

## **DIAGNOSTICANDO A COMPREENSÃO DE ÁREA DE DIFERENTES FIGURAS POLIGONAIS POR ALUNOS DO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Maria das Dores de Moraes  
Prefeitura Municipal de Jaboatão dos Guararapes, Brasil  
dora.pe@gmail.com

**Resumo:** O objetivo deste estudo foi identificar indícios da compreensão de área por alunos do 8º ano do ensino fundamental de uma escola da rede privada do Recife/PE. Usou-se como aporte teórico o modelo didático proposto por Régine Douady e Marie-Jeanne Perrin-Glorian (1989) para a conceituação de área como uma grandeza. A partir do referencial teórico supracitado e de alguns estudos sobre o ensino e a aprendizagem da grandeza área, aplicou-se um teste com oito questões relacionadas a área. A partir das respostas, pode-se chegar à conclusão de que a maioria dos alunos demonstraram indícios de que compreendem adequadamente as grandezas área e perímetro e estabelecem adequadamente relação entre área de diferentes figuras, em se tratando de figuras poligonais. Entretanto, pode-se identificar o uso predominante da fórmula para o cálculo de área, mesmo sem ser necessário, a dificuldade dos alunos em representar superfícies diferentes de um retângulo e reconhecerem unidades de medidas pertinentes diante de figuras não usuais.

**Palavras-chave:** Área. Grandezas e medidas. Superfície.

### **Introdução**

O bloco das Grandezas e Medidas tem um papel destacado não apenas no contexto matemático mas também nas práticas sociais, desde as civilizações antigas até os dias atuais, sendo utilizado na agricultura (para transporte, estocagem de alimentos e demarcação de terras) e construção civil (aquisição de areia) por exemplo.

Segundo Lima e Bellemain (2010), a inclusão dos conteúdos desse campo nos anos iniciais e finais do ensino fundamental justifica-se basicamente por três razões: usos sociais, com suas utilizações nas técnicas e nas ciências; as conexões com outras disciplinas escolares, e; as articulações com outros conteúdos da Matemática. Nesse bloco, destacam-se as grandezas comprimento, área e volume, que são socialmente relevantes para os alunos, conforme mencionado acima.

## **I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática**

*01 a 06 de novembro de 2016*

*Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil*

Mesmo com essa realidade permeando o cotidiano escolar, resultados apresentados em estudos anteriores (DURÃO, 2010; FACCO, 2003, MELO, 2003), têm demonstrado uso inadequado por parte dos alunos de procedimentos numéricos e unidades de medida de comprimento e de área, por isso, optamos por investigar o ensino dessas grandezas com alunos em anos mais avançados daqueles dos estudos citados, ou seja, alunos do 8º ano.

### **Compreensão de Área enquanto grandeza**

O ensino das Grandezas e Medidas percorre parte da educação básica, conforme se verifica nos Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997; 1998a; 1998b; 2002a, 2002b). Nesse sentido, Lima e Bellemain (2010) chamam a atenção para o fato de que há mais de dez anos diversas recomendações curriculares para o ensino Fundamental, e também os livros didáticos, têm valorizado o ensino desse bloco.

Ainda segundo esses autores, ao longo desse período, pode-se observar uma evolução no ensino deste campo e, também, maior atenção ao mesmo nos estudos acadêmicos que tratam de questões referentes ao ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos. Apesar disso, diferentes avaliações do ensino realizadas no Brasil mostram que o desempenho dos alunos ainda é insatisfatório quando se trata de questões relativas a Grandezas e Medidas. O Sistema nacional de Avaliação da Educação Básica – SAEB (BRASIL, 2011) e o Sistema da Avaliação do Estado de Pernambuco - SAEPE (PERNAMBUCO, 2013) apontam constantemente para baixos índices de aprendizagem dos alunos brasileiros do Ensino Fundamental (EF), no tocante a conteúdos desse bloco, sinalizando existir limitações no ensino que aumentam as dificuldades pelas quais se defrontam alunos e professores.

