



I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática

01 a 06 de novembro de 2016

Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

---

## A INFLUÊNCIA DOS DIFERENTES REGISTROS FIGURAIS NOS TRATAMENTOS DE FIGURAS E MOBILIZAÇÕES EM UM PROBLEMA DE GEOMETRIA

Mariana Moran

Universidade Estadual do Paraná/Campo Mourão, Brasil  
marianamoránbar@gmail.com

**Resumo:** O presente trabalho apresenta parte dos resultados de uma pesquisa de doutorado sobre tratamentos figurais e mobilizações de registros que foram efetuados durante a resolução de um problema de Geometria, por professores de Matemática. Refere-se à investigação da influência dos registros figurais: Material Manipulável (MM), *Software* GeoGebra (SG) e Expressão Gráfica (EG), na construção e organização do raciocínio dedutivo com apoio visual figurar. O referencial teórico para tal investigação se baseia nos Registros de Representação Semiótica do filósofo e psicólogo francês Raymond Duval. A influência dos tipos de registro figurar foi investigada com a participação de 15 (quinze) professores de Matemática da Educação Básica de uma cidade ao norte do estado do Paraná durante a resolução de uma situação problema de Geometria que foi proposta. Com base nos dados obtidos, foi possível concluir que os tratamentos figurais a serem realizados são diferentes, dependendo do tipo de registro que se utiliza, e da mesma forma, as mobilizações de outros registros também variam conforme o registro figurar de partida utilizado. Sendo assim, destaca-se a importância da escolha e da variação dos registros figurais de modo a contribuir com o aprimoramento do conhecimento e com o funcionamento cognitivo do pensamento em geometria.

**Palavras-chave:** Tratamentos Figurais. Mobilizações de Registros. Geometria.

### Introdução

Neste trabalho, apresentaremos aspectos que se referem a influência do tipo de registro no tratamento figurar e na mobilização de outros registros de representação durante a resolução de um problema de Geometria, encontrado em Duval (1999), e que foi implementado em uma pesquisa de doutorado.

A figura que compõe o problema a ser resolvido neste trabalho foi representada por meio dos seguintes registros figurais: Material Manipulável (MM), o *Software* GeoGebra (SG) e a Expressão Gráfica (EG). O problema que foi aplicado durante a investigação contempla principalmente os seguintes conteúdos de geometria plana do Ensino Fundamental e Médio: segmentos de reta, polígonos e suas áreas, e congruência de triângulos.

Uma figura pode ser representada de várias maneiras e cada uma delas corresponde ao seu registro figural, por exemplo, por meio de Material Manipulável, de uma construção figural no *Software* GeoGebra ou de construções utilizando Expressão Gráfica. Duval (2011, p. 72) explica que “Os registros são sistemas cognitivamente produtores, ou mesmo “criadores”, de representações sempre novas”.

Isso nos levou a realizar uma investigação sobre as influências dos tipos de registros figurais durante a exploração de alguns conceitos de Geometria em um contexto de resolução de problema, no que diz respeito às transformações – operações e mobilizações de registros – que podem e devem ser realizadas para que o sujeito obtenha sucesso na aprendizagem e, conseqüentemente, na conclusão do problema. Além disso, apresentaremos algumas possibilidades de representações figurais que podem ser utilizadas no trabalho com conteúdos de Geometria durante seu ensino e aprendizagem.

Essa pesquisa foi realizada com 15 (quinze) professores de Matemática da rede pública de ensino de uma cidade ao norte do estado do Paraná e foi submetida e aprovada pelo Conselho de Ética.

A ideia de trabalhar com professores parte do princípio de que esses sujeitos têm conhecimento de conceitos básicos de Geometria, o que possibilita a verificação, quase que exclusiva, das influências dos registros figurais, de tal modo que o objeto de estudo seja os registros, e não o conhecimento dos professores participantes.

Neste contexto, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica ofereceu fundamentações para as investigações, principalmente porque ela abrange, no conhecimento matemático, aspectos de “referência a um objeto” e de “transformação em outras representações” (DUVAL, 2011). E, além desses aspectos cognitivos, proporciona diversas opções metodológicas para o trabalho com a matemática.

Para analisarmos os dados, identificamos nas falas e nos registros discursivos, língua natural e formal, os raciocínios mobilizados pelos professores em cada tipo de registro figural, com atenção especial aos aspectos referentes ao tratamento e às conversões.

