



I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática
01 a 06 de novembro de 2016
Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

**Uma Análise Sobre o Tema Derivada em Livros de Cálculo e Análise na
Perspectiva das Organizações Didáticas Clássicas, Empíricas e
Construtivistas**

Adriana Fátima de Souza Miola

UFGD-Brasil

adrianamiola@ufgd.edu.br

Jose Wilson dos Santos

UFGD - Brasil

JoseWSantos@ufgd.edu.br

Edvonete Souza de Alencar

UFGD - Brasil

EdvoneteAlencar@ufgd.edu.br

RESUMO

Este artigo tem o objetivo de investigar como é apresentada a definição de Derivada de funções de uma variável real, nos livros dos autores Ávila, Lima, Anton e Stewart. Utilizamos como aporte teórico, as Organizações Didáticas Clássicas, Empíricas e Construtivistas de Joseph Gascón. Abordamos alguns aspectos históricos evidenciando os principais fatos e personagens da derivada. Como resultado, percebemos que os quatro livros analisados, embora “caminhem” nos três eixos, se aproximam mais das perspectivas Clássica e Construtivista.

Palavras-chave: Derivada. Abordagem Tecnicista. Abordagem Construtivista. Abordagem Clássica

Introdução

Iniciamos este texto trazendo alguns fatos históricos que deram origem ao cálculo, nossa intenção é de fazer uma apresentação que contemple alguns fatos importantes que permeiam os acontecimentos históricos relacionados à construção desta poderosa ferramenta da matemática, o Cálculo.



I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática
01 a 06 de novembro de 2016
Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

Consciente de que, para realizar um estudo completo sobre as origens e o desenvolvimento do cálculo necessitaríamos de uma pesquisa mais extensa, nesse sentido, nos pautamos em uma breve apresentação de alguns dos principais fatos e personagens que contribuíram para sua construção, principalmente a construção do conceito de Derivada.

Na busca de bibliografias que contivessem fatos e personagens que pudéssemos apresentar como se deu o surgimento do Cálculo, fomos levados a fazer uma “garimpagem” por teses e alguns livros (BOYER, 1974; EVES, 1997, CAMPOS, 2006). Faremos a seguir uma breve apresentação do surgimento do Cálculo e de uma de sua parte; o Cálculo Diferencial.

O surgimento do Cálculo

Muitos foram os matemáticos que contribuíram para o nascimento do cálculo (como por exemplo; Cavalieri, Barrow, Fermat e Kepler), esses utilizavam conceitos de cálculo para resolver diversos problemas, porém sem muito rigor, pois nesse tempo ainda não havia nada sistematizado em relação ao cálculo.

Segundo Eves (2004, p.418) “os primeiros problemas da história do cálculo diziam respeito ao cálculo de áreas, volumes e comprimentos de arcos”. Alguns problemas, como por exemplo; como reduzir as taxas cobradas aos agricultores do vale do Nilo tendo em vista a área alagada e tomada pelo rio a cada ano? Como calcular o volume de um silo de forma cônica? Como dobrar o volume do pedestal da estátua em homenagem ao deus Apolo? Essas questões levaram as civilizações egípcias babilônia e grega ao cálculo de áreas e volumes de figuras simples como retângulos, trapézios, cones, cilindros e posteriormente ao desenvolvimento de um sistema de numeração.

O surgimento do cálculo se deu no século XVII, em que tinha por objetivo resolver quatro classes principais de problemas.

I- Determinação da reta tangente a uma curva, em um dado ponto desta.

II- Determinação do comprimento de uma curva, da área de uma região e do volume de um sólido.



I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática
01 a 06 de novembro de 2016
Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

III- Determinação dos valores máximo e mínimo de uma quantidade por exemplo, as distâncias máxima e mínima de um corpo celeste a outro, ou qual ângulo de lançamento proporciona o máximo a um projétil.

IV- Conhecendo uma fórmula que descreva a distância percorrida por um corpo, em um intervalo qualquer de tempo, determinar a velocidade e a aceleração.

