou ainda, quais são os obstáculos de aprendizagem que podemos prever pela ausência desse conceito?

Metodologia

Esse artigo traz um recorte de uma pesquisa em andamento para identificação de dificuldades de aprendizagem que se manifestam em estudantes que cursam o Cálculo. A pesquisa foi realizada no primeiro semestre de 2016, em uma universidade pública do Distrito Federal, junto a um grupo de estudantes de Cálculo I, matriculados em curso de extensão universitária, oferecido pelo Departamento de Matemática e sob a coordenação dos autores.

Nessa instituição, o conteúdo programático do Cálculo I é composto pelo estudo de Limites, Derivadas e Integrais para funções de uma variável real e suas respectivas aplicações práticas. Tais conteúdos são trabalhados durante um semestre, num curso de 90 horas distribuídas em três encontros semanais. Para dar suporte à pesquisa, serão analisadas algumas produções escritas selecionadas a partir de resoluções de itens relacionados aos temas do curso, como descrito a seguir.

A primeira atividade do curso de extensão foi a resolução pelos participantes de um pré-teste cujo objetivo era fazer um diagnóstico em conteúdos matemáticos considerados básicos para o estudo do Cálculo 1, buscando a identificação e análise de erros mais frequentes. O teste continha 10 itens, sendo os primeiros cinco relacionados às operações e propriedades fundamentais dos números reais que envolviam cálculos de valores absolutos, frações, exponenciais, simplificações e fatoração de expressões algébricas. Um item continha a resolução de duas equações quadráticas. Dois itens diziam respeito à resolução de funções e dois abordavam Geometria. Portanto, a maior parte do pré-teste foi composta por conteúdos de Álgebra do Ensino Fundamental. O pré-teste foi elaborado por uma das autoras e teve a colaboração de outro professor da disciplina Cálculo 1.

Completaram o pré-teste, dentro de um período de tempo de aproximadamente uma hora, um total de 50 estudantes, sendo 29 do sexo masculino e 21 do sexo feminino. Todos os participantes estavam matriculados num grupo de Cálculo I na modalidade semipresencial. Essa modalidade é aberta a indivíduos que não conseguiram vaga nas turmas regulares do curso, devido a uma reprovação ou por falta de vagas. Os respondentes já tinham sido reprovados na disciplina, pelo menos uma vez, e estavam participando do curso de extensão em que tinham a oportunidade de buscar a superação das dificuldades de aprendizagem, observadas ao cursarem a disciplina pela primeira vez.

Para este artigo, nos deteremos à análise do item 7 do pré-teste, cujo enunciado é o seguinte:

Calcule $f(2+h)$ para a função $f(x) = x-x^2$.

Tal atividade é apresentada a estudantes no ensino de funções, no Ensino Médio, e foi escolhida para análise uma vez que é necessária no cálculo da derivada de uma função pela definição usando limites.

Resultados

Do total de 50 participantes, 3 (6%) não responderam à questão, deixando-a em branco e 12 (24%) resolveram-na corretamente. Os outros 35 (70%) apresentaram dificuldades na resolução. Destas, podemos destacar dois tipos de erros frequentes: o *conceitual*, em que verificamos a falta de entendimento ou conhecimento do conceito de função; e o *algébrico*, em que verificamos erros nas manipulações de contas e expressões algébricas.

Exemplificamos o erro conceitual por meio das seguintes resoluções, conforme as Figuras 1 e 2, apresentadas a seguir:

