



I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática

01 a 06 de novembro de 2016

Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

ANÁLISE INSTITUCIONAL & SEQUÊNCIA DIDÁTICA COMO METODOLOGIA DE PESQUISA

Afonso Henriques

Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC, Brasil

E-mail: henry@uesc.br

Resumo: Baseados nas pesquisas concluídas e em andamento no GPEMAC¹ na UESC, propomos-nos neste artigo apresentar a Análise Institucional & Sequência Didática como metodologia de pesquisa amparada nos pressupostos da Teoria Antropológica do Didático e na Engenharia Didática, organizada com oito etapas que descrevemos passo a passo, para favorecer a sua compreensão e aplicabilidade em pesquisas educacionais. A partir dela, existe a intenção de mostrar o seu funcionamento, contudo, damos atenção especial às suas contribuições possíveis no âmbito referencial metodológico e, não às análises epistemológicas e praxeológicas em torno de um objeto matemático de referência. Todavia, apresentamos sutilmente, um recorte das análises de uma pesquisa realizada no GPEMAC visando o estudo das práticas efetivas de estudantes em cursos de formação universitários sobre as Integrais Múltiplas como objeto matemático de referência. Os resultados obtidos abrem espaço à reflexão e a realização de novos trabalhos, no ensino, na pesquisa e na extensão universitária. Assim, esperamos ter trazido contribuições na dinâmica da realização de pesquisas educacionais, com influências da Didática da Matemática enquanto área em pleno desenvolvimento no mundo inteiro.

Palavras-chave: Elementos institucionais; livro didático; tecnologias; estudantes.

1. Introdução

As pesquisas desenvolvidas no GPEMAC são geralmente fundamentadas por três teorias de base: a Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Chevallard (1992), a Teoria de Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Duval (1993) e a Abordagem Instrumental de Rabardel (1995). A primeira refere-se ao estudo do homem e de suas ações institucionais, destacando-se o modelo praxeológico e a ecologia de saberes como referências de análise. A segunda é pautada na ideia de que os objetos matemáticos não são acessíveis a não ser por meio de suas representações nos diferentes registros e, a terceira proveniente da ergonomia, defende o estudo de ferramentas tecnológicas na relação do sujeito com os objetos de saberes.

Neste artigo não apresentamos explicitamente estas teorias conforme descrito nos trabalhos publicados, como a tese (HENRIQUES, 2006), o artigo (HENRIQUES, ATTIE, FARIAS, 2007) destinado às estas teorias e o artigo (HENRIQUES, ALMOULOU, 2016) onde se trata sobre os registros de representação. Contudo, utilizaremos os seus conceitos sempre que possível, centrando-nos, portanto, no tema deste artigo que apresentamos a seguir.

¹ Grupo de Pesquisa em Ensino e Aprendizagem da Matemática em Ambiente Computacional.

2. Análise Institucional & Sequência Didática como Metodologia de Pesquisa

No dicionário “o Globo”, a palavra metodologia traz o seguinte significado: “regras ou normas estabelecidas para o desenvolvimento de uma pesquisa. Parte da ciência que se dedica aos procedimentos organizados, aos métodos utilizados pela própria ciência”. Neste âmbito, baseadas na Teoria Antropológica do Didático (TAD) e na Engenharia Didática (ED), respectivamente, a Análise Institucional e a Sequência Didática, constituem uma metodologia de pesquisa que organizamos em oito etapas, desenvolvidas em duas fases, tendo quatro etapas cada fase.

Para proporcionar uma compreensão melhor ao leitor, apresentamos inicialmente as definições dos dois conceitos e os respectivos elementos teóricos. Em seguida, organizamos as oito etapas em uma tabela que resume o percurso de investigação desta metodologia. Mais adiante são detalhadas todas as etapas, evidenciando o funcionamento correspondente na dinâmica de uma pesquisa em Educação Matemática em todos os níveis de Ensino.

2.1. Análise Institucional, o que é?

Definição 1: Análise Institucional é um estudo realizado em torno de elementos institucionais [Quadro 1]², a partir de inquietações/questões levantadas pelo pesquisador no contexto institucional correspondente, permitindo identificar as condições e exigências que determinam, nessa instituição, as relações institucionais e pessoais com objetos do saber, em particular, os objetos matemáticos, as organizações ou praxeologias desses objetos que intervêm no processo ensino-aprendizagem. (HENRIQUES, NAGAMINE, NAGAMINE, 2012, p.1268)

Henriques e Serôdio (2013) sublinham que:

A análise institucional, como metodologia de pesquisa, fornece ferramentas para identificarmos as condições e exigências que determinam, numa instituição, as práticas institucionais em torno de objetos de estudos, como as IM, requeridos na formação de recursos humanos (HENRIQUES, SERÔDIO, 2013, p.3)

Ao mencionarem IM, os autores estão se referindo às Integrais Múltiplas, como o objeto matemático de referência. Assim, as citadas condições, as exigências e as práticas institucionais, podem ser analisadas considerando-se qualquer objeto do saberes de interesse do pesquisador. Mas, o que é uma instituição no âmbito da Teoria Antropológica do Didático (TAD)? Identificada como uma das noções fundamentais da TAD, uma **Instituição** é um dispositivo social "total", constituído, no mínimo, por uma “microinstituição³” (CHEVALLARD, 2009) contendo, pelo menos, um dos elementos do Quadro 1 (grifo nosso).

² Grifo nosso. Doravante utilizaremos o signo [informação] para indicar a inclusão de informação no texto original do autor citado, caso necessário.

³ As “microinstituições” são “pequenos” dispositivos sociais de uma instituição I, isto é, elas também são instituições.



Fonte: HENRIQUES (2011, p.3)

Em geral, no desenvolvimento de qualquer pesquisa em Educação, pensamos em uma instituição constituída, pelo menos, com um desses elementos. Mesmo que o pesquisador não utilize o termo instituição, a sua pesquisa está sempre imersa numa instituição.