Os egípcios e os babilônios chegaram a um resultado que os gregos assimilaram e estabeleceram a matemática da forma que entendemos hoje. Grandes cientistas do século XVII se ocuparam desses problemas, entretanto o auge desses esforços à descoberta do Cálculo coube a Isaac Newton (1642 - 1727) e Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 - 1716). Com o estabelecimento dos fundamentos do Cálculo, foi possível analisar problemas físicos, com precisão e rigor. Com isso, foram estabelecidos os fundamentos da Mecânica dos Sólidos e dos Fluidos, tendo início o estudo das Equações Diferenciais e Integrais.

Para Campos (2006, p. 55) O cálculo “é uma ferramenta matemática para investigar fenômenos que não possuem uma variação constante, e se divide em duas partes: o cálculo diferencial e o cálculo integral”.

O Cálculo Diferencial e a Questão da Tangente a uma Curva

O conceito de função que conhecemos hoje passou por lenta e longa evolução histórica, iniciada na Antiguidade por matemáticos Babilônios, que utilizavam tabelas de quadrados e de raízes quadradas e cúbicas, e, também, por Pitagóricos que tentaram relacionar a altura do som emitido por cordas submetidas à mesma tensão com o seu comprimento. Durante essa época o conceito de função não era claramente definido

Segundo Eves (2004) a diferenciação originou de problemas relativos ao traçado de tangente a curvas e questões de determinação de máximos e mínimos de funções, e que a primeira manifestação realmente clara do método de diferencial se encontra em algumas idéias de Fermat, exposta em 1629.

Durante o século XVII, Descartes e Fermat introduziram as coordenadas cartesianas, tornando possível transformar problemas geométricos em problemas algébricos, e também,



I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática
01 a 06 de novembro de 2016
Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

estudar analiticamente funções. A introdução de coordenadas facilitou o estudo de curvas já conhecidas permitindo a "criação" de novas curvas, imagens geométricas de funções definidas por relações entre variáveis.

Enquanto Fermat se dedicava ao estudo de funções, percebeu as limitações do conceito clássico de reta tangente a uma curva como sendo aquela que encontrava a curva num único ponto. Sentiu a necessidade de reformular tal conceito e encontrar um processo de traçar uma tangente a um gráfico num dado ponto. A dificuldade de traçar uma tangente a um gráfico num ponto dado ficou conhecida na História da Matemática como o "Problema da Tangente". Mas Fermat resolveu essa dificuldade da seguinte maneira: chamou o ponto a uma curva de P, considerou Q outro ponto sobre a curva; considerou a reta PQ secante à curva.

Fez deslizar Q ao longo da curva em direção a P, obtendo deste modo a retas PQ que se aproximavam de uma reta t a que Fermat chamou a reta tangente à curva no ponto P. Essas idéias constituíram o embrião do conceito de Derivada, levando Laplace a considerar Fermat "o verdadeiro inventor do Cálculo Diferencial". Entretanto Fermat desconhecia de notações apropriadas e o conceito de limite ainda não estava bem definido.

Segundo Boyer (2003) por volta de 1676, Leibniz chegou à mesma conclusão que Newton chegara há muitos anos antes, a de que uma função racional ou irracional, algébrica ou transcendente, suas operações de somas e diferenças podiam ser sempre aplicadas. Ainda no século XVII, Leibniz algebriza o Cálculo Infinitesimal, introduzindo os conceitos de variável, constante e parâmetro, bem como a notação dx e dy para designar "a menor possível das diferenças em x e em y ."

Essa notação de Leibniz tornou-se conhecida no ramo da matemática até os dias atuais como sendo "Cálculo Diferencial". A partir do séc. XVII, com Leibniz e Newton, o Cálculo Diferencial torna-se um instrumento cada vez mais indispensável pela sua aplicabilidade aos mais diversos Campos da Ciência. Segundo Campos (2006) é importante lembrar que os métodos desenvolvidos por Newton e Leibniz, possibilitaram uma aplicação geral do cálculo, mas também, trouxeram à matemática algumas inconsistências, as quais foram contornadas alguns séculos depois, a partir do aprimoramento dos conceitos de Derivada e integral. Com isso, afirma a autora, não seria correto afirmar que as idéias



subjacentes ao cálculo moderno, também foram criadas por Newton e Leibniz, já que estas noções só foram elaboradas duzentos anos depois da criação do cálculo infinitesimal. E somente no século XIX que Cauchy (1789-1857) introduz formalmente o conceito de limite e o conceito de Derivada.