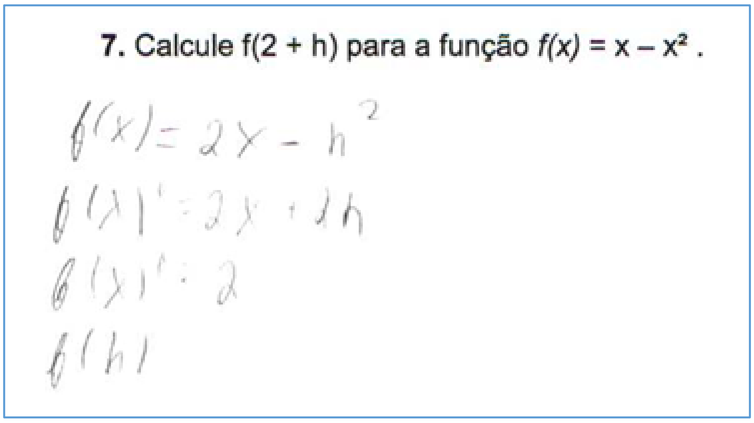


Figura 1 – Resolução 1 realizada por estudante do sexo masculino de 18 anos
Fonte: relatório da pesquisa.

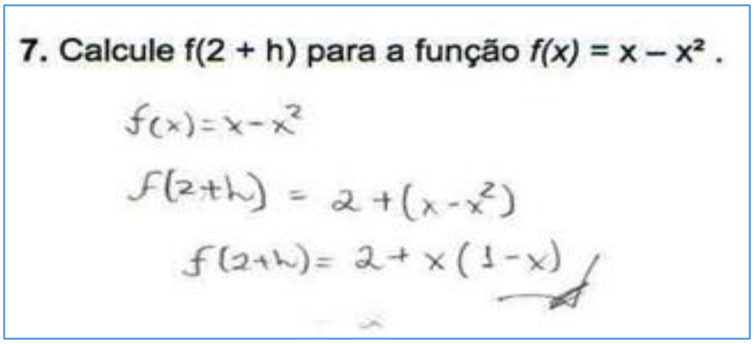
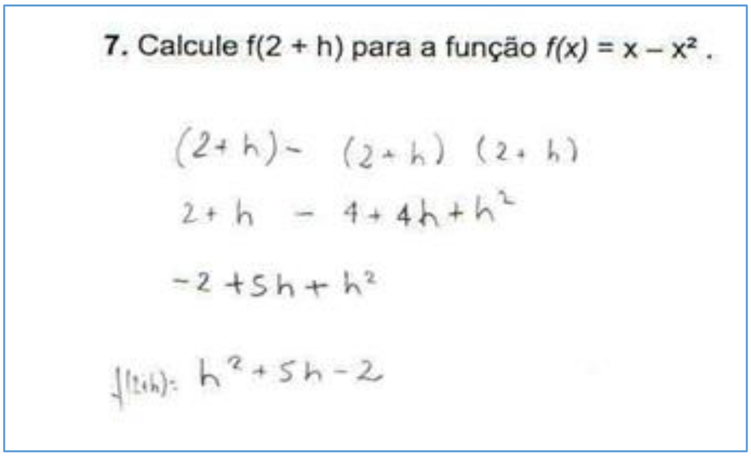


Figura 2 – Resolução 2 realizada por estudante do sexo masculino de 20 anos
Fonte: relatório da pesquisa.

Nesses registros, podemos levantar a hipótese de que as produções dos erros estão associadas a obstáculos didáticos, ancorados à construção da noção conceitual de variável no contexto da representação de função. A definição de variável independente e dependente aparece, nesse contexto, como reveladora da incompreensão algébrica de função que, por certo, terá implicações para o estudo de representação gráfica, não alavancando a construção inicial de noção de taxa de variação.

Entretanto, a maioria dos erros foi de ordem algébrica: 24 dos 35 que erraram o item. Desses, a metade foi no uso da propriedade distributiva e a metade no desenvolvimento de $(2+h)^2$ como exemplificam as resoluções presentes nas Figuras 3 e 4:



7. Calcule f(2 + h) para a função *f(x)* = x – x² .

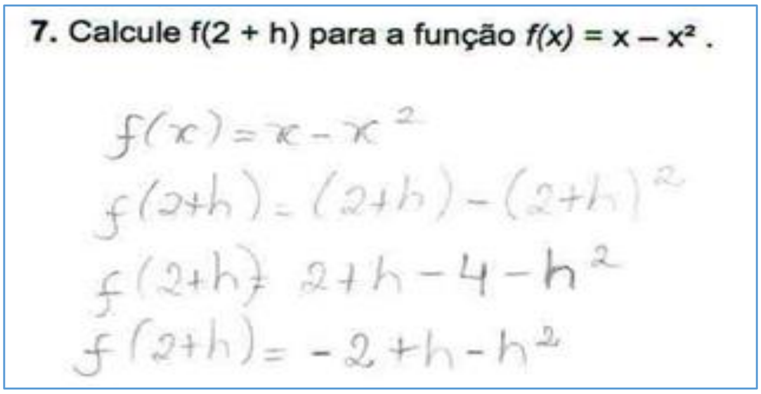
$(2+h) - (2+h)\,(2+h)$

$2+h - 4+4h+h^2$

$-2+5h+h^2$

$f(2+h)= h^2+5h-2$

Figura 3: Resolução 3 realizada por estudante do sexo masculino de 20 anos
Fonte: relatório da pesquisa.



7. Calcule f(2 + h) para a função *f(x)* = x – x² .

$f(x)=x-x^2$

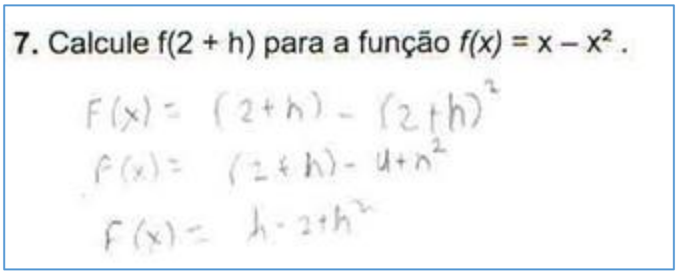
$f(2+h)=(2+h)-(2+h)^2$

$f(2+h)= 2+h-4-h^2$

$f(2+h)= -2+h-h^2$

Figura 4 – Resolução 4 realizada por estudante do sexo feminino de 18 anos
Fonte: relatório da pesquisa.

Algumas resoluções também apresentaram uma combinação das duas dificuldades algébricas. Nelas aparecem erro no uso da propriedade distributiva bem como no desenvolvimento de $(2+h)^2$, como no exemplo constante na Figura 5, a seguir:


7. Calcule f(2 + h) para a função *f(x)* = x – x² .

$F(x) = (2+h) - (2+h)^2$

$F(x) = (2+h) - 4+h^2$

$F(x) = h-2+h^2$

Figura 5 – Resolução 5 realizada por estudante do sexo masculino de 18 anos
Fonte: relatório da pesquisa.

Novamente, os registros produzidos nos levam a identificar a presença de obstáculos didáticos, mais que epistemológicos, revelando conhecimento algébrico errôneo, cuja produção matemática é calcada em malabarismos incompletos e falsos. Isso evidencia pouca compreensão por parte dos alunos dos significados das operações algébricas realizadas, não apoiadas em definições e nem em propriedades, que são objetos de ensino e aprendizagens nos anos finais do ensino fundamental.

Considerações finais

Nossa intenção com este estudo foi trazer contribuições à Didática da Matemática do ensino superior, na abordagem de dificuldades de aprendizagem que surgem no início da vida acadêmica de discentes, com vistas à promoção e criação de alternativas educacionais que promovam a aprendizagem significativa da matemática nesse nível educacional. As conclusões aqui apresentadas estão sendo baseadas em uma análise preliminar que considerou somente as produções dos estudantes.

Para complementação e fundamentação dessa análise, pretendemos estabelecer um diálogo com os participantes da pesquisa a fim de identificarmos o porquê e as origens dessas dificuldades e, assim, podermos acrescentar mais elementos para nossas inferências. Ademais, consideramos que a análise de perfil desses ingressantes, aliada a esse estudo, poderá reforçar nossas suposições a respeito da formação matemática anterior desses estudantes.