### **Os Registros de Representação Semiótica em Geometria**

As representações semióticas auxiliam nos sistemas de representação que possuem dificuldades próprias de significado e funcionamento (DUVAL, 2012b). Tratando-se da Geometria, “os objetos que aparecem podem, deste modo, ser diferentes dos tipos de objetos que a situação exige ver” (DUVAL, 2012a). Ou seja, ao visualizarmos somente um desenho

(EG) de um objeto matemático, por exemplo, um poliedro, não é simples perceber que este objeto tem particulares características como paralelismos, ortogonalidades, entre outros.

Para Duval (2011), os registros são sistemas semióticos criadores de novos conhecimentos que satisfazem, basicamente, duas condições:

- produzem representações que permitem acesso e exploração a objetos inacessíveis perceptivelmente ou instrumentalmente;
- permitem transformações em novas representações.

Para o pesquisador, para que um sistema semiótico seja um registro de representação, este deve permitir três atividades cognitivas fundamentais ligadas à semiose<sup>1</sup>:

- **A formação de uma representação identificável como uma representação de um registro dado:** deve respeitar regras de utilização, de identificação, de reconhecimento da representação e a possibilidade de sua utilização para tratamentos.
- **O tratamento:** o tratamento é uma transformação que ocorre internamente ao registro, ou seja, realizam-se operações necessárias para uma questão ou um problema sem sair do registro inicial. Um exemplo de tratamento, no registro figural, é a transformação de um triângulo em dois triângulos com a mesma área, conforme a Figura 1:

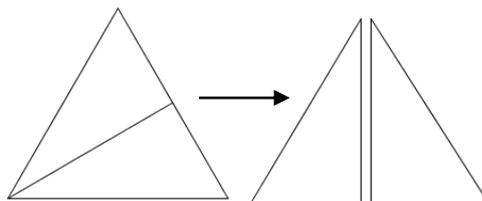


Figura 1: Transformação de um triângulo em dois triângulos congruentes entre si.

Fonte: Autora.

Assim, quando é efetuado um tratamento figural aliado a justificativas matemáticas, consideramos que ocorreu uma variação cognitiva no sujeito que possibilitou a resolução do problema em questão.

Essas várias modificações, que podem ser feitas nas figuras, se subdividem em: mereológicas, óticas e de posição:

modificação mereológica: é a divisão de uma figura em unidades figurais<sup>2</sup> de mesma dimensão que podem ser combinadas em outra figura ou em diferentes subfiguras (DUVAL, 2012c, p. 288).

---

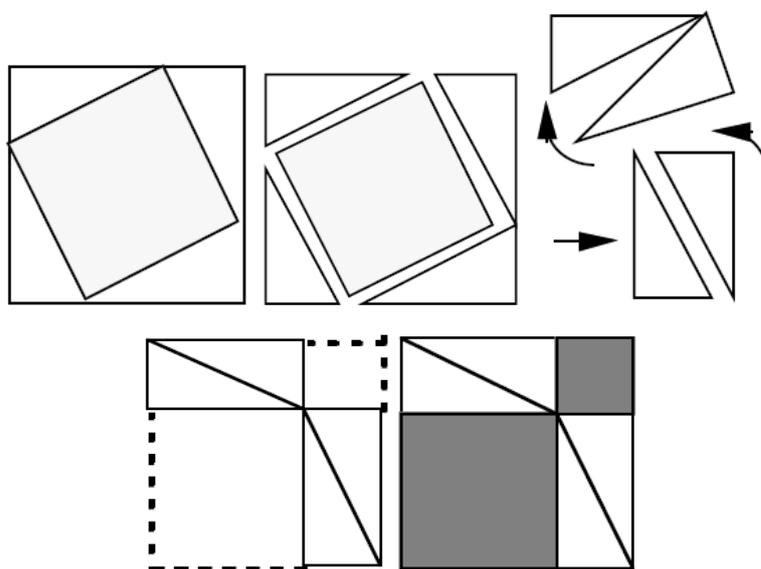
<sup>1</sup> “Se é chamada “**semiose**” a apreensão ou a produção de uma representação semiótica, e “**noesis**” a apreensão conceitual de um objeto, é preciso afirmar que a **noesis** é inseparável da **semiose**” (DUVAL, 2012b, p. 270).

<sup>2</sup> Considera-se unidades figurais os elementos geométricos que compõem a figura, tais como: polígonos, vértices, segmentos de reta, arestas, ângulos, ponto médio, etc.

Para a decomposição mereológica, Duval (2005) apresenta duas particularidades:

- ela pode ser feita materialmente (da mesma forma que juntar as peças de um quebra-cabeça), graficamente (por meio de traços) ou visualmente;
- muitas vezes, a divisão mereológica não tem relação direta com o discurso matemático e, por esse motivo, necessita de um apoio visual para se verificar propriedades geométricas e resolver problemas propostos.

