



I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática

01 a 06 de novembro de 2016

Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO E DAS RELAÇÕES FUNCIONAIS COM USO DE PADRÕES MATEMÁTICOS: UMA COMPREENSÃO À LUZ DA TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

Luciano Moreira da Silva Junior
UEPB, Brasil
juniorcomjc@yahoo.com.br

Cibelle de Fátima Castro de Assis
UFPB, Brasil
cibelle@dce.ufpb.br

Resumo: Este artigo apresenta um recorte dos resultados de uma pesquisa de mestrado concluída no programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Estadual da Paraíba. Tem por objetivo identificar, sob a ótica da Teoria das Situações Didáticas, possibilidades para o desenvolvimento do pensamento algébrico e do estabelecimento de relações funcionais a partir de atividades envolvendo Padrões. Tomamos como referência para discussão uma atividade que explorou o pensar algébrico através de uma sequência pictórica crescente, sendo esta desenvolvida em uma turma do 9º ano de uma escola pública da Paraíba. Na sala de aula, no momento inicial, as situações *a-didáticas* fizeram parte do contrato didático enquanto os estudantes trabalhavam em duplas, seguidos de uma sistematização com toda a turma. A análise dos dados revelou que a atividade, seus recursos e o trabalho em dupla constituiu o meio, e que as *situações de ação, de formulação, de validação e de institucionalização* emergem conforme os estudantes e as atividades propostas, sendo a vivência de cada uma delas de real importância para o processo de desenvolvimento do pensamento algébrico, para o entendimento de relações funcionais e para a aprendizagem em álgebra.

Palavras-chave: Ensino de Álgebra. Padrões. Relações Funcionais. Situações Didáticas.

Introdução

A escolha por este tema tem sua origem na observação da resolução de problemas algébricos dos estudantes dos ciclos básicos da educação, para os quais, de forma recorrente, apresentam respostas numéricas. Embora compreendamos que as atividades em Aritmética e Álgebra possuem focos distintos (a aritmética busca respostas numéricas particulares, enquanto a Álgebra, estabelecer procedimentos e relações expressos de uma forma geral e simplificada), essas duas áreas mantêm uma forte ligação.

De fato, para Usiskin (1995), a álgebra pode ser concebida como aritmética generalizada e é justamente neste ponto que se apresenta uma reconhecida fonte de dificuldades em Álgebra que tem afetado o desempenho dos estudantes deste nível escolar.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática - PCN (BRASIL, 1998, p.116) do terceiro e quarto ciclos (6º ano ao 9º ano do Ensino Fundamental) a ênfase que os professores dão ao ensino da Álgebra e a metodologia da repetição mecânica não têm garantido o sucesso dos estudantes, visto os resultados negativos das avaliações de larga escala divulgados pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB.

Nesse sentido, para uma tomada de decisão a respeito do ensino de Álgebra concordamos com os PCN (BRASIL, 1998, p.116) de que é necessário, primeiramente, refletir sobre como os estudantes constroem o conhecimento matemático, para em seguida, propor situações que levem a construção de noções algébricas pela observação de regularidades.

Dessa forma, sobre o primeiro aspecto, que trata do pensamento algébrico, vale destacar que este não se restringe apenas à capacidade de manipular símbolos. Ele mantém relação com o estudo das estruturas, com a simbolização, com a modelação e com o estudo da variação (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p.10). O pensamento algébrico é manifestado quando, por meio de conjecturas e argumentos, são estabelecidas generalizações sobre dados e relações matemáticas, expressos em uma linguagem cada vez mais formal (KAPUT, 1998, *apud* PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p.9).

Para Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), o pensamento algébrico é um tipo especial de pensamento que pode se manifestar tanto nos diferentes campos da Matemática, quanto em outras áreas de conhecimento. Ainda, segundo os autores, o pensamento algébrico pode ser expresso por meio da linguagem natural, da linguagem aritmética, da linguagem geométrica e por meio linguagem algébrica, de natureza estritamente simbólica.

Sobre o segundo aspecto, das situações de aprendizagem que permitam desenvolver o pensamento algébrico, destacamos aquelas que fazem uso de Padrões. De acordo com Devlin (2010, p.26), a Matemática pode ser caracterizada como “a ciência dos padrões” e nesta perspectiva a atividade matemática estaria baseada na análise de padrões sejam eles numéricos, de formas ou de movimento. Aprender a buscar por Padrões, identificá-los, estudá-los, discuti-los, traduzi-los, ampliá-los e buscar generalizações é parte integrante e fundamental do pensar algebricamente.