Em se tratando da grandeza área, Douady e Perrin-Glorian (1989) propõem um modelo didático para a construção desse conceito, no qual é necessário distinguir três quadros: o geométrico (figuras planas), o das grandezas (área) e numérico (medida). O quadro geométrico é composto pelas figuras geométricas planas, a exemplo de retângulos, triângulos, regiões poligonais, entre outros. O quadro numérico é composto pelos números reais positivos como 3,  $\pi$  ou 9,8. Por fim, o quadro das grandezas é constituído de classes de equivalência de sólidos de mesma área, as quais podem ser representadas pelo par número/unidade de medida

## **I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática**

*01 a 06 de novembro de 2016*

*Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil*

como  $3 \text{ cm}^2$ ,  $2,5 \text{ m}^2$ , etc. Esses quadros são independentes e, por isso, precisam ser distinguidos.

Figuras diferentes podem ter mesma área e mudança na unidade de medida provoca mudança nos valores numéricos sem alterar a grandeza. Ao variar a unidade de medida, a medida da área muda, mas a área é a mesma. Considere, por exemplo, uma região retangular: o objeto região pertence ao quadro geométrico, a medida de sua área pertence ao quadro numérico e as classes de equivalência das figuras com a mesma área que a região retangular dada pertencem ao quadro das grandezas.

Do mesmo modo em que esses elementos são independentes, eles podem ser articulados. Por exemplo, dada uma figura geométrica é possível fazer corresponder a esse objeto um número real positivo, sua medida, a partir da escolha de uma unidade de mesma natureza que a grandeza a ser comparada. Isso permite associar o objeto geométrico, o número e a grandeza. Nesta pesquisa, nossa análise fundamenta-se nesse modelo teórico.

### **Dificuldades apontadas por pesquisadores sobre a grandeza área**

Estudos sobre o ensino-aprendizagem da grandeza área com alunos dos anos finais do ensino fundamental têm constatado entraves à compreensão do conceito de área pelos alunos (FERREIRA, 2010; MELO, 2003; FACCO, 2003; DUARTE, 2002), como o uso excessivo de fórmulas sem uma devida compreensão (TELES, 2007), e o uso incorreto de unidades de medida, remetendo ao não entendimento de área como grandeza, a não dissociação entre área e superfície.

Em um estudo com alunos do 6º ano, Ferreira (2010) constatou que eles dissociavam área e perímetro quando recorriam a procedimentos numéricos e que os mesmos sujeitos não apresentaram desempenho satisfatório diante de atividades de cálculo de área com figuras não usuais. Melo (2003), em um estudo com alunos do 6º ao 9º anos, observou que os mesmos apresentaram a ideia equivocada de que área e perímetro variam no mesmo sentido. Para Duarte (2002), em situações de produção e de comparação, os alunos não dissociam a grandeza da superfície.

## **I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática**

*01 a 06 de novembro de 2016*

*Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil*

De acordo com estudo realizado por Duarte (2002) com alunos de 5ª série, tomando como marco teórico a Teoria dos Campos Conceituais, no qual propõe situações de comparação, medida e produção de superfícies, o pesquisador observou que nas atividades de comparação e produção de áreas de figuras sem medidas, os alunos apresentam dificuldades em dissociar a grandeza área, da medida dessa grandeza, com o princípio de invariância da área de uma figura, ao verificar que figuras diferentes podem ter a mesma área, com diferentes unidades de medidas não-convencionais, mostrando ser esta uma tarefa complexa, necessitando de novas intervenções, inclusive que abordem a dissociação entre área e perímetro.

Diante dessas evidências e das indicações dos documentos curriculares que norteiam o ensino da grandeza área, consideramos relevante realizar um estudo com alunos do 8º ano do ensino fundamental para identificar com os seguintes objetivos:

Geral - Identificar indícios da compreensão de alunos dos anos finais do ensino fundamental sobre o conceito de área de figuras planas.

Específicos - Identificar estratégias mobilizadas pelos alunos para o cálculo de área de figuras planas; Analisar se os alunos compreendem perímetro enquanto grandeza; Verificar se os alunos compreendem que área e perímetro podem variar em sentidos diferentes.

### **Método**

Para atingir os objetivos estabelecidos, recorreremos a duas atividades elaboradas por Baltar (2006) e Ferreira (2010), respectivamente.