A seguir, tem-se um exemplo de um tratamento puramente figural de reconfiguração que constitui uma representação autossuficiente para o conhecido teorema de Pitágoras (DUVAL, 2005, p. 31).



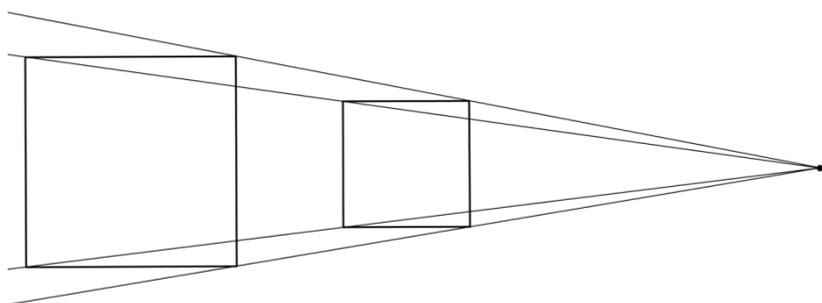
**Figura 2: Teorema de Pitágoras.**

Fonte: Duval (2005, p. 31).

Inicialmente, são realizadas operações de separação mereológica na unidade figural inicial (o quadrado), transformando-a em outras unidades figurais (1 quadrado e 4 triângulos) – primeira reconfiguração. Em seguida, os quatro triângulos são justapostos, formando-se dois retângulos – segunda reconfiguração, de modo a se obter a mesma região da figura inicial (o quadrado).

modificação ótica: essa operação consiste em manter a mesma forma e orientação da figura inicial, fazendo variar somente o tamanho: aumentar ou diminuir uma figura transformando-a em outra, de modo que esta seja vista como sua imagem, por meio de uma homotetia, por exemplo.

---

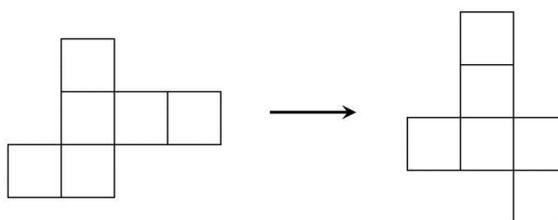


**Figura 3: Uma situação de homotetia.**

Fonte: Baseado em Duval (1999, p. 159).

Fatores tais como a figura inicial e a figura modificada possuírem a mesma orientação e o mesmo centro de homotetia auxiliam na visibilidade dessa operação (DUVAL, 2012c).

modificação posicional: consiste em preservar o tamanho e a forma da figura de partida, mas com variação de orientação, com deslocamento (translação), rotação e reflexão da figura com relação ao campo de referência em que ela se encontra (DUVAL, 2012b, 2012c).



**Figura 42: Modificação posicional (rotação).**

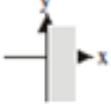
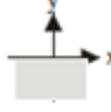
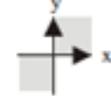
Fonte: Baseado em Duval (1999, p. 165).

Neste trabalho, o estudo das figuras, no que consiste às modificações, está condicionado mais às mereológicas e posicionais do que óticas.

- **A conversão:** é uma transformação diferente e independente do tratamento que consiste na representação em outro registro conservando a totalidade ou uma parte somente do conteúdo da representação inicial: “Converter é transformar a representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada num registro em uma representação desse mesmo objeto, dessa mesma situação ou da mesma informação num outro registro” (DUVAL, 2009, p. 58). Não existe e não podem existir regras de conversão do mesmo modo que existem as regras de tratamento.

Como exemplo de conversão, temos do registro da língua natural (I) para o registro algébrico (II) e para o registro gráfico (III), representada no Quadro 1:

Quadro 1: Conversão.

I	II	III
1. ... o conjunto de pontos que têm abscissa positiva	$x > 0$	
2. ... que têm ordenada negativa	$y < 0$	
3. ... cujas abscissa e ordenada têm o mesmo sinal	$xy > 0$	
4. ... cujas abscissa e ordenada têm sinais diferentes	$xy \leq 0$	
5. ... cuja ordenada é igual à abscissa	$y = x$	
6. ... cuja ordenada é oposta à abscissa	$y = -x$	

Fonte: Duval, 2012b, p. 274.

Desse modo, entendemos que quando o aluno é capaz de coordenar espontaneamente os vários registros de representação de um mesmo objeto, significa que ocorreu uma construção de determinado conceito ou conteúdo (DUVAL, 2012b).