Para Campos (2006), o desenvolvimento da Derivada ou, como também, é conhecida, taxa de variação, foi motivado pela tentativa de se resolver problemas relacionados à determinação de tangentes à curvas dadas, questões sobre máximos e mínimos de funções e, principalmente, para o cálculo de taxas com as quais uma grandeza varia em relação à outra.

Segundo Eves (2004, p.417) “É curioso o desenvolvimento histórico do cálculo” para esse autor primeiro surgiu o cálculo integral, após muito tempo que surgiu o cálculo diferencial, pois a integração teve origem em processos somatórios ligados a cálculo de áreas, volumes e comprimentos. Já a diferenciação foi resultado de problemas sobre tangentes a curva, e também, questões de máximos e mínimos.

Estes problemas de determinação de tangentes e áreas foram estudados separadamente por muitos séculos. Verificaram-se tempos depois que a diferenciação e a integração estavam relacionadas, sendo uma inversa da outra, assim, pelo *teorema fundamental do cálculo* esses dois conceitos uniu-se em uma única teoria.

Pressupostos Teóricos

Para analisarmos os livros selecionados neste trabalho, recorreremos ao artigo “A Necessidade de Utilizar Modelos na Didática da Matemática” de Josep Gascón (2003), que explicita as organizações didáticas Clássicas, Empíricas e Construtivistas.

Para falarmos um pouco mais sobre essa organização, consideramos conveniente realizar uma breve apresentação do que consiste a Teoria Antropológica do Didático – TAD, proposta pelo professor Yves Chevallard (1998), a qual Josef Gascón em seu trabalho – Gascón - 2002 utiliza a teoria dos momentos didáticos, que é uma parte integrada da TAD, para elaborar uma primeira versão do “sistema de referência” permitindo situar cada Organização Matemática em correspondência com algumas dimensões e fatores da atividade matemática.



I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática
01 a 06 de novembro de 2016
Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

De acordo com Kichow (2009, p. 18) “A TAD postula que toda atividade humana realizada regularmente, [...] pode ser incluída em um modelo único, designada por praxiologia”. A palavra *praxiologia* é originada de duas expressões gregas; *práxis elogos, em que práxis quer dizer ação e logos ciência*.

A organização praxeológica ou praxiologia é composta pelos seguintes elementos: tarefa, técnica, tecnologia e teoria. Chevallard (1998) considera a organização praxeológica [T, t,q,Q], em que, segundo Kichow (2009, p. 18), “ T Indica o tipo de tarefa, t é a técnica utilizada para resolver o tipo de tarefa dada, q é a tecnologia que justifica a técnica usada e Q é a teoria que contém e explica a tecnologia”.

Segundo Oliveira (2010) dois aspectos são levados em consideração para melhor compreender o estudo de um determinado tema matemático: a realidade matemática existente em uma sala de aula onde o tema é estudado, ou seja, a Organização Matemática; a maneira pela qual esse tema pode ser estudado nesta sala de aula, isto é, a Organização Didática.

O desenvolvimento de uma Organização Didática se dá por meio do estudo de seis momentos didáticos: a) O primeiro momento é visto como o primeiro encontro, pode ser também um momento de re-encontro, com a organização matemática, podendo acontecer de diferentes maneiras. b) O segundo momento é destinado à exploração de tipos de tarefas e de elaboração de uma técnica. c) O terceiro momento apresenta-se diretamente relacionado aos outros momentos, nele se dá a elaboração de um bloco tecnológico-teórico, quando serão apresentadas as justificativas das técnicas e das tecnologias. d) O quarto momento é reservado para o trabalho com a técnica, um meio de buscar formas de torná-la mais eficiente e confiável. e) O quinto momento é o da institucionalização dos objetos que farão parte da Organização Matemática. f) O sexto momento é o da avaliação da Organização Matemática que se articula com o momento da institucionalização.