No caso específico do estudo com Padrões que tratamos aqui, tomaremos as sequências pictóricas crescentes cujos elementos ou termos são diferentes entre si, onde cada

termo depende do anterior. Tais sequências podem ser compostas por números ou por objetos, que assumem uma organização pictórica. Para trabalhar com estudantes do 9º ano do quarto ciclo de ensino, escolhemos uma sequência pictórica crescente associada a uma sequência numérica cuja relação entre termo e ordem pode ser exibido por uma função do tipo afim.

Consultando a literatura específica, é fato que já existem alguns estudos que investigam o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de Padrões como, por exemplo, os estudos de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Usiskin (1995), Ponte, Branco e Matos (2009), Van de Walle (2009), entre outros. No entanto, nosso estudo se diferencia dos estudos citados, por fazer uma investigação sobre o uso de Padrões para a aprendizagem em Álgebra tomando como referência metodológica e teórica as Situações Didáticas do teórico francês Guy Brousseau.

Assim, o objetivo em foco no presente artigo é apresentar, sob a ótica da Teoria das Situações Didáticas, possibilidades para o desenvolvimento do pensamento algébrico e das relações funcionais de estudantes do 9º ano, a partir de atividades envolvendo estudo de padrões presentes em uma sequência pictórica crescente.

A Teoria das situações didáticas: conceitos aplicados na pesquisa

A *Teoria das Situações Didáticas* (TSD) é um modelo teórico que objetiva contribuir para a compreensão do fenômeno da aprendizagem matemática no âmbito educacional. Foi estruturada pelo francês Guy Brousseau e trata-se de um estudo aprofundado na busca pela compreensão do que levaria um sujeito a fazer uso de seus conhecimentos para tomada de decisões, bem como as razões que propiciam essas tomadas de decisões. Dessa forma, a TSD destaca as diferentes condições e a forma como o conhecimento matemático é apreendido pelos alunos (REIS; ALLEVATO, 2015).

Entre os conceitos que fazem parte desta teoria, destacamos: *situação didática* e *situação a-didática*, *meio*, *contrato didático*, *devolução* e *tipologia das situações didáticas* (*ação*, *formulação*, *validação* e *institucionalização*), os quais utilizamos no contexto desta pesquisa.

Brousseau (2008, p.21), define *situação* com sendo “um modelo de interação de um sujeito com um meio determinado”. Assim, Brousseau propõe que os estudantes produzam conhecimento mediante uma motivação em um *meio* e que agindo sobre esse *meio* observe as respostas obtidas mediante suas ações, construam afirmações, formulem hipóteses, ponham essas hipóteses à prova e posteriormente verifiquem quais delas são realmente válidas.

Para Brousseau (2008, p.21) *meio* é um “subsistema autônomo, antagônico ao sujeito”. Assim, na TSD o estudante é colocado diante de um meio que pode ser encarado como um desafio, um jogo ou um problema, um adversário com o qual o estudante precisa lidar.

Em se tratando de uma *situação didática*, a mesma pode ser entendida como “todo o contexto que cerca o aluno, nele incluídos o professor e o sistema educacional” (BROUSSEAU, 2008, p. 21). Segundo Brousseau (1986, *apud* CAVALCANTI, 2011, p.52):

Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber construído ou em vias de constituição (...) o trabalho do aluno deveria, pelo menos em parte, reproduzir características do trabalho científico propriamente dito, como garantia de uma construção efetiva de conhecimentos pertinentes.

Na *Teoria das situações didáticas* também são consideradas situações *a-didáticas* nas quais, o professor não apresenta um controle direto e os alunos trabalham de forma independente. De acordo com Brousseau (1986, *apud* FREITAS, 2002, p. 69):

Quando o aluno se torna capaz de pôr em funcionamento e utilizar por si mesmo o saber que está construindo, em situação não prevista em qualquer contexto de ensino e também na ausência de qualquer indicação intencional. Uma tal situação é chamada de situação a-didática.

Em uma *situação a-didática*, estão em jogo os estudantes e o objeto de conhecimento, mas, neste caso, não o professor. Tal situação apresenta determinadas exigências e os alunos respondem às mesmas. Os estudantes (sozinhos ou em grupo) desenvolvem tentativas, verificam sua funcionalidade diante do problema, interagem com os elementos presentes no ambiente e modificam os seus sistemas de conhecimentos por conta das adaptações que os mesmos realizam ao fazer uso de diferentes estratégias (D'AMORE, 2007).