### O uso de Materiais Manipuláveis, do *Software* GeoGebra e das Expressões Gráficas como Registros Figurais

Para realizar essa investigação, utilizamos Materiais Manipuláveis (MM), o *Software* GeoGebra (SG) e Expressões Gráficas (EG), para representar figuras geometricamente. Consideramos essas três “formas de ver” as figuras como registros figurais, ou seja, como sistemas de representação que permitem abstrações cognitivas utilizáveis em resolução de problemas ou em reconhecimentos de propriedades geométricas.

Para essa pesquisa, estabelecemos como MM todos os objetos com fins de ensino que podem ser manipulados pelo sujeito promovendo um tratamento figural. Além disso, com o MM, é possível representar objetos geométricos 3D, preservando sua dimensão de modo a identificar seus elementos figurais e visualizá-los em diferentes perspectivas.

As operações figurais que podem ser realizadas com os materiais advindas de recortes, colagens, translações, rotações, comparações, entre outros, auxiliam no raciocínio para a resolução matemática de um problema geométrico. Ou seja, o uso de MM motiva os seus participantes a pensar, elaborando suas próprias estratégias e ações. Lorenzato (2006) escreve que os MM facilitam a realização de descobertas e permitem um trabalho menos formal. Eles também possibilitam que seus participantes identifiquem os conceitos elementares da matemática e construam várias representações mentais, baseadas nas representações semióticas aparentes.

Desse modo, a atividade proposta que apresentaremos neste trabalho, contou com a utilização desse material, de modo que possibilitou ao sujeito modificações e operações visuais por meio do tratamento figural e também a mobilização de outros registros.

Utilizamos também o *Software* GeoGebra para representar figuras geométricas. A utilização dos SG possibilita a representação de objetos 0D, 1D, 2D e 3D, preservando suas dimensões. Também permite observar cada objeto geométrico com a dinamicidade e o ponto de vista necessário para a resolução de um problema, por exemplo. Outra vantagem é a realização de construções e operações e a facilidade em apagá-las ou salvá-las, quantas vezes for necessário, até se chegar à conclusões novas e à solução do problema: “Uma das vantagens do uso do GeoGebra é que suas construções são dinâmicas [...]. Isso permite que o sujeito faça grande quantidade de experimentações que lhe possibilite construir proposições geométricas” (GERÔNIMO; BARROS; FRANCO, 2010, p. 11).

Os SG também permitem a construção de figuras geométricas planas e espaciais; a identificação de elementos figurais, como pontos médios; a construção precisa de planos e retas paralelas e perpendiculares com comandos básicos; o cálculo exato de comprimentos e áreas de figuras geométricas planas; além da visualização exterior e interior de objetos tridimensionais por várias perspectivas. Borba (1999) afirma que o uso de tecnologias em geral pode deixar os alunos suscetíveis a novas descobertas que proporcionam mudanças e progressos no conhecimento.

Da mesma forma, com base na leitura sobre registros figurais de Raymond Duval, admitimos as figuras realizadas por meio da Expressão Gráfica como um registro figural, desde que entenda-se por EG as figuras construídas com o uso de materiais que auxiliem a produção de desenhos e principalmente figuras em geral que comunicam uma ideia, um conceito ou um pensamento.

As EG representam um tipo de registro figural convencional, consistindo em um dos registros mais utilizados nas aulas de geometria, por sua facilidade de acesso e forte presença

nos livros didáticos de matemática. Para fazer uma representação na forma de EG, o aluno poderá dispor de folhas de papel, lápis, borracha, régua graduada ou não, compasso, esquadro – ou seja, instrumentos comuns para desenho –, e dos conhecimentos específicos para a ação.

Com base nas aplicações da atividade desta investigação, foi possível perceber que os professores possuem maior intimidade com o uso desses instrumentos durante a resolução dos problemas de geometria, arriscando possíveis soluções por meio de esboços de desenhos.

Ao se usar as EG para o registro de figuras, há uma recorrência maior aos aspectos algébricos para a resolução dos problemas, diferente do uso dos MM e dos SG. Ou seja, há uma tendência a se recorrer ao uso da álgebra para o cálculo de possíveis proporções e relações que permitem traduzir e solucionar o problema proposto. Às vezes, há um apelo aos aspectos métricos, mas não tanto quanto aos algébricos.

De acordo com Duval (2011), as figuras na geometria apresentam três características que lhes conferem um poder cognitivo específicas: têm um valor intuitivo, permitem um reconhecimento praticamente imediato dos objetos e podem ser construídas com régua, com compasso ou com um *software*.

Para realizar essa investigação das influências dos registros figurais, desenvolvemos uma pesquisa baseada em uma abordagem qualitativa, de cunho interpretativo realizada com 15 (quinze) professores de Matemática da Educação Básica da Rede Estadual de Ensino de uma região ao norte do estado do Paraná.