A explicitação ou escolha de uma instituição de referência e/ou de aplicação pelo pesquisador deve conter, pelo menos, um destes elementos. Esta escolha depende, basicamente, dos objetos matemáticos de referência visados na pesquisa, dos objetivos e da problemática da investigação em função das inquietações levantadas pelo pesquisador.

Assim, a Educação Básica, como um todo, por exemplo, é uma instituição, as suas partes (primeiro segmento da educação, Ensino Fundamental I, Ensino Fundamental II, Ensino Médio etc.) também são instituições. Uma Instituição do Ensino Superior (IES), pela sua natureza, é uma instituição e as suas partes, como os Departamentos, os Institutos, os cursos (cf. Figura 2), as salas de aulas, os laboratórios, etc., também são dispositivos sociais totais ou microinstituições. Em contrapartida, uma microinstituição é uma instituição. Cada instituição, assim definida, pode ser considerada pelo pesquisador como uma instituição de referência e/ou de aplicação.

O termo referência é sugestivo, na medida em que, identifica o local institucional da realização de uma pesquisa. Nesta realização, as relações institucionais e pessoais a objetos de estudo reconhecidos em cada instituição, bem como qualquer um dos elementos institucionais apontado no Quadro 1, pode ser analisado com base na Teoria Antropológica do Didático, proposta por Chevallard. As vertentes ou dimensões ecológicas e praxeológicas desta teoria, contribuem fortemente na realização de pesquisas, em uma das etapas desta metodologia, trazendo à tona as possibilidades de uma compreensão melhor e aprofundada de propostas de ensino e organização de objetos de saberes, nos respectivos habitats e nichos, destacando-se uma praxeologia completa constituída pelas seguintes noções:



As quatro noções quando são compreendidas e empregadas convenientemente em pesquisas, bem como no ensino, fornecem condições para o pesquisador elaborar uma

Sequência Didática (SD), ou ao Professor organizar uma Sequência de Ensino (SE). Uma SD é, portanto, um instrumento do pesquisador e a SE, do Professor. Neste artigo não discutimos sobre a (SE), mas apresentamos a seguir o nosso entendimento sobre a SD sendo o segundo conceito que alimenta esta proposta metodológica.

2.2. Sequência Didática

Compreendemos a SD (HENRIQUES, 2011) como um dos aspectos da Engenharia Didática desenvolvida por Artigue (1988). Essa Engenharia vista como metodologia de pesquisa, “caracteriza-se por um esquema experimental baseado em realizações didáticas em sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise sequencial de atividades de ensino (ARTIGUE, 1988)”. De um modo geral, na Engenharia Didática, o papel do Professor, segundo Douady (1993):

É como o do engenheiro que vai realizar um projeto. Este projeto evolui na medida em que ocorrem as trocas Professor/alunos em função das escolhas do Professor pela experiência na disciplina [...]. A engenharia é o resultado de uma análise preliminar e, ao mesmo tempo, de adaptação do funcionamento dessa análise em condições dinâmicas na sala de aula.

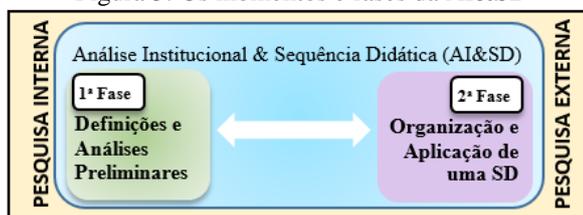
Com base nesta metodologia e na análise institucional, bem como por entender a SD como um dos aspectos desta engenharia, Henriques (2011) apresenta a seguinte definição para SD:

Definição 2: Uma sequência didática é um esquema experimental formado por situações, problemas ou tarefas, realizadas com um determinado fim, desenvolvido por sessões de aplicação a partir de um estudo preliminar [análise institucional] em torno de um objeto do saber e de uma análise matemática/didática, caracterizando os objetivos específicos de cada situação, problema ou tarefa [tendo uma praxeologia completa].

As análises matemáticas/didáticas são conhecimentos que versam sobre as discussões e resoluções possíveis, a forma de controle e os resultados esperados, bem como as variáveis didáticas de cada situação, os pré-requisitos e as competências dos sujeitos envolvidos na pesquisa, necessárias na realização das situações propostas. Estes conhecimentos fazem parte da análise *a priori* em uma Engenharia Didática (ED) e, devem ser desenvolvidas com base na praxeologia do objeto matemático de referência visado na instituição correspondente.

A **análise Institucional & Sequencia Didática** como metodologia de pesquisa, desenvolvida em dois momentos denominados pesquisa interna e externa, é organizada em duas fases esquematizadas na Figura 3.

Figura 3: Os momentos e fases da AI&SD



Fonte: Produção do autor

I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática

01 a 06 de novembro de 2016

Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

A **Pesquisa Interna** é uma sondagem realizada pelo pesquisador ou por grupo de pesquisadores, sem intervenção de sujeitos externos. É o momento pelo qual o pesquisador procura compreender melhor o seu objeto de estudo. Ele conjectura, problematiza, formula hipóteses, questiona-se, define o quadro teórico, os objetivos, descreve o percurso metodológico da sua pesquisa, escolhe, analisa os elementos institucionais específicos e apresenta resultados parciais. (Henriques, 2014).

A **Pesquisa Externa** é uma sondagem realizada pelo pesquisador ou por grupo de pesquisadores envolvendo sujeitos externos como público alvo. É o momento pelo qual o pesquisador aplica os estudos desenvolvidos na **pesquisa interna**. Esta aplicação pode ou não envolver seres humanos. Por exemplo, a aplicação de uma sequência para o estudo de práticas efetivas de estudantes de uma instituição é uma pesquisa externa. (Henriques, 2014).