Neste sentido, surgem dois importantes conceitos que integram a TSD, o conceito de *contrato didático* e o conceito de *devolução*.

O *contrato didático* é, de acordo com Brousseau (1996a, *apud* REIS; ALLEVATO, 2015, p.261),

[...] o conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelos alunos e o conjunto de comportamentos dos alunos que são esperados pelo professor.[...]Esse contrato é o conjunto de regras que determinam uma pequena parte explicitamente, mas sobretudo implicitamente, do que cada parceiro da relação didática deverá gerir e daquilo que, de uma maneira ou de outra, ele terá de prestar conta perante o outro.

Neste sentido, o *contrato didático* está relacionado ao conjunto das regras explícitas e implícitas que organizam o espaço escolar da sala de aula, neste incluídas as relações de aprendizagem estabelecidas entre professor e aluno, na qual não há necessariamente um documento listando estas regras, mas existe por parte tanto do professor, quanto dos estudantes, expectativas quanto ao cumprimento das mesmas.

Sendo assim, o conceito de *devolução* é essencial ao contrato didático. De acordo com Brousseau (2008, p.91), “a devolução é o ato do professor que faz com que o aluno aceite a responsabilidade de uma situação de aprendizagem (didática) ou de um problema e assume ele mesmo as consequências dessa transferência”. Neste sentido, entendemos que a devolução mantém o contrato de que o aluno mobilizando seus conhecimentos na busca de soluções pode construir seu conhecimento.

A TSD apresenta uma tipologia para as *situações didáticas*: *situações de ação*; *situações de formulação*; *situações de validação* e *situações de institucionalização*.

Uma *situação didática* pode ser dita uma *situação de ação* quando o sujeito se encontra diante de um problema (meio) e, na busca pela solução do problema, o sujeito realiza ações imediatas que, em alguns momentos ocasionam erros, em outros, acertos, implicando na produção de conhecimentos mais intuitivos do que teóricos. De acordo com Brousseau (2008, p.28),

Para um sujeito, “atuar” consiste em escolher diretamente os estados do *meio* antagonista em função de suas próprias motivações. Se o meio reage com certa regularidade, o sujeito pode relacionar algumas informações às suas decisões (*feed-back*), antecipar suas respostas e considera-las em suas futuras decisões (BROUSSEAU, 2008, p.28).

Logo, em uma *situação de ação* se o meio emite respostas positivas diante das ações tomadas pelo estudante, estas decisões podem ser observadas e consideradas em situações futuras. No entanto, se o meio traz respostas negativas, significa que as ações precisam ser revistas e modificadas, para servirem em outras situações.

Nas *situações de formulação*, os estudantes já fazem uso de modelos ou esquemas teóricos explícitos ao trabalharem com a resolução de um problema. Nesse tipo de *situação didática*, os estudantes já fazem afirmações baseadas nas suas interações com o problema, entretanto, não há ainda uma obrigação de verificação da validade dessas afirmações, mesmo que haja intenções de validação futura.

De acordo com Brousseau (2008, p.29), “a formulação de um conhecimento corresponderia a uma capacidade do sujeito retomá-lo (reconhecê-lo, identificá-lo, decompô-lo, e reconstruí-lo em um sistema linguístico)”. Neste sentido, ainda que não haja uma

necessidade imediata de validação das afirmações feitas pelos estudantes, os mesmos, ao construírem um determinado conhecimento, deverão ter a capacidade de retomá-lo em problemas futuros.

De acordo com Brousseau (2008), os esquemas de ação e de formulação, provocam processos de correção. Logo, surge outro tipo de *situação didática*, que são as *situações de validação*. Nessas situações, o aluno já passa a fazer uso de mecanismos que ponham à prova as afirmações feitas por eles diante dos problemas, verificando se estas são, ou não, corretas. De acordo com Freitas (2002, p.80), “essas situações estão relacionadas ao plano da racionalidade e diretamente voltadas para o problema da verdade” e ainda, “o trabalho do aluno não se refere somente às informações em torno do conhecimento, mas sim a certas afirmações, elaborações, declarações a propósito deste conhecimento”.

Em uma pesquisada realizada por Brousseau (2008), foi observado que os professores precisavam, antes de passar para uma lição seguinte, separar um espaço de tempo durante as aulas para rever o que já haviam feito, pois era necessário considerar também as fases de institucionalização do conhecimento. Daí surgem as *situações de institucionalização*.