É importante ressaltar que tais momentos não seguem uma ordem preestabelecida, podendo acontecer um antes do outro ou, até mesmo, em paralelo. Gascón (2003) situou as Organizações Didáticas em correspondência com fatores da atividade matemática, estabelecendo três tipos de organizações didáticas, citadas acima, que, para ele, são consideradas ideais, porque não existem e nunca existiram em estado puro.

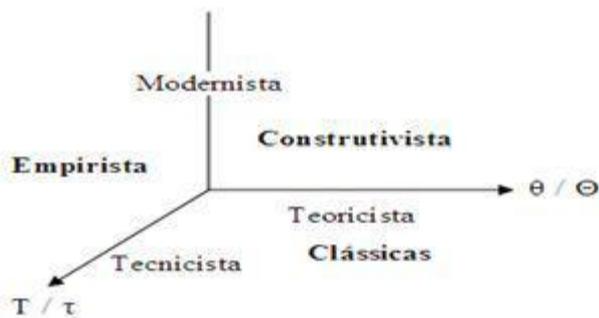


I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática
01 a 06 de novembro de 2016
Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

Gascón (2003) constrói um esquema num espaço tridimensional, cujos pontos representam uma Organização Didática possível. Os eixos representam três momentos, o momento tecnológico – teórico, θ / Θ ; o momento do trabalho da técnica, T / τ ; o momento exploratório. Cada um dos eixos situa-se as organizações didáticas, elas são caracterizadas por centrarem o processo de estudo em uma única vertente. Conforme esquema abaixo.

Ex.

Figura1 - Organização Didática



Segundo Almeida (2009, p.30), nas organizações didáticas clássicas, o ensino de Matemática é considerado como um processo totalmente controlável pelo professor, enquanto que as organizações didáticas empiristas consideram o processo de aprender Matemática semelhante a aprender a nadar ou a tocar piano, ou seja, pura reprodução e imitação. Já as organizações didáticas construtivistas consideram a aprendizagem como um processo contínuo de conhecimento que depende, sobretudo, dos conhecimentos adquiridos anteriormente.

Análise dos Livros e Algumas Conclusões

Para atender nosso objetivo que é o de investigar como é apresentada a definição de derivada de funções de uma variável real, nos livros Ávila, Lima, Anton e Stewart, iremos descrever a forma como cada livro selecionado apresenta o conceito de Derivada de função



I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática
01 a 06 de novembro de 2016
Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

de uma variável real, e em seguida iremos classificá-los dentro de uma das três vertentes de Gascón (2003), exposta no quadro 1.

Geraldo Ávila

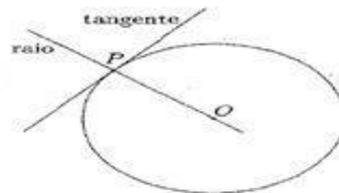
O primeiro livro folhado foi do autor Geraldo Ávila (2003), intitulado “Cálculo das Funções de uma Variável”. O autor inicia o estudo de Derivadas no quarto capítulo de seu livro, o qual tem como título; “Derivadas e Limites”, neste quarto capítulo o autor inicia dizendo que o capítulo será iniciado o estudo de cálculo propriamente, com a introdução do conceito de Derivada, para isso ele faz uso do conceito de taxa de variação e da reta tangente a uma curva.

4.1 Reta tangente e reta normal

Vamos considerar o problema que consiste em traçar a reta tangente a uma curva dada num determinado ponto da curva. No caso de uma circunferência, o problema é resolvido, em geometria elementar, de duas maneiras simples e equivalentes, ilustradas na Fig. 4.1:

1) a tangente à circunferência num ponto P é a reta que passa por P , perpendicularmente ao raio por esse mesmo ponto;

2) a tangente à circunferência num ponto P é a reta que só toca a circunferência nesse ponto.



Fonte: Ávila (2003, p.61)

Para resolver o problema supõe que a curva seja o gráfico de certa função f , considera a e $f(a)$ as coordenadas do ponto P , onde deseja traçar a tangente. Considera Q outro ponto gráfico de f , cuja abscissa por $a+h$, logo a ordenada Q é $f(a+h)$. O declive da reta secante PQ é dado pelo quociente chamado razão incremental.