A atividade foi aplicada individualmente com cada professor participante. Para as respostas, solicitamos justificativas oralmente e por extenso, na forma de língua natural e formal<sup>3</sup>, pois Duval (2011, p. 99) afirma que “Pensar em matemática mobiliza sempre pelo menos dois registros”, e, “em geometria, mobilizamos a linguagem e a visualização”.

No decorrer da apresentação das análises utilizamos fragmentos das entrevistas e das respostas escritas dos professores para justificar as conclusões realizadas. As informações analisadas estão subdivididas em unidades de análise com a seguinte prescrição: A1 e A2. E os professores colaboradores, indicados por P1, P2, P3, e assim por diante, até P15. Usamos fonte em itálico sem aspas para as falas e fonte comum com aspas para a escrita dos professores entrevistados.

O objetivo da atividade foi investigar o reconhecimento de propriedades geométricas por meio dos registros figurais numa progressão de manipulações práticas até seus registros

---

<sup>3</sup> A língua natural se refere à língua materna do Brasil (o português), enquanto a língua formal faz referência à simbologia utilizada nas deduções matemáticas.

discursivos. Duval (2011, p. 140) afirma que “a questão chave da interpretação é então aquela das transferências internas de um modo a outro e de um registro a outro”.

O problema proposto envolve conceitos de geometria e é possível de ser resolvido utilizando registros figurais tanto na forma de Material Manipulável, quanto do *Software* GeoGebra e como Expressão Gráfica. Seleccionamos e confeccionamos os registros que seriam utilizados previamente a aplicação e os disponibilizamos aos professores colaboradores no momento da resolução.

Os professores participantes foram divididos em 3 (três) grupos de 5 (cinco) pessoas cada, onde as ordens de apresentação dos registros foram variadas, a saber:

Grupo 1: Primeiro SG, em seguida EG e por último MM.

Grupo 2: Primeiro MM, em seguida SG e por último EG.

Grupo 3: Primeiro EG, em seguida MM e por último SG.

Mesmo quando o professor participante resolvia, corretamente ou não, o problema com o primeiro registro, apresentamos a ele também o segundo e o terceiro registro, na ordem de cada grupo, de modo a tornar possível investigar se estes registros influenciariam na resposta dada anteriormente, fazendo-o, talvez, repensar a sua solução; e também verificar se surgiriam novas ideias para a resolução do problema.

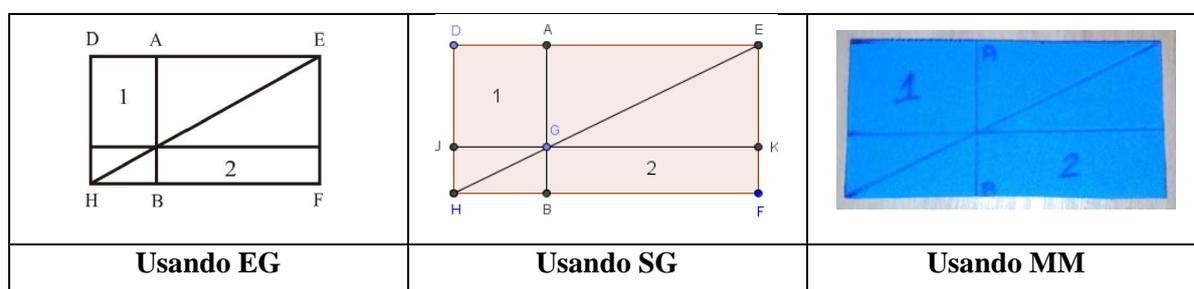
A aplicação da atividade foi individual e contou com gravação de áudio e registro da resolução de cada problema em uma folha que entregamos no início. Até mesmo para os professores que não chegaram à solução, houve o pedido de registro discursivo sobre o máximo de conclusões retiradas a respeito do problema com base nos tipos de registros figurais oferecidos para a resolução. Além de permitir analisar os registros mobilizados pelos professores para a resolução dos problemas, esta estruturação dos dados permitiu que percebêssemos os tratamentos efetivados e a interpretação figural realizada pelo professor com base em cada tipo de registro oferecido (MM, SG, EG).

As resoluções individuais dos professores participantes foram analisadas com base em seus raciocínios expostos na forma de registro discursivo (língua natural e formal) levando em consideração os sucessos, hesitações e fracassos, com atenção especial aos tratamentos e mobilizações de outros registros. Para a análise, usamos a produção oral e escrita, porque Duval (2011, p. 105) afirma que “a produção oral e escrita não têm os mesmos papéis na tomada de consciência [...] das unidades de sentido matematicamente pertinentes em uma representação”. Ou seja, pode parecer simples falar sobre determinado assunto oralmente, mas, diante da necessidade de escrever tal raciocínio, surgem questões manifestadas pela tomada de consciência e organização da escrita.