Brousseau (2008) considera as *situações de institucionalização* como aquelas que pretendem conferir o caráter de objetividade e universalidade para o conhecimento, pois é necessário que o professor organize a síntese do conhecimento, fazendo com que este não dependa de aspectos subjetivos e particulares, e sejam elevados a um status de saber (FREITAS, 2002). Assim, o saber seria um conhecimento que passou por uma validação, cuja principal característica é o seu caráter histórico e impessoal, e no caso específico da Matemática, esta validação está relacionada ao raciocínio lógico-dedutivo (REIS; ALLEVATO, 2015).

Considerações Metodológicas

Este artigo apresenta um recorte dos resultados de uma pesquisa de mestrado concluída em 2016 no programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Estadual da Paraíba. Buscamos neste artigo sintetizar o trabalho desenvolvido e os resultados alcançados no contexto mais amplo da pesquisa realizada em Silva Junior (2016).

Na fase experimental da pesquisa ocorreu uma intervenção em uma turma do 9º ano de uma escola da rede estadual de ensino da Paraíba, da cidade de Mamanguape-PB, na qual o pesquisador é professor regente. Consistiu no desenvolvimento de uma sequência didática

composta por 9 atividades estruturada em níveis (introdutório, intermediário e avançado) totalizando 26 horas/aula. Esta sequência didática teve por objetivo permitir processos que motivassem o desenvolvimento do pensamento algébrico através da generalização da relação entre ordem e termo dos elementos das sequências pictóricas e numéricas crescentes.

Neste artigo, situaremos a discussão na primeira atividade do nível avançado, apresentada em detalhes na seção seguinte. A sistemática da intervenção ocorreu de forma semelhante durante toda a pesquisa, sendo um primeiro momento voltado para o trabalho dos estudantes organizados em duplas, sem qualquer intervenção do professor, e o segundo, caracterizado pela sistematização do conteúdo dirigida pelo professor com toda a turma.

Cada dupla recebeu a atividade impressa juntamente com o material necessário de apoio. Para a atividade que será discutida neste artigo foram utilizados palitos de fósforo e papel milimetrado e foram necessárias 3 horas/aula, incluindo o desenvolvimento e a sistematização da atividade, sendo esta com duração de 21 minutos.

As duplas foram formadas segundo a escolha dos próprios estudantes. Cada estudante foi identificado por uma letra do alfabeto. Participaram exclusivamente desta atividade dezesseis estudantes, formando as duplas: AB, CD, FG, JS, KL, MY, OP e VW.

Foram consideradas como fontes de dados, os registros dos estudantes no material impresso recolhido (roteiro), as fotografias das duplas em momentos de resolução das atividades, além das gravações em vídeos do trabalho da dupla OP (escolhida aleatoriamente) e do momento de sistematização envolvendo o pesquisador e os estudantes.

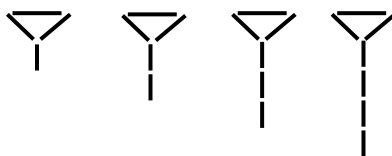
Após a intervenção em sala, ocorreu a identificação e análise das *situações de ação, de formulação, de validação e de institucionalização* emergentes, bem como de conceitos como *contrato didático, devolução e meio*, com o objetivo de identificar possibilidades para a aprendizagem a partir da experiência vivenciada.

A proposta da atividade e as situações didáticas na vivência da pesquisa

A atividade escolhida teve por objetivo geral explorar padrões de regularidade de uma sequência pictórica crescente. Retoma, fortemente, aspectos do pensamento algébrico tratados nas atividades dos dois níveis anteriores (introdutório e intermediário), como: identificar a forma como o padrão é gerado e dar continuidade à sequência prevendo termos de ordens posteriores; estabelecer relações entre sequências pictóricas e sequências numéricas; e realizar generalizações com base nas características dos padrões. No entanto, foi solicitada uma expressão algébrica para a relação entre termo e ordem, a partir da construção de uma tabela e

da representação no plano cartesiano. Esta atividade foi uma adaptação do padrão proposto por Ponte *et al* (2009, p. 60), apresentado na Figura 1 a seguir.