Cada fase da AI&SD é organizada com quatro etapas dispostas no Quadro 2 para orientar e situar, principalmente, o pesquisador debutante (estudante) no desenvolvimento de trabalhos acadêmico-científicos, onde os aspectos da ED contribuem fortemente na 2ª fase.

Quadro 2: Etapas do percurso metodológico da AI&SD

Análise Institucional & Sequência Didática (AI&SD)	
Fase I: Definições e Análises Preliminares	
1ª Etapa:	Tomada de decisões iniciais Definição do tema/assunto da pesquisa. Apresentação da problemática e/ou de questões da pesquisa em torno do tema/assunto (objeto do saber de referência). Definição dos objetivos gerais e específicos, bem como do referencial ou quadro teórico de base da pesquisa.
2ª Etapa:	Identificação de Instituições Identificação de uma instituição que seja de: <ul style="list-style-type: none">• Referência,• Aplicação, ou• Referência e Aplicação.
3ª Etapa:	Escolha de elementos institucionais Identificação e escolha dos elementos institucionais que se pretende analisar a partir daqueles apresentados no Quadro 1, eventualmente acrescidos de outros, com olhar no objeto de estudo ou do ensino visado, sem perda de vista das etapas precedentes.
4ª Etapa:	Estudo e apresentação da análise institucional de referência Estudo de cada um dos elementos institucionais escolhidos na 3ª Etapa e apresentação de análises correspondentes com base nas definições dispostas na 1ª Etapa. Apresentação de considerações e reflexão sobre a implementação de possíveis propostas, soluções ou contribuições em torno da problemática nas instituições envolvidas na 2ª Etapa.
Fase II: Organização, análises e aplicação de uma Sequência Didática	
5ª Etapa:	Organização de uma SD Organização de uma SD contendo ao menos uma sessão de aplicação de um dispositivo experimental constituído de tipo de tarefas propostas na praxeologia dos objetos de estudo envolvidos na pesquisa ou constituídos com base nesta praxeologia analisada na 4ª Etapa.
6ª Etapa:	Análise a priori Realização e apresentação de análise matemática/didática de cada tarefa, proposta no dispositivo experimental, considerando os conhecimentos que se pretende investigar sobre o objeto em jogo, com referências na sua praxeologia.
7ª Etapa:	Aplicação da sequência Negociação com os elementos da instituição de aplicação, descrição das suas condições e realização do experimento (aplicação) propriamente dito.
8ª Etapa:	Análise a posteriori e validação. Realização da análise das práticas efetivas dos sujeitos da pesquisa e validação.
AI&SD	

Fonte: Produção do autor

2.3. Descrição das etapas de AI&SD

Do mesmo modo que em toda metodologia, a descrição das etapas necessárias no desenvolvimento da pesquisa é de suma importância, com a Análise Institucional & Sequência Didática não é diferente. Assim, para ampliar a compreensão desta metodologia, apresentamos, a seguir, as descrições de suas etapas organizadas no Quadro 2, onde as seis primeiras são atividades da **Pesquisa Interna** e as duas últimas da **Pesquisa Externa**.

1^a Etapa Tomada de decisões iniciais

Esta etapa é fluentemente clássica, presente em toda pesquisa acadêmica, científica ou técnica. De fato, deve-se, inicialmente tomar as decisões primárias, com base nas discussões que possam favorecer a definição (ou escolha) de um tema/assunto da pesquisa em função de uma problemática ou inquietações embrionárias emergentes do seu processo ensino-aprendizagem, ou de qualquer fonte de investigação, que culminem nas questões de pesquisa em torno do objeto do saber de referência, em particular matemático. Definir os objetivos gerais e específicos, bem como o quadro teórico de base da pesquisa.

2^a Etapa Identificação de Instituições

A identificação ou escolha de uma instituição é feita em função do objeto matemático de referência (objeto de estudo) envolvido na pesquisa. Com efeito, o reconhecimento oficial deste objeto na instituição é um dos fatores fundamentais na tomada da decisão do pesquisador relativa à realização da pesquisa nesta instituição. Para Chevallard (1989), este reconhecimento significa que o objeto em jogo é institucionalizado, pois, todo indivíduo que entra nesta instituição para realizar um curso/formação estabelece, obrigatoriamente, uma relação pessoal com este objeto. A instituição deve ser escolhida, de modo que seja uma:

- Instituição de Referência - instituição de realização da Pesquisa Interna. Esta instituição é tomada como fonte reveladora da epistemologia e organizações possíveis do objeto matemático de referência.
- Instituição de Aplicação - instituição de realização da Pesquisa Externa. Esta instituição é tomada como campo de coleta de dados relacionados às práticas efetivas de sujeitos envolvidos como público alvo.
- Instituição de Referência e Aplicação - instituição onde são realizadas ambas as Pesquisas (Interna E Externa).

Toda pesquisa está, necessariamente, imersa em uma instituição de referência, mesmo que o pesquisador não explicita ou não utilize o termo instituição. Os elementos institucionais tratados pelo autor na pesquisa são decididos ou fixados pelo mesmo na etapa seguinte.

3ª Etapa Escolha de elementos institucionais

Deve-se nesta etapa, identificar, escolher e tomar decisão, na instituição de referência, sobre os elementos institucionais que se pretende analisar a partir daqueles apresentados no Quadro 1, eventualmente acrescidos de outros, com olhar no objeto de estudo ou do ensino visado na instituição de aplicação, sem perder de vista das etapas precedentes. Essa escolha deve favorecer o desenvolvimento dos trabalhos em ambas as instituições envolvidas, em harmonia com os estudos ou análises subsequentes da pesquisa.