## Atividade e resultados

A atividade a seguir foi implementada com professores de Matemática da Educação Básica, sujeitos da pesquisa. Neste texto, será apresentada essa atividade e suas soluções para fazer uma análise a respeito de alguns aspectos relacionados aos tratamentos e mobilizações figurais.

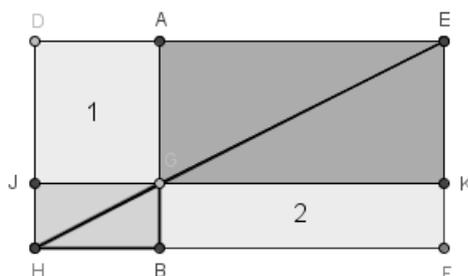
**Problema de Euclides<sup>4</sup>:** Mostrar a igualdade das áreas 1 e 2, qualquer que seja a posição do segmento  $\overline{AB}$  (DUVAL, 1999, p. 157).



**Figura 5: Registros figurais.**

Fonte: (DUVAL, 2012a, p. 129) e Autora.

Este problema pode ser resolvido por uma modificação figural do tipo mereológica, fazendo uma operação de reconfiguração que consiste no fracionamento da figura inicial em subfiguras. Neste caso, por congruência entre os triângulos  $G\hat{A}E \equiv E\hat{K}G$  e entre  $H\hat{J}G \equiv G\hat{B}H$ , conclui-se, a igualdade entre as áreas dos quadriláteros 1 e 2, conforme a Figura 10.



**Figura 6: Solução da Atividade.**

Fonte: Autora.

O objetivo principal desta atividade foi, por meio da variação do tipo de registro figural, analisar a compreensão, ou seja, o alcance em termos de autonomia e progressão do sujeito durante a resolução do problema. Para isso, esta análise foi dividida em duas unidades:

<sup>4</sup> No início da aplicação da atividade, foi disponibilizado aos professores colaboradores lápis, borracha, caneta, régua, tesoura, cola e folha de resposta. Os rascunhos foram realizados em uma folha de resposta que foi entregue.

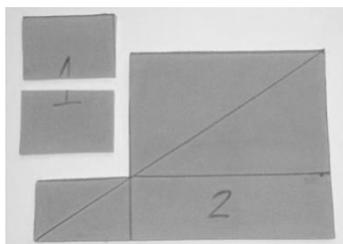
**A1) Se houve tratamento figural para resolver o problema:** caso tenha havido, verificar se ocorreram variações cognitivas (interação de tratamento figural com tratamento discursivo).

Analisamos se, durante o contato com os diferentes tipos de registros figurais, ocorreram tratamentos figurais e também a simultaneidade com o tratamento discursivo. Duval (1999) explica que os tratamentos parecem vir de leis de organização figural de percepção visual e, como consequência do entendimento, ocorre um discurso teórico usado para se comunicar, no caso, as variações cognitivas.

Para resolução desta atividade, era extremamente necessário que se efetuasse tratamentos figurais em busca de demonstrar dedutivamente a igualdade das áreas 1 e 2. Dessa forma, como justificativa para a solução, o tratamento discursivo seria consequência do tratamento figural realizado.

Assim, com base nas observações feitas notamos que os tratamentos a serem realizados em cada registro foram diferentes. Podemos destacar:

**Material Manipulável:** manuseio, recorte e sobreposição de partes.



**Figura 7: Recorte da parte 1 para sobrepor na parte 2.**

Fonte: Autora.

Alguns professores recortaram a figura que representava a área 1 na tentativa de sobrepor à área 2 em busca de mostrar a igualdade das áreas realizando modificações mereológicas e modificações posicionais na figura de partida. Conforme o relato de P8:

P8: “Usando o material manipulável foi possível mostrar a equivalência das partes recortando 1 e sobrepondo em 2”.

No entanto, um professor recortou todas as subfiguras da figura (retângulos e triângulos) e fez a sobreposição dos triângulos congruentes para concluir que as áreas 1 e 2 eram iguais, conforme a Figura 12:

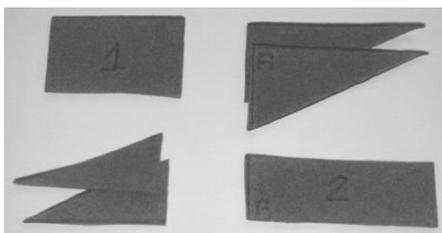


Figura 8: Tratamento figural no MM.

Fonte: Autora.