I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática
01 a 06 de novembro de 2016
Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

Reta tangente

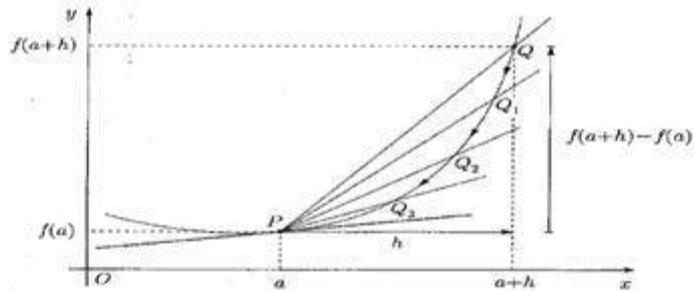


Figura 4.3

Vamos imaginar agora que, enquanto o ponto P permanece fixo, o ponto Q se aproxima de P , passando por sucessivas posições Q_1, Q_2, Q_3 , etc. Logo, a secante PQ assumirá as posições PQ_1, PQ_2, PQ_3 , etc. (Fig. 4.3). O que se espera é que a razão incremental já citada, que é o declive da secante, se aproxime de um determinado valor m , à medida que o ponto Q se aproxima de P . Isso acontecendo, definimos a reta

Fonte: Ávila (2003, p.62)

Segundo o autor o modo de fazer Q se aproximar de P , consiste em fazer h cada vez mais próxima de zero. E define:

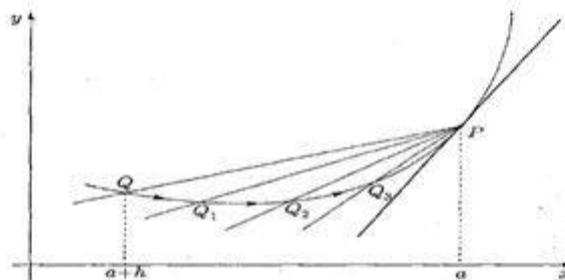


Figura 4.4

O declive como limite

Quando fazemos $h \rightarrow 0$ e a razão incremental se aproxima de um valor finito m , dizemos que m é o limite da razão incremental com h tendendo a zero e escrevemos:

$$m = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Fonte: Ávila (2003, p.63)

Para ambas as maneira utilizadas pelo autor para introduzir o conceito de Derivada neste capítulo, ele percorre cinco páginas com exemplos e representações gráficas, logo após, traz uma lista com vinte e dois exercícios resolvidos envolvendo reta tangente e normal, declive e



I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática
01 a 06 de novembro de 2016
Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

representação gráfica.

Na sequência deste capítulo o autor trata de limite e retoma o assunto de Derivada, sempre apresentando várias definições seguidas de vários exercícios, finalizando o capítulo com uma aplicação à Cinemática. Somente no capítulo cinco, o qual tem como título “O Cálculo formal de Derivadas”, que autor apresenta as regras de derivação e alguns teoremas, como por exemplo, da soma de Derivadas e a regra da cadeia.

Nos dois próximos capítulos o autor segue com as Derivadas das funções trigonométricas, logarítmicas e exponenciais. Ao final de cada capítulo o autor apresenta uma nota histórica abordando os principais fatos e personagens que envolvem a construção do conteúdo abordado. Dessa forma, observando as páginas dedicadas pelo autor para o conteúdo de Derivadas, notamos a presença de vários exercícios. Sendo assim, essa obra encontra-se mais próxima da perspectiva Clássica conforme classificação de Gascón (2003), pois apresenta o conceito matemático, seguido de uma lista de exercícios, podendo dizer ainda que a obra tende mais para o eixo do tecnicismo.

James Stewart

Assim como Ávila, no livro “Cálculo” de James Stewart, o autor também descreve em um único capítulo, o capítulo dois do livro, o conceito de Limite e Derivada. Porém utiliza de um processo de diálogo contínuo. Retoma os estudos da inclinação da reta tangente à curva e da velocidade de um objeto com uma função posição, e, a partir deles, estabelece uma relação direta com os estudos de Derivada.