4ª Etapa Estudo e apresentação de análise institucional de referência

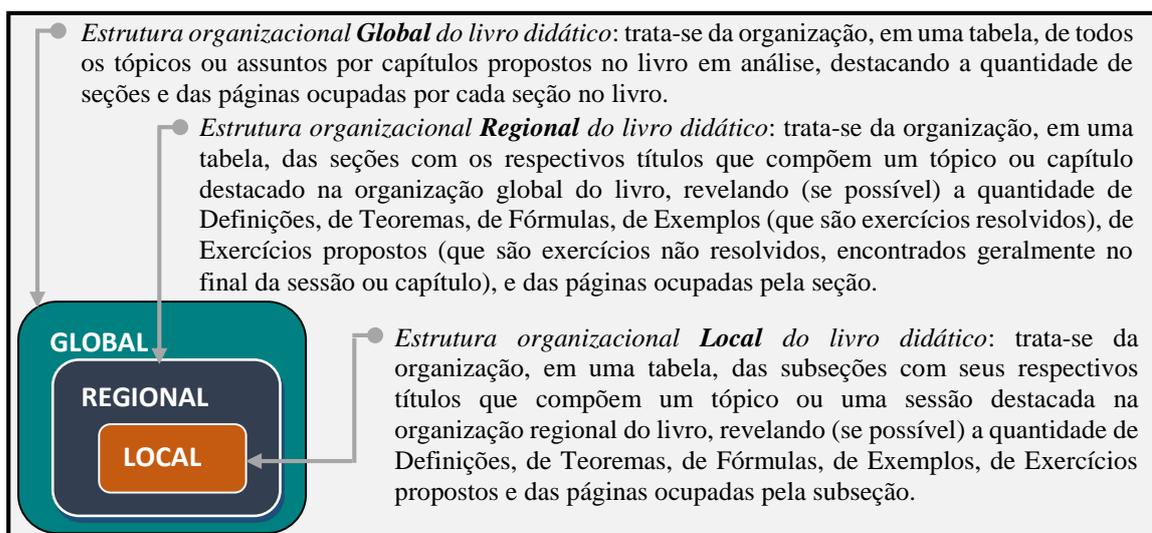
Deve-se, nesta etapa, realizar um estudo aprofundado e criterioso de cada um dos elementos institucionais escolhidos na 3ª Etapa e apresentar uma análise descritiva correspondente, levando em consideração as inquietações ou escolhas realizadas na 1ª Etapa. Prima-se ainda, a depender da pesquisa, pela apresentação de considerações e reflexões sobre a implementação de possíveis propostas, soluções ou contribuições que se julguem importantes para a evolução das instituições envolvidas na 2ª Etapa, em função da problemática analisada. Essas contribuições podem, por exemplo, culminar nas reformas curriculares das instituições e, nas práticas pedagógicas de Professores, relativamente ao processo ensino-aprendizagem do objeto investigado com base na sua praxeologia.

Dentre os elementos institucionais apresentados no Quadro 1, é de fundamental importância, em pesquisas educacionais, analisar nesta etapa, o Ministério da Educação com base nos Parâmetros Curriculares Nacionais, o Currículo ou Projeto Acadêmico Curricular (PAC) no caso das IES, o Projeto Político Pedagógico (no caso das Instituições da Educação Básica (IEB)), o livro didático, as Tecnologias, o Professor, e o aluno/estudante.

Consideramos o livro didático como sendo o único, dentre os elementos institucionais destacados acima, que torna explícita a praxeologia institucional de um objeto do saber e, que não deve ser omitido nesta etapa. Para a sua análise, propomos (Henriques, Nagamine, Nagamine (2012)) o modelo do Quadro 3, composto de três estruturas organizacionais que permitem obter uma visão geral dos objetos propostos em um livro didático, visando o seu ensino e aprendizagem nas instituições.

As três noções (global, regional e local) definidas nestas estruturas, provêm do domínio da Geografia, e estabelecem, por analogia, uma visão geográfica sobre a localização e organização dos objetos de saberes a ensinar, propostos nos livros didáticos.

Quadro 3: Modelo para análise de Livro Didático



Fonte: Henriques, Nagamine, Nagamine (2012)

A terceira estrutura favorece a consolidação de conhecimentos em torno da praxeologia correspondente. Com efeito, a análise de uma sessão de um livro didático, é uma análise local. O pesquisador que pretende compreender o que os alunos/estudantes aprendem ou as dificuldades que apresentam na aprendizagem de um objeto do saber, não deve se restringir a análise dos saberes deste público a partir da aplicação do seu instrumento de coleta de dados. Ele deve também consolidar, previamente os seus conhecimentos com base na praxeologia deste objeto na Instituição de Referência e da Aplicação onde este público é elemento institucional (Quadro 1) e reservar um lugar no trabalho para a apresentação deste estudo de consolidação de saberes. Em outras palavras, é necessário realizar e apresentar no trabalho (seja este um, Relatório Científico, TCC, Dissertação ou Tese) a análise praxeológica do objeto de estudo, antes da apresentação da Pesquisa Externa. Visto que a validação ou confronto entre os saberes institucionais e as práticas de sujeitos destas instituições se faz necessária em pesquisas educacionais. Pois, revela, por contrato didático e exigências institucionais, o que a instituição ensina e o que os seus alunos/estudantes aprendem.

5ª Etapa Organização de uma SD

Deve-se nesta etapa, organizar uma SD (cf. Definição 2) contendo ao menos uma sessão. Cada sessão constitui um dispositivo experimental contendo ao menos uma tarefa T ou situação-problema elaborada pelo pesquisador com base na praxeologia dos objetos de estudo apresentada na 4ª Etapa.

No Quadro 4 esquematiza-se a organização de uma Sequência Didática – SD contendo P sessões.

Quadro 4: Organização de uma Sequência Didática

Sessão I	→	Sessão II	→	...	→	Sessão P
T1		T1		...		T1
T2		T2		...		T2
⋮		⋮		⋮		⋮
Tk ₁		Tk ₂		...		Tk _P

Condições de realização e evolução de R(X, O)



Fonte: Produção do autor

As condições de realização de uma SD, visando a evolução da relação pessoal de um indivíduo X (sujeito da pesquisa) com o objeto de estudo O, isto é, R(X,O), durante a aplicação de uma SD, devem permitir acompanhar a aprendizagem destes sujeitos de forma vertical e/ou horizontal, de uma tarefa (T) para outra, na mesma sessão (de cima para baixo) e/ou de uma tarefa para outras de sessões distintas (cf. Quadro 4). Neste quadro, as referências Tk_p indicam as tarefas ou situações-problema que compõem um dispositivo experimental de uma sessão da SD, onde k, p são inteiros positivos e P indica a quantidade de sessões da SD.