A partir das produções, que foram aqui exemplificadas, podemos verificar que uma parte significativa de estudantes de Cálculo, mesmo já tendo sido reprovados na disciplina, ainda carregam deficiências como os erros em cálculos algébricos. A perpetuação desses erros, essencialmente caraterísticas de obstáculos didáticos, ou seja, a presença de conhecimentos matemáticos incompletos e/ou incorretos contribui para que tenham fracasso na disciplina, que pode ser verificado nas baixas notas e nas possíveis evasões e reprovações.

Os participantes da pesquisa já haviam cursado o Cálculo anteriormente pelo menos uma vez. Por que não perceberam ainda tais lacunas na sua formação e não buscaram alternativas para sua superação? Conscientes dessa realidade, o que podem fazer os professores do ensino superior para auxiliarem seus alunos?

Notamos que muitos necessitam de ajuda para identificarem suas deficiências de conteúdos ou aquelas relativas a processos algébricos básicos. Nesse sentido, destacamos o papel fundamental dos docentes dessa disciplina na orientação desses estudantes. Alternativas como cursos de Pré-Cálculo antes ou paralelamente ao curso de Cálculo são exemplos de estratégias já usadas por algumas instituições de ensino superior.

O estudo aqui apresentado prosseguirá com a análise das outras questões aplicadas a fim de que possamos ampliar a identificação de obstáculos à aprendizagem do Cálculo. Esperamos que os resultados sejam usados por docentes do ensino superior que estão atentos às necessidades de seus estudantes, nesta etapa inicial da vida acadêmica, para que possam auxiliá-los na busca da superação de tais dificuldades e no alcance da qualidade na aprendizagem matemática.

Referências

ARTIGUE, Michelle. Epistemologie et didactique. **Cahier de Didirem**, n.3, Paris, 1989.

BACHELARD, Gaston. **A formação do Espírito Científico**. 5a. reimpressão. Tradução: Esteia dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: ContraPonto, 1996.

BROUSSEAU, G. Les obstacles epistemologiques et les problèmes en mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v.4, n.2, p.165-198, 1983.

CARRAHER, Terezinha Nunes; CARRAHER, David William; SCHLIEMANN, Analúcia Dias. **Na vida dez, na escola zero**. Cortez, 1988.

CORNU, Bernard. Apprentissage de la notion de limite: conceptions et obstacles. Diss.1983

DREYFUS, Tommy. Advanced Mathematical Thinking Processes. In: **Advanced mathematical thinking**. Springer Netherlands, 2002, p. 25-41.

FROTA, Maria Clara Rezende. A Diversidade de Estilos de Aprendizagem Matemática na Sala de Aula no Ensino Superior. In: X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2010, Salvador, **Anais...** Salvador: s.n., 2010. Disponível em: <http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/ENEM10/artigos/MR/MR7_Frota.pdf > Acesso: fev. 2016.

FERNANDES FILHO, O. P. O desenvolvimento cognitivo e a reprovação no curso de engenharia. In: XXIX CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 29, 2001, Porto Alegre. **Anais...** Porto Alegre: ABENGE, 2001.

GOMES, E. Ensino e aprendizagem do cálculo na engenharia: um mapeamento das publicações nos COBENGEs. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 16, 2012, Canoas. **Anais...** Canoas: Ulbra, 2012.

GOMES, G.H.; LOPES, C.M.C.; NIETO, S.S. Cálculo zero: uma experiência pedagógica com calouros nos cursos de engenharia. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 2005, Campina Grande. **Anais...** Porto Alegre: ABENGE, 2005.

GIRALDO, V. **Descrições e conflitos computacionais:** o caso da derivada. 2004. Tese (Doutorado). COPPE, UFRJ, 2004.

IGLIORI, Sônia B. C. A noção de "obstáculo epistemológico" e a Educação Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. (Org.) **Educação Matemática:** uma (nova) introdução. 3 ed. São Paulo: EDUC, 2015.

IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo. A Noção de Obstáculo Epistemológico e a Educação Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias A. **Educação Matemática:** uma introdução. 2ª ed. São Paulo: EDUC, 2002, 89-113.

IGLIORI, Sonia Cristina B.; ALMEIDA, M. V. Educação Matemática no Ensino Superior e Abordagens de Tall Sobre o Ensino: Aprendizagem do Cálculo, Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v. 15, n.3, p. 718-134, 2013

JOB, Pierre; SCHNEIDER, Maggy. Empirical positivism, an epistemological obstacle in the learning of calculus. **ZDM**, v. 46, n. 4, p. 635-646, 2014.

KARAGIANNAKIS, Giannis; BACCAGLINI-FRANK, Anna; PAPADATOS, Yiannis. Mathematical learning difficulties subtypes classification. **Frontiers in human neuroscience**, v. 8, 2014.

LEHMANN, M.S.; LEHMANN R.B; Estudo da correlação entre o desempenho no vestibular e em disciplinas do 1º período dos cursos de engenharia da universidade Severino Sombra. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 2006, Passo Fundo. **Anais...** Porto Alegre: ABENGE, 2006.

MASOLA, W. J.; ALLEVATO. Dificuldades de Aprendizagem Matemática de Alunos Ingressantes na Educação superior. **Rev. Brasileira de Ensino Superior**, v.2, n.1, p. 64-74, jan.-mar. 2016.

NASSER, L.: Aprimorando o desempenho de alunos de Cálculo no traçado de gráficos. In: III SEMINÁRIO INTERNACIONAL. DE PESQUISA EM. EDUCAÇAO MATEMATICA. Curitiba, 2006, **Atas do III SIPEM** (em CD). SBEM, 2006.

NASSER, Lilian. Transcrição do Ensino Médio para o Superior: como minimizar as dificuldades em Cálculo? In: V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Petrópolis, 2012, **Anais...** Petrópolis: s.n., 2012. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/files/v_sipem/PDFs/GT04/CC18595006768_A.pdf> Acesso em: fev. 2016.

PAIS, Luiz C. **Didática da matemática**. Uma análise da influência francesa. 3. Ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015.

PAIS, Luiz Carlos. Introdução. In: MACHADO, Silvia Dias A. **Educação Matemática**: uma introdução. 2ª ed. São Paulo: EDUC, 2002, p. 9-12.

RASMUSSEN C.; MARRONGELLE K.; BORBA M. Research on calculus: what do we know and where do we need to go? **ZDM Mathematics Education** , v. 46, p.507–515, 2014.

REZENDE, Wanderley M. **O Ensino de Cálculo:** dificuldades de natureza epistemológica. 2003. 468f. (Doutorado em Educação), Universidade de São Paulo, 2003.

ROBERT, Aline; SCHWARZENBERGER, Rolph. Research in teaching and learning mathematics at an advanced level. **Advanced mathematical thinking**. Springer Netherlands, 2002, p. 127-139.

SILVA, B. A. Componentes do Processo de Ensino e Aprendizagem do Cálculo: saber, aluno e professor. In: IV SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2009, Taguatinga, DF, **Livro de resumos**, Taguatinga, DF: UCB, 2009.

SCHUBRING, G. Desenvolvimento histórico do conceito e do processo de aprendizagem, a partir de recentes concepções matemático-didáticas (erro, obstáculos, transposição). **Zetetike**´. Revista do Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática, v. 6, n. 10. Campinas/SP, jul/dez, 1998.

TALL, D. (Ed.) **Advanced Mathematical Thinking**. 289p., Kluwer, 1991.

TALL, David. The psychology of advanced mathematical thinking. In: **Advanced mathematical thinking**. Springer Netherlands, 2002. p. 3-21.

VIANNA, C.S.: Students’ Understanding of the Fundamental Theorem of Calculus: an exploration of definitions, theorems and visual imagery, Tese (Doutorado). Universidade de Londres, Londres, 1998.