#### Atividade 1

Utilize a malha quadriculada para resolver os itens abaixo. Considere um quadradinho da malha como uma unidade de medida de área. Observe o retângulo A para responder os itens seguintes:

## **I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática**

*01 a 06 de novembro de 2016*

*Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil*

- a) Desenhe uma superfície de mesma área que a de A. Explique como você chegou a sua resposta.
  
- b) Desenhe uma superfície com área menor que a de A e o perímetro maior que o de A. Explique como você chegou a sua resposta.
  
- c) Desenhe um retângulo com área menor que a de A. Explique como você chegou a sua resposta.
  
- d) Desenhe um retângulo com mesma área que A e de perímetro maior que o de A. Explique como você chegou a sua resposta.
  
- e) Desenhe um retângulo com mesmo perímetro que o de A e de área menor que o de A. Explique como você chegou a sua resposta.
  
- f) Desenhe um retângulo com área menor que a de A e de perímetro maior que o de A. Explique como você chegou a sua resposta.

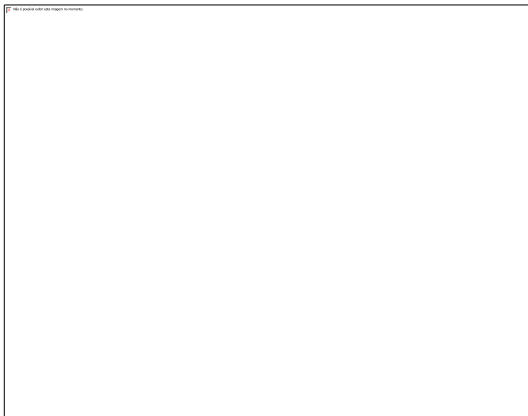


Figura 1: Malha quadriculada Atividade 1

Nesta atividade, foi dada aos alunos uma malha quadriculada contendo um retângulo desenhado (Figura 1), utilizado como referência para responder aos itens, nos quais buscamos comparar área e perímetro da seguinte forma:

## **I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática**

*01 a 06 de novembro de 2016*

*Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil*

Itens *a* a *f* - produção de figuras com área menor/maior ou igual a área de uma figura dada;

Itens *a* e *c*: se os alunos distinguem área e superfície;

Itens *a* e *b*: abordam a variação das áreas e perímetros no mesmo sentido;

Itens *a*, *d* e *f*: abordam a variação das áreas e perímetros no mesmo sentido;

### Atividade 2

Considere cada uma das figuras na malha quadriculada abaixo.

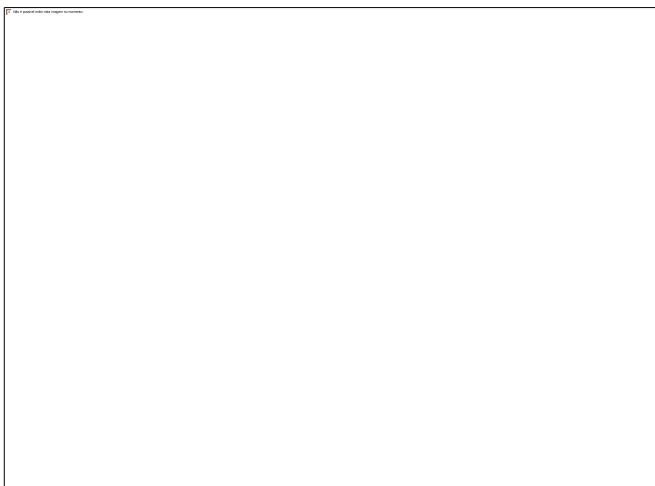


Figura 2: Figuras da Atividade 2

a) Entre as figuras acima há figuras de mesma área? Em caso afirmativo, quais são elas?