Sugere-se no Quadro 5 um modelo ilustrativo de um dispositivo experimental de uma sessão organizada com quatro tarefas.

Quadro 5: Esquema ilustrativo de um dispositivo experimental de uma sessão de SD

IDENTIFICAÇÃO DA INSTITUIÇÃO DE REFERÊNCIA	
Dispositivo experimental para análise de práticas institucionais de alunos sobre o estudo de O ⁴	
Entrar aqui com um texto explicativo esclarecendo os participantes sobre os interesses ou objetivos da pesquisa.	
Nome do Professo da turma (Opcional):	
Nome do aluno (opcional)	Data
SESSÃO I	
T1	Enunciado da tarefa ou situação-problema extraída ou elaborada pelo pesquisador com base na praxeologia de O.
T2	Enunciado da tarefa ou situação-problema extraída ou elaborada pelo pesquisador com base na praxeologia de O.
T3	Enunciado da tarefa ou situação-problema extraída ou elaborada pelo pesquisador com base na praxeologia de O.
T4	Enunciado da tarefa ou situação-problema extraída ou elaborada pelo pesquisador com base na praxeologia de O.

Fonte: Produção do autor

Cada tarefa proposta no dispositivo deve ser analisada previamente pelo pesquisador. A referida análise deve ser apresentada no capítulo correspondente que deve anteceder a apresentação da análise das práticas efetivas dos sujeitos envolvidos na aplicação da pesquisa (alunos, estudantes, Professores, etc.), e ocupa a sexta etapa que apresentamos a seguir.

⁴ Explicitar o objeto de estudo de referência na investigação.

6^a Etapa Análise a priori

A análise *a priori* se constitui como uma das etapas importantíssimas e desafiadora da pesquisa, no âmbito da Engenharia Didática, na medida em que exige do pesquisador apresentar explicitamente, na sua redação, que seja de um TCC, de uma Dissertação, de uma Tese, etc., os conhecimentos que se pretende investigar, com referências na praxeologia correspondente. Essa é, portanto, uma etapa que se diferencia desta metodologia de pesquisa, com as outras, cujos trabalhos visam coletar dados, “apenas” a partir das práticas efetivas de alunos/estudantes. Ou seja, as únicas análises de práticas apresentadas pelo pesquisador, em torno do objeto de estudo, são aquelas baseadas exclusivamente no trabalho do aluno ou estudante pesquisado. Portanto, a apresentação da análise *a priori* dos resultados esperados, mostra no trabalho realizado a amplitude do conhecimento e da prática do pesquisador sobre o seu objeto matemático de referência. Além disso, a análise *a priori* serve como referência para um Professor implementar uma sequência de ensino correspondente em sala de aula.

Assim, deve-se nessa etapa, de análise *a priori*, discutir e apresentar as estratégias e as resoluções possíveis, a forma de controle e os resultados esperados, as variáveis didáticas, os pré-requisitos e as competências dos sujeitos envolvidos na pesquisa, necessárias na realização de cada tarefa proposta na SD com base na praxeologia do objeto matemático de referência, na qual as tarefas foram construídas. No Quadro 6, apresenta-se um esquema organizacional de conhecimentos mínimos requeridos em uma análise *a priori* de uma tarefa.

Quadro 6. Organização de conhecimentos requeridos na análise *a priori* de uma tarefa

T1	Enunciado da tarefa T1 apresentado no Quadro 5
	<p>Objetivo de T1 Apresentar os objetivos da tarefa e do pesquisador relativamente a aplicação da tarefa.</p> <p>Análise a priori de T1 Apresentar a análise <i>a priori</i> considerando os conhecimentos institucionais correspondentes a praxeologia da tarefa; as estratégias de resolução; às técnicas necessárias para a realização da tarefa; as resoluções e as soluções possíveis, que sejam corretas ou incorretas, tendo, contudo, um procedimento lógico; destacar as variáveis didáticas correspondentes.</p> <p>Resultados esperados Apresentar e justificar a escolha das possíveis estratégias utilizadas pelo aluno/estudante. Discutir / apresentar o que se espera das práticas efetivas dos sujeitos envolvidos (alunos, estudantes, Professores, etc.).</p> <p>Pré - requisitos e competências Apresentar os pré-requisitos necessários e as competências que o sujeito deve mobilizar para solucionar a tarefa.</p>
	Repetir o processo de análise para cada tarefa

Fonte: Produção do autor

Uma vez apresentada a análise *a priori* de cada tarefa proposta no dispositivo experimental da SD, segue-se à etapa da aplicação, na instituição escolhida na segunda etapa.

7^a Etapa Aplicação da sequência

A implementação desta etapa depende, inicialmente, da negociação que deve ser feita pelo pesquisador com os elementos da instituição da aplicação, tais como: a direção institucional, o(s) Professor(es), os alunos/estudantes, etc. e eventualmente da autorização de um Comitê de Ética em Pesquisas (CEP)⁵ com seres humanos. Uma vez que esta negociação é acordada, pode-se, então realizar a aplicação. O tempo desta aplicação depende da quantidade de sessões que compõem a sequência, bem como da disponibilidade da instituição da aplicação. Deve-se nessa parte do trabalho, apresentar: uma descrição das condições do espaço físico da instituição de aplicação; a sua localização; as condições de realização do experimento; o público alvo; o contrato didático que favorece as condições ou posições ocupadas pelos sujeitos envolvidos que podem ser ou não reorganizados em grupos; o interesse do pesquisador pela aplicação; uma orientação ao público alvo, etc. Além disso, é salutar revelar os mecanismos que serão utilizados na coleta de dados a partir das práticas efetivas do público alvo. Esses mecanismos compõem o protocolo experimental definido em Henriques (2013) como segue:

Definição 3: O Protocolo Experimental é um documento construído pelo pesquisador durante as investigações, constituído de manuscritos de alunos/estudantes, filmagens, transcrições de entrevistas faladas, entrevistas escritas, arquivos de computadores etc. A construção do protocolo experimental é essencial em pesquisas educacionais e deve constar como anexo na versão final do manuscrito da pesquisa. (Ibidem, p.11, 2013)

Este documento é útil durante a realização da análise *a posteriori* e validação, noções que compõem a última etapa da AI&SD que apresentamos a seguir.