**Software GeoGebra:** translação do segmento  $\overline{AB}$  até o ponto médio da diagonal.

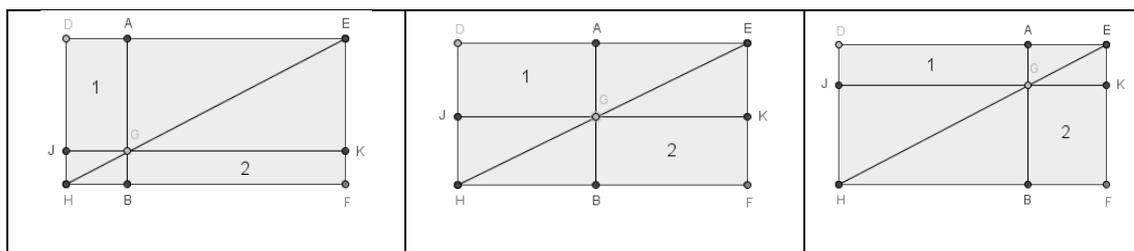


Figura 9: Modificações posicionais no retângulo.

Fonte: Autora.

A passagem do ponto G pelo ponto médio da diagonal do retângulo permitiu aos professores intuir que as áreas 1 e 2 eram iguais, conforme os seguintes relatos:

P11: “Utilizando o geogebra, moveria o segmento AB de forma a dividir a figura em 4 retângulos de iguais medidas”.

P12: “Ao observar a figura e mover o ponto de intersecção, consegui visualizar de imediato o movimento e a semelhança das áreas 1 e 2, com base no ponto médio”.

Neste sentido, foram realizadas modificações posicionais da unidade figural G e modificações óticas das subfiguras contidas na figura de partida.

**Expressão Gráfica:** separação das subfiguras da figura.

Com este registro, 1 (um) professor efetuou tratamentos figurais no desenho que consistiram em modificações mereológicas e descreveu, utilizando raciocínio dedutivo por meio de linguagem natural e formal, os tratamentos efetuados na figura e resolveu corretamente o problema. Os demais professores se atentaram às subfiguras de área 1 e 2, porém não percebiam a importância das subfiguras em forma de triângulo para a conclusão do problema.

Por fim, com base nas observações e dados dos grupos 1, 2 e 3, notamos que, no que se refere a tratamentos que podem ser efetuados nas figuras, o *Software* de Geometria e o Material Manipulável possibilitaram mais transformações desse tipo, suscitando a criatividade e, conseqüentemente, o uso do raciocínio lógico para solucionar o problema. Esses registros

também encaminharam os sujeitos para que estes pudessem discursar a respeito de suas ideias, proporcionando uma organização estruturada do pensamento, conforme constatado nos registros discursivos desses professores colaboradores.

**A2) Se houve mobilização de um segundo registro para resolver o problema:** caso tenha havido, verificar se ocorreu discriminação das unidades figurais dos registros de partida no registro de chegada.

Com relação à mobilização de um segundo registro na tentativa de solucionar o problema proposto, Duval (2011) explica que, durante uma compreensão matemática, o sujeito mobiliza sempre, pelo menos, dois registros de representação semiótica. Buscamos, ao analisar nesta pesquisa a mobilização de outros registros, identificar a possível compreensão do problema, bem como de sua solução.

Para resolução desta atividade, era necessário que se mobilizasse o registro da língua formal com o intuito de demonstrar a congruência entre os triângulos  $G\hat{A}E$  e  $E\hat{K}G$ ,  $H\hat{J}G$  e  $G\hat{B}H$ . Tal mobilização deve ser feita por meio da identificação das unidades figurais do registro de partida (figural), bem como os lados e os ângulos congruentes, representados também no registro de chegada (língua formal ou simbólica).

Por meio das observações realizadas, percebemos que os registros na forma de EG e MM foram os que proporcionaram maior intenção de mobilização em relação aos outros registros de representação, porém quase sua totalidade foi do registro figural para o registro numérico. Ou seja, os professores mediam os lados das figuras e calculavam suas áreas de modo a tentar concluir a igualdade, conforme a descrição a seguir:

P11: “Utilizando a expressão gráfica para a resolução, usei a régua para verificar as dimensões (comprimento x largura) das partes 1 e 2 e calculei as duas áreas demonstrando a igualdade entre elas”.

Duval (2011) afirma que, para aprender, os sujeitos devem trabalhar sem recorrer inicialmente a aspectos métricos, ou seja, eles devem compreender inicialmente os aspectos qualitativos dos objetos geométricos que estão sendo trabalhados para poderem interiorizar as operações figurais e suas relações geométricas.