Explique como você fez:

Esta atividade, que aborda o cálculo de área de diferentes figuras, teve por objetivo observar se os alunos:

- Compreendem área como grandeza
- Associam que figuras diferentes podem ter a mesma área;
- Utilizam adequadamente a unidade de medida para cálculo de área.
- Fazem uso de diferentes estratégias para calcular a área de figuras;
- Compõem/recompõem figuras que apresentam superfícies curvas;

## **I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática**

*01 a 06 de novembro de 2016*

*Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil*

- Utilizam adequadamente a unidade de medida na composição/recomposição de figuras;

### **A escolha da escola e da turma**

A escolha de uma turma do 8º ano decorreu desses alunos já terem estudado o conteúdo investigado em anos anteriores, e também para ampliar o universo de pesquisas realizadas sobre esse conteúdo, tendo em vista que outros estudos deram ênfase ao sexto e sétimo anos.

### **Os resultados**

A partir das respostas dadas por 20 (vinte) alunos, podemos chegar às seguintes conclusões:

De um modo geral, os alunos conseguiram produzir superfícies com área menor/maior ou igual à área de uma figura dada, o que mostra que eles compreendem e dissociam a grandeza da superfície. Essa constatação difere daquela obtida por Duarte (2002), no qual o pesquisador observou que nas atividades de comparação e produção de áreas de figuras sem medidas, os alunos apresentam dificuldades em dissociar a grandeza área, da medida dessa grandeza, com o princípio de invariância da área de uma figura, ao verificar que figuras diferentes podem ter a mesma área, com diferentes unidades de medidas não-convencionais, mostrando ser esta uma tarefa complexa, necessitando de novas intervenções, inclusive que abordem a dissociação entre área e perímetro.

O número de acertos na atividade 1 foi superior à atividade 2. Apesar das figuras não prototípicas cercarem as crianças em seu dia a dia, acreditamos que essa diferença tenha sido influenciada pelas escolhas matemáticas e didáticas que compõem a matemática escolar acarretando muitas vezes em uma falta de familiarização dos alunos com esse tipo de situação. Esse resultado corrobora a conclusão de Ferreira (2010) de que os alunos têm mais dificuldades no cálculo de área de figuras não usuais, o que não ocorre quando lhes são apresentadas figuras prototípicas<sup>1</sup>.

## I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática

01 a 06 de novembro de 2016

Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

Nas questões em que os alunos foram solicitados a desenhar uma superfície, observamos o uso predominante de retângulos, o que pode evidenciar o uso excessivo desse tipo de figura. Nesse sentido, quando solicitada a produção de uma superfície de mesma área, alguns alunos reproduziram a figura dada (Figura 3) e outros fizeram apenas a rotação da mesma (Figura 4), acredita-se na possibilidade da criança ter mobilizado *a noção* de congruência para responder a questão.