8^a Etapa Análise *a posteriori* e validação

Nesta etapa apresenta-se a análise das práticas efetivas dos sujeitos envolvidos na pesquisa, utilizando-se o protocolo experimental. O pesquisador deve, com base nesse protocolo e na análise *a priori*, elaborar os critérios que ele utilizará para acompanhar as produções efetivas dos sujeitos envolvidos na pesquisa, em particular, os alunos/estudantes durante a análise *a posteriori*. Apresenta-se no Quadro 7 um resumo da organização da análise *a posteriori* de uma tarefa realizada pelos sujeitos da pesquisa durante a aplicação de uma Sequência Didática.

⁵ Os CEP são colegiados interdisciplinares e independentes, de relevância pública, de caráter consultivo, deliberativo e educativo, criados para defender os interesses dos participantes da pesquisa em sua integridade e dignidade e para contribuir no desenvolvimento da pesquisa dentro de padrões éticos. Resolução nº 466/12 Conselho Nacional de Saúde.

Quadro 7. Esquema ilustrativo da organização de análise *a priori* de uma tarefa

T1	Enunciado da tarefa T1 apresentado no Quadro 5
	<p>Elaborar os critérios de análise de T1 Considerar os conhecimentos ou conceitos que se pretende ensinar ou que os sujeitos devem mobilizar na realização dessa tarefa; às técnicas necessárias na sua realização; as estratégias de resolução, corretas ou incorretas; as variáveis didáticas mobilizadas.</p> <p>Interpretação quantitativa dos dados. Apresentação dos critérios destacados acima em uma tabela, considerando as práticas efetivas quantitativamente/ porcentagem.</p> <p>Análise descritiva das práticas dos sujeitos Apresentar uma descrição das práticas efetivas dos sujeitos com base nos critérios considerados acima, comprovadas com recortes dos manuscritos destes sujeitos. O acesso virtual aos manuscritos pode ser efetivado por fotografias ou por escâner.</p>
	Repetir o processo de análise para cada tarefa do dispositivo experimental (cf. Quadro 5)

Fonte: Produção do autor

A análise *a posteriori* deve permitir obter conclusões significativas em torno do processo ensino-aprendizagem do objeto matemático visado na instituição de referência e/ou de aplicação. Os critérios de análise evocados no Quadro 7, são elementos próprios da pesquisa, elaborados e controlados pelo pesquisador com base na praxeologia de cada tarefa proposta no dispositivo e na sua análise *a priori*.

Gostaríamos, após a apresentação desta proposta metodológica, mostrar aplicação no desenvolvimento de pesquisas. Contudo, em função do espaço limitado para expor este artigo, direcionamos ao leitor consultar as dissertações de Mestrado, imersas na Didática da Matemática, realizadas no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) da UESC sob a nossa orientação, tendo a de Marques (2016) como a mais recente.

Na tentativa de uma ilustração, apresentamos um recorte de resultados de uma das pesquisas realizadas no GPEMAC, denominada IMGGA⁶, financiada pela UESC, entre os anos de 2011 a 2014. Assim, situando-nos na 8ª etapa, consideramos no Quadro 9 os critérios organizados pelo grupo que serviram de referência para análise *a posteriori* de um problema emblemático nativo da praxeologia de Integrais Múltiplas (IM). Este problema (Tarefa) foi posteriormente implementado em um curso apresentando no SIEDIC⁷ (HENRIQUES, 2014), retomado e reformulado por Marques (2016) na sua Dissertação, que consiste na construção e prototipagem de modelos na impressora 3D para o ensino de IM. No IMGGA, o problema ocupava a quarta tarefa (T4) do dispositivo experimental organizado pelo grupo com uma mensagem de um Professor fictício que reproduzimos no Quadro 8 e, aplicado aos estudantes de Licenciatura em Matemática e Mestrados na UESC como instituição de referência.

⁶ Estudo e desenvolvimento de competências no ensino de Integrais Múltiplas e Geometria Analítica com intervenção de ambientes computacionais de aprendizagem na UESC. Os resultados foram publicados em Relatório de Projeto de Pesquisa IMGGA, UESC, (2014).

⁷ Colóquio Internacional Sobre Ensino e Didática das Ciências. Salvador e Feira de Santana (2014).

I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática

01 a 06 de novembro de 2016

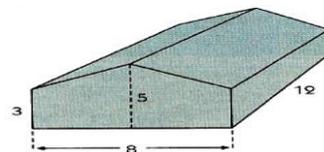
Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

Quadro 8: Mensagem de um Professor e o problema do tipo emblemático de IM

Um Professor de Cálculo Diferencial e Integral propôs as situações abaixo aos seus estudantes de Licenciatura em Matemática (como instituição de referência), dizendo: sendo futuros Profissionais das Instituições da Educação Básica (IEB), reelaborem cada uma destas tarefas de modo que sejam realizadas pelos seus alunos da IEB (instituição de aplicação), e apresente a solução que espera deles.

T4

Considerar o espaço tridimensional correspondente ao galpão com a forma e dimensões dadas na figura ao lado. Em seguida, utilizar uma integral tripla para mostrar que o volume de ar contido neste galpão vale $384 uv^8$.