Figura 1– Sequência pictórica com palitos



Fonte: Ponte *et al* (2009, p. 60)

Os itens da atividade foram construídos de modo que os alunos pudessem compreender características da formação da sequência pictórica e da sequência numérica crescente associada, e relacionassem a ordem n de um elemento qualquer com a quantidade de palitos desse elemento, exibindo a função $n + 3$, com $n \in \mathbb{IN}$. Dessa forma, foram propostos os seguintes itens:

- (a) Usando palitos de fósforo, construa o quinto termo e o sexto desta sequência.
- (b) Quantos palitos seriam necessários para construir o nono termo desta sequência? E o vigésimo termo? Justifique sua resposta.
- (c) Complete a seguinte tabela que relaciona a ordem e a quantidade de palitos de cada um dos termos desta sequência:

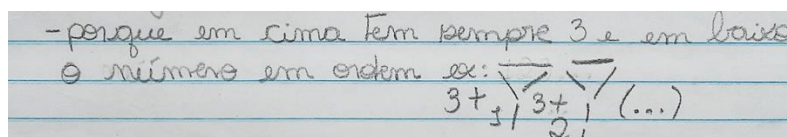
Ordem										
Quantidade de palitos de cada termo										

- (d) Escreva o que você percebe sobre o aumento de palitos de um termo para o termo seguinte.
- (e) Construa uma expressão algébrica que lhe permita calcular o número de palitos para qualquer ordem.
- (f) Consideremos agora, que o número de palitos de cada termo é representado pela variável y e que a ordem esta sendo representada pela variável x . Tome então, os números encontrados na tabela, e forme pares ordenados.
- (g) Usando papel milimetrado, desenhe o plano cartesiano e marque os pares ordenados, encontrados com base na sequência.

Sobre o item (a), das oito duplas de estudantes, sete delas (AB, CD, FG, KL, MY, OP e VW) conseguiram representar o quinto termo e o sexto termo da sequência usando palitos de fósforo e representando os termos por meio de desenho.

Em relação ao item (b), as duplas AB, JS, MY e VW responderam corretamente que o nono termo é formado por doze palitos e o vigésimo termo é formado por vinte e três palitos. Entretanto, apenas as duplas JS e MY apresentaram uma justificativa para suas repostas. A dupla MY escreveu “Por que eu segui a sequência” e assim entendemos que a estratégia utilizada foi de dar continuidade à sequência até obter os elementos sugeridos (por meio de desenhos, usando palitos ou mentalmente). Já a dupla JS apresentou a justificativa trazida na Figura 2, a seguir.

Figura 2– Justificativa da dupla JS



Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador (SILVA JUNIOR, 2016)

Entendemos que a dupla JS partiu dos dois primeiros termos indicando a forma como os elementos são gerados (parte fixa e outra variável), buscou generalizar para termos de ordem superior e indicou a continuidade do padrão por meio do uso de reticências.

Quanto às duplas restantes CD, FG, KL e OP, estas responderam apenas a quantidade de palitos referente ao nono termo e erraram a quantidade de palitos referente ao vigésimo termo. Destas duplas, apenas a dupla FG trouxe uma justificativa: “porque está crescendo de 1 em 1”. Neste sentido, podemos observar que a dupla percebeu que de um termo para o termo seguinte foi acrescentado um segmento.

O item (c) propõe o preenchimento de uma tabela que relaciona a ordem de um termo com a quantidade de palitos necessária para representar cada um dos termos. A intenção desta tabela foi de organizar os resultados obtidos nos itens anteriores da atividade e provocar a generalização que viria com os itens seguintes. Este item foi respondido de maneira correta por todas as oito duplas de estudantes, como mostra a Figura 3 a seguir:

Figura 3–Tabela preenchida corretamente pela dupla FG

Ordem	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Quantidade de palitos de cada termo	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador (SILVA JUNIOR, 2016)

No item (d) solicitamos que os estudantes escrevessem sobre como eles perceberam o aumento de palitos de um termo para o termo seguinte. Vejamos a seguir o que as duplas afirmaram: “De um termo para o outro aumenta 1 palito” (Dupla AB); “Percebo que em cada ordem aumenta um palito” (Dupla CD); “Esta crescendo de 1 um em 1 para baixo” (Dupla FG); “Que cada termo aumenta 1 número de palito” (Dupla JS); “Vai aumentando sempre de 1 em 1 palitos” (Dupla KL); “Aumenta de palitos e de 1 palito para o outro” (Dupla MY); “Primeiro termo 4, de 1 termo para o outro aumenta 1 palito” (Dupla OP); “Que cada vez mais aumenta 1 palito” (Dupla VW).

É notável que todas as duplas conseguiram perceber o aumento de um palito de um termo para o termo seguinte, no entanto, apenas a dupla FG distinguiu que as figuras que formam o padrão apresentam uma parte fixa e uma parte que varia de um termo para o outro, já que a dupla indicou que essa característica ocorre abaixo dos triângulos.