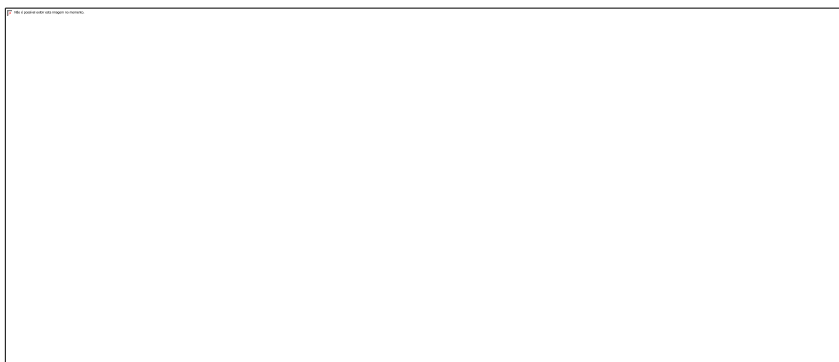


Figura 3: Reprodução da figura dada



# I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática

01 a 06 de novembro de 2016

Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

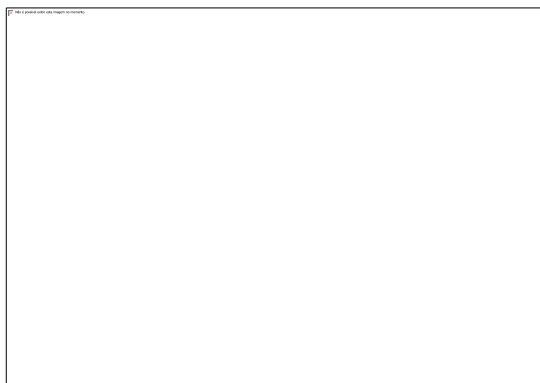
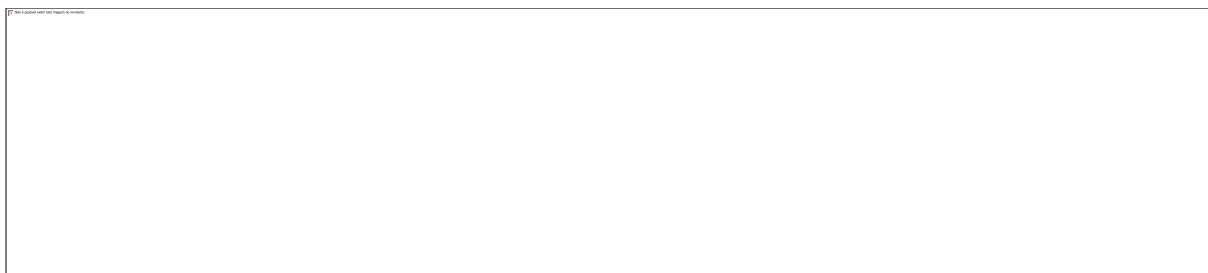


Figura 4: Rotação da figura dada

Apenas 7 (sete) alunos produziram superfícies diferentes de um retângulo (Figura 5),[e 5 (cinco) não responderam.



# I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática

01 a 06 de novembro de 2016

Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

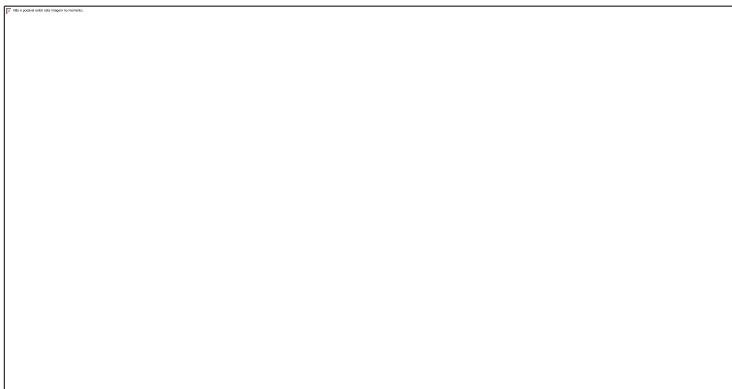


Figura 5: Produção de superfície diferente do retângulo

Em relação à atividade 1, sobre o cálculo de área de figuras planas, dois( alunos não responderam. Constatamos também que 50% dos sujeitos pesquisados recorreram ao uso da fórmula da área do retângulo (Figura 6) mesmo não sendo necessária na atividade, uma vez que as figuras estavam desenhadas na malha.

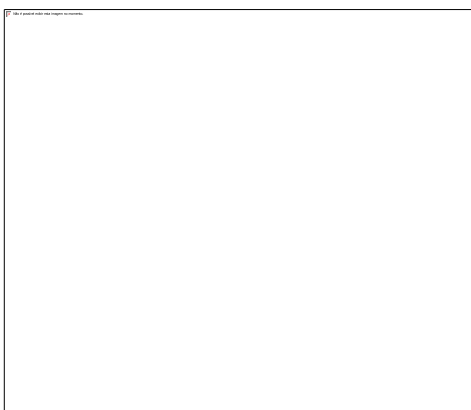


Figura 6: Uso de fórmula para cálculo de área na malha quadriculada

A recorrência ao uso de fórmulas para o cálculo de área foi constatada também por Duarte (2002), Melo (2003) e Ferreira (2010). Nesse sentido, Teles (2007) defende a importância do uso dessa ferramenta, porém associada a um contexto significativo que evite o uso excessivo de manipulações algébricas.

## **I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática**

*01 a 06 de novembro de 2016*

*Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil*

Em se tratando das figuras com contornos curvos, observamos dificuldades no cálculo de área em virtude da necessidade compor/recompôr as figuras. Além disso, alguns alunos não reconheceram as unidades de medidas distintas tanto no caso do perímetro quanto da área.