Na interação do professor com o SG, foi possível perceber também várias mobilizações para outros registros, maior – 8 (oito) para 3 (três) – do que no contato com o MM. O SG proporcionou o maior número de mobilizações do registro figural para o registro da língua formal (linguagem simbólica), como a descrição seguinte:

P2: “O segmento  $\overline{EH}$  é a diagonal da figura DEFH, então  $\triangle DEH \approx \triangle EFH$ . A diagonal  $\overline{EG}$  do retângulo AEIG o divide em 2 $\Delta$ s equivalentes. O mesmo ocorre no retângulo BGJA. Logo, temos que as partes 1 e 2 são equivalentes”.

Ou seja, houve uma variação cognitiva do sujeito que consistiu na interação entre o raciocínio dedutivo e o tratamento figural a ser realizado na figura na forma de SG.

### Considerações Finais

Conforme os raciocínios explicitados pelos professores no decorrer das aplicações do problema que levou à análise dos dados, concluímos que:

❖ quanto ao uso de tratamento figural para resolver o problema, em cada tipo de registro figural – Materiais Manipuláveis, *Softwares* Geométricos e Expressões Gráficas –, os professores realizavam tratamentos diferentes. Tal fato reforça a ideia de que é importante que o aluno conheça e compreenda as várias representações para um mesmo objeto matemático, pois cada uma delas desenvolve aspectos cognitivos e matemáticos particulares. Em conformidade com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, é o conhecimento e a coordenação das várias representações para um mesmo objeto que possibilita a construção do conhecimento. Na atividade realizada, o SG se destacou por proporcionar maior interação do sujeito na realização de tratamentos figurais. Também houve destaque do MM, que encaminhou os sujeitos para que visualizassem o comportamento das subfiguras, direcionando-os para uma organização estruturada de pensamento.

❖ quanto à mobilização de um segundo registro para resolver o problema, os registros figurais na forma de EG e MM se destacaram por induzir os professores colaboradores à transformação do registro figural para o registro numérico. É importante ressaltar que tal problema foi proposto com a intenção de que os sujeitos, ao ter contato com os registros, utilizassem deduções matemáticas, pois o uso de cálculos serve para verificar e não demonstrar resultados. Com relação ao SG, este foi o registro que possibilitou o maior número de conversões do tipo figural para língua formal. Talvez isso se deva à dinâmica que a figura possui quando representada neste tipo de representação figural.

Por fim, esta pesquisa mostra que, ao utilizar diferentes registros figurais na resolução de problemas de geometria, fatores referentes aos tratamentos e às mobilizações de registros são modificados, gerando consequências diretas na compreensão da figura, de suas propriedades e, conseqüentemente, da geometria. Do ponto de vista matemático, Duval (2011)

explica que a solução do problema é o que demonstra os diferentes conhecimentos que permitem resolvê-lo, no entanto, do ponto de vista cognitivo, são analisados os processos que permitem reconhecer os conhecimentos matemáticos a serem empregados.

## Referências

BORBA, M. C. Tecnologias informáticas na Educação Matemática e reorganização do pensamento. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, p. 285-295, 1999.

DUVAL, Raymond. **Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y Aprendizajes intelectuales**. Tradução: Myriam Vega Restrepo. Cali, Colombia: Universidade del Valle, 1999.

\_\_\_\_\_. Les conditions conitives de l'apprentissage de la geometrie: développement de la visualisation, différenciation desraisonnement et coordination de leur fonctionnements. **Annales de Didactiqueet de Sciences Cognitives**, n. 10, p. 5-53, 2005.

\_\_\_\_\_. **Semiósis e Pensamento Humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais (Fascículo I)**. Tradução: Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

\_\_\_\_\_. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semióticas**. Org.: Tânia M. M. Campos; tradução: Marlene Alves Dias. 1ed. São Paulo: PROEM, 2011.

\_\_\_\_\_. **Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência**. Tradução: Méricles Thadeu Moretti. *Revista Eletrônica de Educação Matemática – Revemat*, v.07, n.1, p.118-138, 2012a.

\_\_\_\_\_. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**. Tradução: Méricles Thadeu Moretti. *Revista Eletrônica de Educação Matemática – Revemat*, v.07, n.2, p. 266-297, 2012b.

\_\_\_\_\_. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução: Méricles Thadeu Moretti. **Revista Eletrônica de Educação Matemática – Revemat**: Florianópolis, v.07, n.2, p. 266-297, 2012c.

GERÔNIMO, J. R.; BARROS, R. M. de O.; FRANCO, V. S. **Geometria Euclidiana Plana: um estudo com o software Geogebra**. Maringá: Eduem, 2010.

LORENZATO, Sergio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: \_\_\_\_\_ (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.