No item (e), apenas a dupla KL conseguiu chegar a uma expressão algébrica. Tal dupla escreveu a expressão $3 + 1y$, após algumas tentativas e ajustes, usando estratégias de generalização, como pode ser visto na Figura 4 a seguir:

Figura 4 – Expressão Algébrica da dupla KL

1	→ 4	(1 → 3 + 1)
2	→ 5	(2 → 3 + 2)
3	→ 6	(3 → 3 + 3)
1	→ 4	(1 → 3 + 1)
		(3 + 1y)

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador (SILVA JUNIOR, 2016)

No item (f) solicitamos que os estudantes formassem pares ordenados do tipo (ordem, quantidade de palitos) como aqueles obtidos na tabela do item (c). As duplas AB, CD, FG, JS, KL, MY e VW, responderam a questão corretamente e apenas a dupla OP não respondeu a questão.

Quanto ao item (g), cada dupla de estudantes recebeu uma folha de papel milimetrado, para que nela fosse desenhado o plano cartesiano e marcados os pares ordenados. Assim, teríamos a representação gráfica de uma Função Polinomial do Primeiro Grau obtida a partir de uma representação tabular, sendo esta obtida por meio de uma sequência numérica associada à uma sequência pictórica.

As duplas AB, CD, KL, e OP conseguiram marcar corretamente no plano cartesiano, os pontos encontrados no item (f). Já a dupla FG não representou os pontos no primeiro quadrante e as duplas JS, MY não marcaram os pontos corretamente.

Durante o momento de sistematização desta atividade foram discutidos todos os itens. Foi perceptível que os estudantes não apresentaram dificuldades ao representar os termos da sequência fazendo uso dos palitos de fósforo. No entanto, nos casos em que a grande quantidade de palitos era maior que oito, os estudantes recorriam a desenhos ou buscavam entender como os termos eram gerados, para assim determiná-los. Consequentemente, no preenchimento da tabela referente ao item (c), nenhuma das duplas apresentou dificuldades e fez o preenchimento de forma correta como também marcaram os pontos no plano cartesiano. Neste momento identificamos formas algébricas de pensamento já trabalhadas nas atividades anteriores a esta.

A grande dificuldade dos estudantes, evidenciada tanto durante a sistematização quanto na análise das atividades, foi descrever através da linguagem natural ou algébrica a forma como a sequência estava sendo gerada (item d) e encontrar a expressão algébrica solicitada (item e). Dessa forma, estes itens se configuraram como um desafio para eles.

Aproximando a TSD da experiência vivenciada: revendo os conceitos

No primeiro momento de desenvolvimento da atividade foi estabelecido um *contrato didático* que buscou o rompimento da dependência dos estudantes com o professor, fato comum quando da resolução de problemas ou exercícios em sala. Consideramos, então, como uma *situação a-didática*, onde os estudantes precisaram agir com autonomia. Por essa razão, a atividade foi estruturada tendo em vista o desenvolvimento gradativo do pensamento algébrico à medida que os estudantes prosseguissem sem a ajuda do professor na resolução de cada item. Com a rotina, percebemos que este tipo de *situação* foi aceito pelos estudantes.

Percebemos que com a ausência do professor, a falta de objetividade e consequentes distrações com os objetos ao redor, incluindo os próprios materiais disponibilizados para a

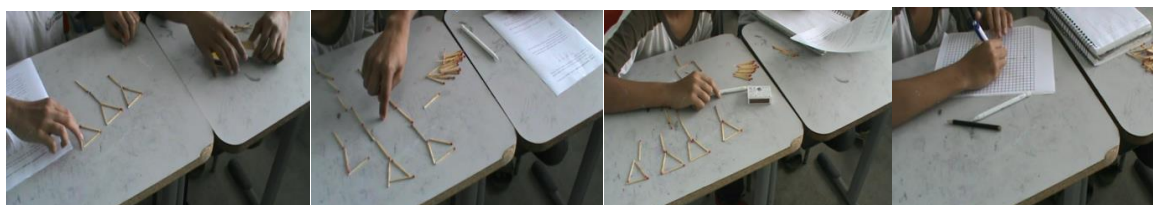
atividade (palitos de fósforos) foram recorrentes. Consequentemente, também registramos momentos de *devolução* por parte do professor de modo que os estudantes conseguissem mobilizar conhecimentos que já possuíam na busca de soluções. Entre esses conhecimentos destacamos aqueles desenvolvidos nas atividades dos níveis introdutório e intermediário que antecederam a aplicação da atividade aqui detalhada.