Definição: A derivada de uma função f em um número a , denotada por $f'(a)$, é

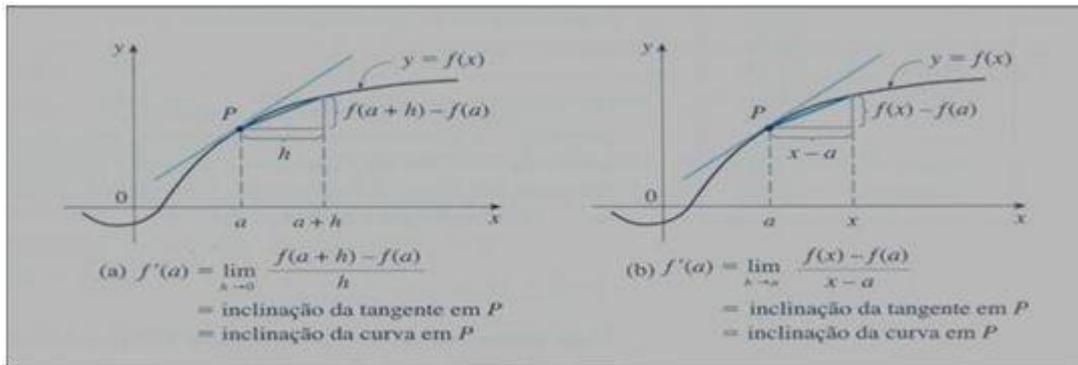
$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Se o limite existe.



I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática
01 a 06 de novembro de 2016
Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

Em seguida, discute a interpretação da Derivada como a inclinação da reta tangente, apresentando a interpretação geométrica de uma Derivada, como definições apresentadas anteriormente.



Fonte: Stewart (2006, p. 159)

Percebemos uma inversão no processo metodológico desenvolvido pelo autor, porque o mesmo deixa, em um determinado momento, a interpretação algébrica anteceder a numérica e a geométrica. Ainda no capítulo dois, Stewart (2006), apresenta o gráfico de uma função qualquer, e, a partir desse gráfico, instiga o aluno a esboçar o gráfico da Derivada. Em alguns exemplos, o autor estabelece um diálogo entre a Aritmética e a Geometria, para que o estudante perceba a relação entre o crescimento e decrescimento de uma função e sua Derivada.

Stewart (2006) alterna, ao longo dos exercícios propostos, situações que se relacionam com o cotidiano e também situações matemáticas, como por exemplo, problema que envolve a taxa de crescimento populacional de um determinado país, aplica os estudos de Limite e, com análises gráficas e suas respectivas tabelas, calcula valores aproximados para a Derivada.

No capítulo três o autor traz as regras de derivação e apresenta alguns teoremas. O quarto capítulo é destinado às aplicações de derivação. O autor sempre apresentar dados históricos em momentos que julga propício, enriquecendo o contexto de sua obra.

Diante do exposto acima, percebemos que o autor Stewart (2006), lança mão de diversas formas de linguagem, no nosso entendimento este é um ponto positivo, pois, acreditamos que facilita o entendimento do conteúdo pelos alunos. Em nossa análise, trata-se de uma obra que possibilita os estudantes construir os conceitos matemáticos, por isso dentro



I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática
01 a 06 de novembro de 2016
Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

da classificação de Gascón (2003), ela está mais próxima da perspectiva Construtivista.

Elon Lages Lima

Outro livro que analisamos foi “Um Curso de Análise” do Elon Lages Lima, esta obra traz o conteúdo de Derivada no capítulo sete, em que o autor inicia o capítulo dizendo que pressupõe que o leitor já tenha estudado num curso de cálculo, os aspectos computacionais e as aplicações mais elementares da Derivada, e que o leitor já esteja familiarizado com o significado geométrico da Derivada como coeficiente angular da tangente ao gráfico de uma função. Logo em seguida, o autor apresenta a definição e propriedade da Derivada em um ponto;

§1 Definição e propriedades da derivada num ponto

Sejam $X \subset \mathbb{R}$, $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ e $a \in X \cap X'$ (isto é, a é um ponto de acumulação de X pertencente a X).