Fonte: relatório IMGA (2014)

Assim, na página 66 do relatório IMGA (2014), pode-se ler: “Para a realização da análise *a posteriori* (8ª etapa da AI&SD) das respostas dos estudantes nesta tarefa, consideramos os critérios que estabelecemos abaixo, identificados por C_i , onde i é um índice de referência do critério correspondente”.

Quadro 9: Critérios de análise de respostas de estudantes para a T4

- C1: O estudante reproduz a figura com um sistema de coordenadas de referência no espaço tridimensional.
- C2: O estudante fornece todas as equações das superfícies cujos crivos⁹ compõem a fronteira do galpão.
- C3: O estudante fornece apenas as equações dos planos paralelos aos planos coordenados.
- C4: O estudante fornece as equações dos planos não paralelos aos planos coordenados (teto do galpão)
- C5: Identifica e representa a figura (galpão) por simetria no registro gráfico.
- C6: Fornece a representação analítica do sólido correspondente ao galpão por simetria.
- C7: O estudante estabelece uma integral tripla que representa o volume de ar contido no galpão.
- C8: O estudante calcula a integral tripla e encontra o volume de ar contido no galpão.
- C9: O estudante reconhece que existe uma solução possível para esta tarefa na instituição de aplicação (IEB)
- C10: O estudante fornece o enunciado correspondente a esta tarefa na Educação Básica e a praxeologia associada.
- C11: O estudante fornece o enunciado correspondente a tarefa na IEB com os conceitos não correspondentes a praxeologia da tarefa nesta instituição.

Relatório IMGA (2014)

O termo crivo vem do Crivo-Geométrico que propomos em Henriques (2006), sendo uma técnica que colabora com as construções no registro gráfico, assim redefinida:

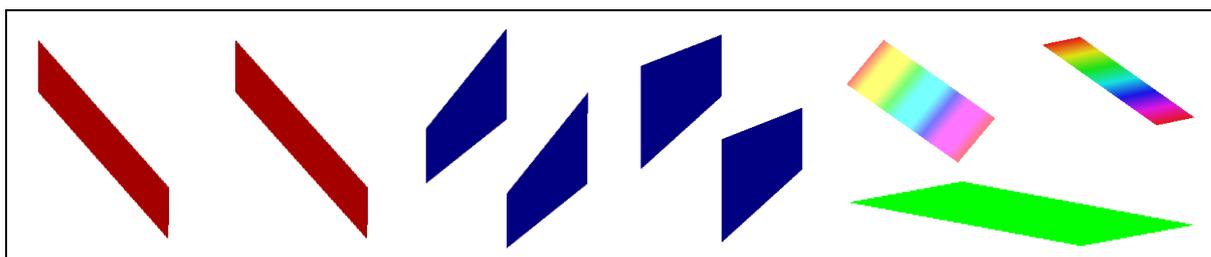
Conservação única da parte de uma curva ($C(u,v)=0$), ou de uma superfície $S(u,v,w)=0$, necessária na representação do objeto matemático correspondente no registro gráfico.

Por exemplo: um segmento é crivo de uma reta (curva de curvatura nula); um arco é crivo de uma circunferência (curva); um disco é um crivo de um plano (superfície), uma região retangular é também um crivo de uma superfície plana e, assim por diante.

⁸ (uv =unidade de volume). Esta tarefa adaptada para Integrais, foi extraída do livro Matemática aula por aula: Ensino Médio / Cláudio Xavier da Silva, Benigno Barreto Filho; Ilustradores Alexandre Argozino Neto, Olavo Terónimo. – São Paulo: FTD, 2005. Volume 2. Livro do Professor.

⁹ Ver definição de crivo-geométrico.

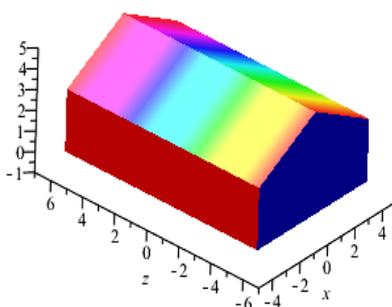
Figura 4: Ilustração de crivos de superfícies planas no registro gráfico



Fonte: Produção do autor

Uma reunião conveniente de crivos de curvas que se interceptam dois a dois pode delimitar uma região finita, ao passo que (conforme se mostra na **Figura 5**) a reunião conveniente de crivos de superfícies, que se interceptam dois a dois, pode delimitar um sólido que é crivo do espaço tridimensional.

Figura 5: O galpão - reunião de crivos de superfícies planas da **Figura 4**.



Fonte: Produção do autor

Com base nos critérios do Quadro 9, o grupo revelou os seguintes dados brutos obtidos a partir da leitura das práticas efetivas dos estudantes envolvidos na pesquisa, utilizando o protocolo experimental.

Tabela 1: Dados brutos obtidos na leitura de práticas efetivas de nove estudantes da instituição de referência

Critérios	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁
Q.M.P.E	3	0	0	2	2	0	0	0	1	0	1
%	33,3	0	0	22,2	22,2	0	0	0	11,1	0	11,1

Q.M.P.E - Quantidades de Manuscritos com as Práticas Efetivas analisadas.

% - Práticas Efetivas em porcentagem

Valendo-se destes dados, e sustentados na Teoria Antropológica do Didático (TAD) e de Registros de Representação Semiótica (TRRS), o grupo apresenta, então, a análise *a posteriori* desta e de todas as tarefas da SD, bem como as suas considerações relativas às práticas efetivas dos estudantes envolvidos na pesquisa em consonância com os objetivos e as questões da pesquisa desenvolvida. Notam-se imediatamente, a partir da Tabela 1, que os estudantes revelam enormes dificuldades na relação, não só com a representação e o cálculo de uma IM, mas também na relação com funções ou superfícies de equações não fornecidas.