No entanto, ao mesmo tempo, organizados em duplas, os estudantes negociaram e buscaram por respostas, assumiram e alternaram papéis, desenvolveram estratégias e se ajudaram mutuamente. Também registramos nesses momentos em dupla que os estudantes tiveram a oportunidade de vivenciar *situações didáticas de ação, de formulação e de validação* enquanto seguiam o roteiro da atividade.

De fato, com o item (a) da atividade, registramos um exemplo de *situação de ação*. As sete duplas conseguiram representar o quinto termo e o sexto termo da sequência e para tanto, os estudantes observaram o problema e agiram sobre ele, usando palitos de fósforo, contando os palitos, refazendo a sequência e obtendo novas representações.

O processo dinâmico de agir sobre a atividade foi observado e registrado, por exemplo, na gravação em vídeo da dupla OP na realização da atividade no momento inicial do trabalho. A sequência de imagens da Figura 5 tenta ilustrar esse processo.

Figura 5 – Trabalho da Dupla OP construindo a sequência com palitos



Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador (SILVA JUNIOR, 2016)

Observamos a sequência ser construída três vezes, com o aluno O (à esquerda de cada imagem) que recebe palitos, monta a sequência, registra no plano cartesiano os pontos, alternando funções com o aluno P (à direita de cada imagem), organiza, entrega e conta os palitos, ler o roteiro e escreve no caderno.

Na resposta dada pela dupla JS, ao mesmo item (b), trazida na Figura 2, temos um exemplo de uma *situação de formulação*. De fato, a dupla observou a lógica de formação dos termos e escreveu “porque em cima tem sempre 3 e em baixo o número em ordem” e indicou que o primeiro termo terá $3 + 1$ palitos, o segundo termo $3 + 2$ palitos, e assim

sucessivamente, por meio de uma representação esquemática, embora seus registros não indiquem uma verificação da validade dessas afirmações.

Destacamos, com este item, o fato de duas duplas terem vivenciado situações didáticas distintas na mesma proposta de atividade (item (b)). Isto evidencia que as situações didáticas variam conforme os estudantes e as atividades propostas.

No item (d) da atividade, a dupla KL afirmou “Vai aumentando sempre de 1 em 1 palitos” e no item (e) conseguiu representar matematicamente por meio de uma expressão algébrica a forma que gerou os termos da sequência (ver Figura 4). Assim, a dupla fez uso de mecanismos da própria Matemática para confirmar que sua afirmação era válida. Neste sentido, percebemos um exemplo de *situação de validação* vivenciado por esta dupla.

Para exemplificar uma *situação de institucionalização*, escolhemos uma passagem da intervenção em sala, registrada em vídeo, em que o professor/pesquisador diferencia expressão algébrica de expressão aritmética e, a partir de casos particulares para n , mostra porque $n + 3$ seria a resposta correta entre as respostas dadas pelos alunos ao item (e): $n + 3$, $(1+1).3$, $1 \rightarrow 3+1$ e $(1+3).1$. A transcrição a seguir ilustra esses momentos.

Pesquisador [14min:17s]: $(1+1).3$ é uma expressão algébrica? [...] Ela só envolve números e operações. Podemos dizer que é uma expressão numérica, mas não é algébrica pois não tem a parte literal como o aluno A estava lembrando.

Pesquisador: E sobre essa aqui. Eu tenho 1, mais uma setinha e $3 + 1$ [...] Mas isso é uma expressão algébrica?

Estudante N: É não!

Estudante Q: É não!

Pesquisador: Por quê?

Estudante Q: Por que não tem a parte literal.

Pesquisador: [...] o que temos é aqui é que o 1º termo tem 3 palitos mais 1, ou seja, 4 palitos. Mas que não é uma expressão numérica nem algébrica. É só a descrição da quantidade de palitos do 1º termo.

Pesquisador [16min:38s]: Aqui, a última, um mais três vezes um é uma expressão algébrica?

Estudante Q: É não!

Pesquisador: Porque, não é?

Estudante N: Porque não envolve letras.

Pesquisador: Só envolve números e operações. A expressão algébrica que eu pedi para vocês tem que me dar o número de palitos para qualquer ordem. Por exemplo: quando a ordem for vinte, vamos considerar a expressão que o estudante Q sugeriu. A expressão que ele me deu foi n mais três e n está representado a ordem, é isso?

Estudante Q: É.