Figura 7: Exemplo de consideração de segmentos de reta e curvos como mesma unidade de medida

Observando a Figura 7 podemos constatar que, na medição do perímetro, o aluno considerou os segmentos de retas e os curvos como tendo a mesma medida, levando-o a afirmar que as figuras A, B, D e G têm o mesmo perímetro. Em síntese, observamos que embora os alunos dissociem área de superfície, há nítida valorização da fórmula e o não reconhecimento da unidade de medida adequada.

# I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática

01 a 06 de novembro de 2016

Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

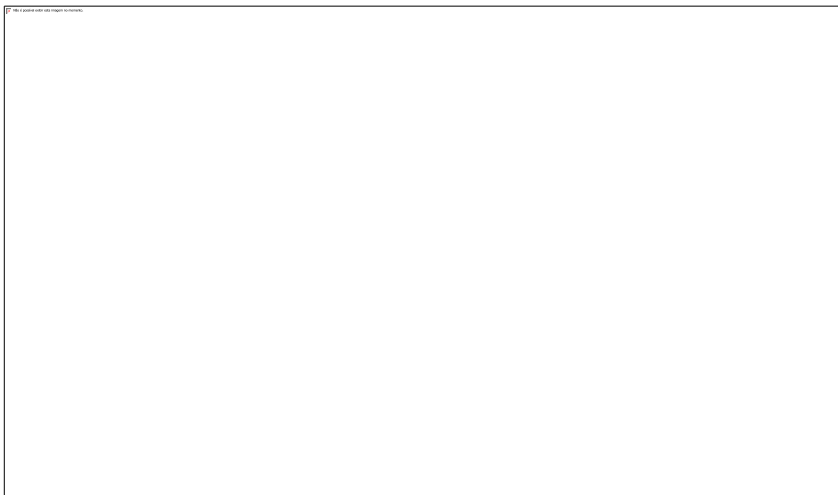


Figura 8: Uso de fórmula para cálculo de área na malha quadriculada

De acordo com a Figura 8, o aluno(a) conseguiu produzir uma figura com mesma área e outra com área menor que a figura dada. No entanto, quando solicitado a produzir uma figura com área menor e perímetro maior que a figura dada o mesmo não respondeu. Além disso, os demais itens que envolvem variação de área e perímetro não foram resolvidos. Isso pode indicar a não dissociação entre área e perímetro, ou seja, se a área aumenta/diminui o perímetro também aumenta/diminui.

Constatamos ainda que um aluno só associa perímetro a segmentos de reta, pois o mesmo questiona se é possível decompor/recompor a figura para calcular seu perímetro (Figura 9).



Figura 9: Dificuldade para cálculo do perímetro

Esse extrato sugere que esse sujeito só considera o perímetro de superfícies poligonais, o que está articulado a ideia errônea, qual seja, “perímetro é a soma dos lados”. Este fato pode estar associado ao uso excessivo de figuras poligonais na abordagem de perímetro.

## **I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática**

*01 a 06 de novembro de 2016*

*Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil*

Considerando apenas o cálculo de perímetro bem como o de área isoladamente, a maioria dos alunos não apresentou dificuldades. Entretanto, quando foi requerida a produção de figuras em que área e perímetro não variam no mesmo sentido, 35% (7/20) dos alunos não perceberam essa relação. Tal percepção está de acordo com o estudo realizado por Melo (2003), no qual os alunos afirmavam erroneamente que área e perímetro variavam no mesmo sentido, ou seja, se a área aumenta o perímetro também aumenta. Constatamos que a maioria dos alunos (65%) faz a distinção entre área e perímetro, diferente dos resultados encontrados por D'Amore e Fãndino (2007), os quais observaram que a maioria dos sujeitos por eles investigados associam perímetro e área.

Embora a maioria dos alunos distingam as grandezas acima mencionadas, verificamos que alguns deles não reconhecem unidade de medida de comprimento adequada, pois ao calcular o perímetro de figuras com contornos curvos a consideram como se fossem segmentos de reta.

### **Considerações finais**

Embora se saiba que área e perímetro está presente desde os anos iniciais, ainda permanece a presença forte de procedimentos numéricos tanto para a área quanto pra o perímetro em situações em que o quadro numérico não está evolvido.