Portanto, a interpretação quantitativa de dados e a análise descritiva/qualitativa das práticas efetivas de sujeitos envolvidos na aplicação de uma SD, destacados no Quadro 7, permitem validar a pesquisa em consonância com a análise *a priori*, tendo em mente os objetivos e as questões da pesquisa. Com efeito, o confronto da análise *a priori* com *a posteriori* e validação permite responder as questões formuladas na Pesquisa Interna (especialmente, na 1ª Etapa), reflexões sobre o papel da instituição de referência ou de aplicação relativamente a formação de recursos humanos envolvidos na Pesquisa Externa, bem como contribuir com a realização de novas pesquisas.

3. Considerações Finais

Dispor de um percurso metodológico transparente, coberto por pressupostos teóricos renomados como a Teoria Antropológica do Didático, a Teoria de Registros de Representação Semiótica, a Abordagem Instrumental, a Teoria de Situações Didática, a Teoria de Campos Conceituais, entre outras, nem sempre foi uma tarefa fácil para os pesquisadores debutantes na área de Educação Matemática. Assim, a nossa motivação de apresentar a Análise Institucional & Sequência Didática como metodologia de pesquisa amparada pelos pressupostos da TAD e da Engenharia Didática, é fundada na vontade de fomentar o lugar ocupado pelos percursos metodológicos necessários no desenvolvimento de pesquisas nesta área. Essa metodologia vem servindo como percurso de referência na realização de muitos trabalhos de pesquisa em Educação Matemática, tanto na Graduação quanto na Pós-Graduação, pelos estudantes da nossa Instituição (UESC) e do GPEMAC, com efeito, a sua publicação permitirá a reflexão de outros pesquisadores na realização de seus trabalhos. Além disso, para contribuir mais ainda com o desenvolvimento de pesquisas, com ênfase em Educação Matemática, estamos apresentando a AI&SD com mais propriedades e aplicações em um dos livros que estamos escrevendo, baseado nas nossas pesquisas realizadas nos últimos anos. Esperamos, portanto, que este texto encontre espaço nos trabalhos de pesquisadores em Didática da Matemática, em Educação Matemática, em Ensino de Ciências, e de um modo geral na Educação.

4. Referências Bibliográficas

ARTIGUE, M. Ingénierie Didactique. Recherches en Didactique de Mathématiques. França, v. 9, nº 3, p. 245-308, 1988.

CHEVALLARD, Y. Le concept de rapport au savoir. Rapport personel, rapport institutionnel, rapport officiel. Seminaire de Grenoble. IREM d'Aix-Marseille, 1989.

CHEVALLARD, Y. Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. Recherches en Didactique des Mathématiques, V. 12, nº1, p. 73-112. 1992.

CHEVALLARD, Y. Approche Anthropologique du Rapport au Savoir et Didactique des Mathematics. Recherches en Didactique des Mathématiques, V. 12, nº1, p.1-8, 2009.

DUVAL R. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de didactique et de sciences cognitives. IREM de Strasbourg, v. 5, p. 35-65. 1993.

HENRIQUES, A. **Dinâmica** dos Elementos da **Geometria** Plana em Ambiente Computacional Cabri-Géomètre II, Editus, 2001.

HENRIQUES, A. L'enseignement et l'apprentissage des intégrales multiples: analyse didactique intégrant l'usage du logiciel Maple. UJF-Grenoble, Lab. Leibniz. 2006. Disponível em: <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00100353/en/>

HENRIQUES, A., Attie, J. P., Farias, L. M. S. Referências teóricas da didática francesa: análise didática visando o estudo das integrais múltiplas com auxílio do software Maple. Educação Matemática Pesquisa, v. 9 – n.1, 2007, P. 51-81. São Paulo.

HENRIQUES, A. Reflexões sobre análises institucionais e sequência didática: o caso do estudo de integrais múltiplas. (Progressão de Carreira do Magistério Superior, de Adjunto a Titular). UESC-BA, 2011. Disponível em: <https://sites.google.com/site/gpemac/dissertacoes-de-mestrado>. Acessado em 17/10/2016.

HENRIQUES, A.; Nagamine, A.; Nagamine, C. M. L. Reflexões Sobre Análise Institucional: o caso do ensino e aprendizagem de integrais múltiplas. BOLEMA, Rio Claro (SP), v. 26, n. 44, dez. 2012.

HENRIQUES, A., SERÔDIO, R. Intervenção de Tecnologias e Noções de Registros De Representação do Estudo de Integrais Múltiplas na Licenciatura em Matemática, Anais do VI Colóquio de História e Tecnologia no Ensino de Matemática (VI HTEM) 15-19 de julho de 2013, UFSCar, São Carlos, SP.

HENRIQUES, A.; FUNATO, R. Estudo e desenvolvimento de competências no ensino de INTEGRAIS MÚLTIPLAS e GEOMETRIA ANALÍTICA com intervenção de ambientes computacionais de aprendizagens – IMGA. Relatório do projeto IMGA, UESC, (2014).

HENRIQUES, A. Estudo de relações em sala de aula com a presença de ambientes computacionais de aprendizagem - PERSAC, Anais do I Colóquio Internacional sobre Ensino de Ciências e Didática das Ciências CIEDIC, Feira de Santana, 27-31 de Outubro de 2014.

HENRIQUES, A. & ALMOULOU, S. A., Teoria dos Registros de Representação Semiótica em Pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: Uma Análise de Superfícies e Funções de duas Variáveis com Intervenção do Software Maple, Revista Ciência & Educação, 2016. (In prelo).

MARQUES, S. A. S. S. Prototipagem rápida de PCOC na impressora 3D para o ensino e aprendizagem de Integrais Duplas e Triplas. Dissertação de Mestrado. PPGEM/UESC. 2016.

RABARDEL P. Les hommes et les technologies - Approche cognitive des instruments contemporains, Editions Armand Colin. 1995.