Por fim, orientou os estudantes sobre um possível caminho para encontrar expressões algébricas associadas a sequências pictóricas crescentes.

Pesquisador [17min:20s]: Quando a ordem for 20, vai dar vinte mais três, vai dar vinte e três. De acordo com o que vocês têm aí, está correto?

Estudante N: Está.

Pesquisador: Quando a ordem for um, um mais três, dá quanto?

Estudante Q: Quatro.

Pesquisador: Tem quatro palitos?

Estudante K: Tem. [O pesquisador segue fazendo o estudo dos casos para $n = 2$ até $n = 4$]

Pesquisador [18min:56s]: No quarto termo?

Estudante L: Mais quatro.

Pesquisador: Três mais quatro. Quando eu chegar lá no termo de ordem n , eu vou ter o quê? Três mais n é a mesma que o aluno Q me passou.

Pesquisador [20min:15s]: Qual é a ideia que vocês devem ter na hora de montar a expressão? É tentar ver o que os termos têm em comum e o que está aumentando de um termo para o seguinte.

Análise da pesquisa: possibilidades para o pensamento algébrico e para álgebra escolar

A partir da análise focada no desenvolvimento da atividade pictórica com palitos foi possível compreender características das *situações didáticas* vivenciadas pelos estudantes e pelo pesquisador, enquanto professor da turma, que permitem apontar possibilidades para a aprendizagem em álgebra, especificamente sobre condições para o desenvolvimento do pensamento algébrico e das relações funcionais.

Nesse sentido, consideramos que a atividade e os recursos disponíveis constituíram o *meio* para a aprendizagem, e que o trabalho em duplas ampliou ainda mais as possibilidades desse *meio*. No entanto, as atividades devem permitir a autonomia dos estudantes e respeitar o tempo deles neste momento, incluindo as possibilidades de distrações.

Entendemos que a proposta permitiu a vivência de diferentes *situações didáticas* e que tampouco estas não se esgotaram nos exemplos trazidos neste texto. No entanto, afirmamos que é determinante para o tipo de situação que será vivenciada, as ações que os estudantes empreendem na busca pela solução do problema assim como as possibilidades da proposta.

Por fim, acreditamos que atividades escolares que estimulam o pensamento algébrico e o entendimento das relações funcionais, acionando para tanto recursos como as sequências pictóricas crescentes, proporcionam uma aprendizagem em álgebra que ocorre a longo prazo e que a ausência de alguma das *situações didáticas* nesse processo, pode trazer prejuízos para a

compreensão e aprendizagem da álgebra escolar, visto a importância que cada uma agrega à este processo.

Referências

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental. 5ª à 8ª série.** Brasília: SEF, 1998.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao Estudo das Situações Didáticas:** conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

CAVALCANTI, V.S. **Composição de Paródias:** um recurso didático para compreensão sobre conceitos de circunferência (Dissertação de Mestrado). Universidade Estadual da Paraíba, 2011.

D'AMORE. **Elementos de Didática da matemática.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

DEVLIN, K. **O gene da Matemática.** O talento para lidar com números e a evolução do pensamento matemático. Rio de Janeiro: Record, 2010.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M.A; MIGUEL, A. **Contribuição para um repensar...** a educação Algébrica Elementar. São Paulo: Pro-Posições, 1993.

FREITAS, J.L.M. Situações Didáticas. In. **Educação Matemática:** uma introdução. Org. MACHADO, S.D.A et al. São Paulo: EDUC, 2002.

PONTE, J.P ET AL. **Álgebra no Ensino Básico.** Portugal: ME, 2009. Disponível em :<http://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/textos/003_Brochura_Algebra_NPMEB_%28Set2009%29.pdf>. Acesso em: 19 Dez. 2014.

REIS, L. A.C; ALLEVATO, N.S.G. Trigonometria no Triângulo Retângulo: As Interações em Sala de Aula Sob a Ótica da Teoria das Situações Didáticas. **Revista HOLOS**, Natal, v.1, p.253 - 279, 2015. Disponível em: <http://www2.ifrn.edu.br/ojs/index.php/HOLOS/article/view/1616/pdf_164>. Acesso em: 20 Fev. 2016.

SILVA JUNIOR, L.M. **O desenvolvimento do pensamento algébrico e das relações funcionais com uso de padrões matemáticos:** uma compreensão à luz da teoria das situações didáticas (Dissertação de mestrado). Universidade Estadual do Paraíba, 2016.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e a utilização das variáveis. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.). **As idéias da álgebra.** São Paulo: Atual, 1995.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. 6.ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.