Além disso, os alunos investigados ainda apresentam algumas dificuldades, considerando se tratar de alunos do 8º ano: entendem erroneamente que área e perímetro variam no mesmo sentido, associam superfície apenas a retângulo, apresentam dificuldades no cálculo de área e de perímetro de figuras com contornos curvos e não reconhecem as unidades de medidas pertinentes diante de figuras não usuais.

Em relação à variação entre área e perímetro, entendemos ser necessário propor atividades que possibilitem ao aluno entender que se área diminui, não necessariamente o perímetro varia no mesmo sentido. Sugerimos também oportunizar aos alunos o trabalho com figuras não usuais, sobretudo aquelas com contornos curvos.

Em síntese, podemos dizer que os alunos demonstraram indícios de que compreendem adequadamente as grandezas área e perímetro e estabelecem adequadamente relação entre

## **I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática**

*01 a 06 de novembro de 2016*

*Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil*

área de diferentes figuras, em se tratando de figuras poligonais. Entretanto, entendemos ser necessário ampliar o conjunto de superfícies, de modo que favoreça o contato dos alunos com contextos diferentes dos usuais.

Por fim, a apreciação do teste realizado nos permitiu constatar que os alunos apresentaram avanços na aprendizagem no que se refere a invariância da área por decomposição/composição. Outro aspecto importante foi o de que os alunos conseguiram produzir superfícies com área maior/menor/ ou igual à figura dada, o que mostra que eles dissociam a grandeza da superfície. Entretanto, a concepção de área como um número ainda é forte na compreensão desses alunos, indicando uma compreensão limitada de área como uma grandeza, ou seja, a não distinção entre a grandeza e a medida.

### **Referências**

BALTAR, P. M. **Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surface planes: une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège.** (Tese de Doutorado). Université Joseph Fourier, Grenoble, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. **SAEB/Prova Brasil 2011 - primeiros resultados.** Brasília: INEP, 2012. Disponível em [http://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/prova\\_brasil\\_saeb/resultados/2012/Saeb\\_2011\\_primeiros\\_resultados\\_site\\_Inep.pdf](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/resultados/2012/Saeb_2011_primeiros_resultados_site_Inep.pdf). Acessado em 16/05/2016.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. **DESCRIÇÃO DOS NÍVEIS DA ESCALA DE DESEMPENHO DE MATEMÁTICA – SAEB 5º e 9º. Ano do Ensino Fundamental.** Brasília: INEP, 2011. Disponível em [http://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/prova\\_brasil\\_saeb/escala/2011/escala\\_desempenho\\_matematica\\_fundamental.pdf](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/escala/2011/escala_desempenho_matematica_fundamental.pdf) Acessado em 16/05/2016.

D'AMORE, B.; FANDIÑO, M.I.P. **Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes.** Revista Latinoamericana de Investigación em Matematica Educativa. vol.10, nº001. março, 2007.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M.-J. **Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane.** In: Educational Studies in Mathematics. v. 20, n.4, p. 387-424, 1989.

DUARTE, J. H. **Análise de Situações Didáticas para a Construção do Conceito de Área, como Grandeza, no Ensino Fundamental.** (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2002.

FACCO, S. R. **Conceito de área. Uma proposta de ensino-aprendizagem.** (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

## **I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática**

*01 a 06 de novembro de 2016*

*Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil*

**FERREIRA, L. F. D. A Construção do Conceito de Área e da Relação entre Área e Perímetro no 3º ciclo do Ensino Fundamental: Estudos sob a Ótica da Teoria dos Campos Conceituais.** (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

**LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P. M. B. Coleção Explorando o Ensino: grandezas e medidas.** Volume 17, Brasília, 2010, p.67- 200.

**MELO, M. A. P. Um estudo de conhecimentos de alunos de 5ª a 8ª série do ensino fundamental sobre os conceitos de área e perímetro.** (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2003

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação e Esportes. **SAEPE 2013.** Recife, 2013. Disponível em <http://www.saepe.caedufjf.net/resultados/resultados-2013>. Acessado em 16-05-16

**SANTOS, A. B; PEREIRA, A. B. Educação Matemática.** Campo Mourão: Editora XXX, 2016.