Diremos que f é derivável no ponto a quando existir o limite

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}.$$

Fonte: Lima (1976, p. 200)

Ao longo do capítulo demonstra 11 teoremas, como por exemplo, regra da cadeia, valor intermediário para a Derivada, Rolle, valor médio, entre outros. Faz uso de alguns corolários, apresenta poucos exemplos e omite algumas passagens durante as demonstrações, considerando ser análogo ao que já foi explicado.

Lima (1976) faz uso de poucas aplicações e quando faz é sempre dentro da própria matemática. Somente no final do capítulo, ou seja, depois de 30 páginas, que o autor propõe uma lista de 55 exercícios. Deste modo consideramos que o ensino da matemática, neste livro, um processo mecânico totalmente controlado pelo professor. Trata-se de uma obra que valoriza bastante a técnica. A Organização Didática, analisada segundo a caracterização feita



I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática
01 a 06 de novembro de 2016
Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

por Gascón (2003), localiza-se no plano determinado pelas práticas tecnicistas e teoricistas que compõe o plano das práticas clássicas.

Considerações finais

Numa comparação da apresentação do tema Derivada nos livros selecionados, nota-se que os autores dos livros exploram pouco a representação gráfica, ou nada, como o caso do autor Lima (1989), acreditamos que essa obra seja um particular por se tratar de um livro de análise. Observamos que em geral os autores vão para os cálculos algébricos sem uma exploração maior do conceito.

Pais (2001) ressalta que a formação do conceito não acontece por meio de um único tipo de situação, havendo a necessidade de se explorar as interpretações gráficas, como geométrica, elaborar tabela de valores, com a exploração da aritmética, explorando diversas formas algébricas de trabalhar Derivada.

Assim, concluimos que após a análise nos livros selecionados sobre o tema de Derivada, foi possível notar que dos quatro livros analisados, embora alguns os autores “caminham” pelos três eixos, se encaixam em duas das três vertentes de Gascón (2003), a saber, Organização Didática Clássica e Construtivista.

Referências Bibliográficas

ANTON, Howard; BIVENS, Irl; DAVIS, Stephen. **Cálculo**. 8. Ed. Porto Alegre: Bookman, 2007. v.1.

ÁVILA, Geraldo. **Cálculo das Funções de uma variável**. Rio de Janeiro: LTC, 2003.

ALMEIDA, Vera Fátima Corsino de. **Análise das Práticas Docentes de Professores dos Cursos de Licenciatura em Matemática Referentes ao Estudo de Retas Paralelas e de Ângulos**. 133 f. Dissertação (Mestrado)-Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. 2009.

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

CAMPOS, Dilhermando Ferreira. **Debates na historiografia da matemática e a história do surgimento do cálculo infinitesimal segundo Carl Boyer**. 113 f. Dissertação (Mestrado)-Programa de Pós-Graduação em História, Universidade Federal de Minas Gerais. 2006.



I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática
01 a 06 de novembro de 2016
Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

EVES, Howard Whitley. **Introdução à História da Matemática**. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 1997.

GASCÓN, Josep. **La necesidad de utilizar modelos em didáctica de las matemáticas**. In: Revista

Educación Matemática Pesquisa, p. 11-37. PUC-São Paulo, 2003.

LIMA, E. L. **Análise Real**. Rio de Janeiro, IMPA-SBM, 1989.

KICHOW, Irio Valdir. **Procedimentos Didáticos Relativos ao Ensino de Números Racionais em Nível de Sexto e Sétimo Ano do Ensino Fundamental**. 116 f. Dissertação (Mestrado)-Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. 2009.

OLIVEIRA, Adriana Barbosa de. **Prática Pedagógica e Conhecimentos Específicos: Um Estudo com um Professor de Matemática em Início de Docência**. 169 f. Dissertação (Mestrado)-Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. 2010.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da matemática: uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

STEWART, James. **Cálculo**. 5.ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2006. v.1.