



**I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática**

*01 a 06 de novembro de 2016*

*Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil*

---

## **O ENSINO DE VOLUME DOS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS EM LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO SOB A ÓTICA DA TAD**

Maxlei Vinícius Cândido de Freitas  
UNIFIMES, Brasil  
maxlei@fimes.edu.br

Marilena Bittar  
UFMS, Brasil  
marilenabittar@gmail.com

**Resumo:** Este artigo tem por objetivo caracterizar o ensino de volume de sólidos geométricos em livros didáticos do ensino médio aprovados pelo PNLD/2012. Para tanto, foram escolhidas quatro coleções mais adotadas pelas escolas públicas brasileiras, em especial aos capítulos que priorizam o estudo do conteúdo em questão, entretanto, dando mais ênfase à coleção mais adotada. A análise foi realizada sob a ótica da organização praxeológica, tomando como referencial teórico e metodológico a Teoria Antropológica do Didático, o que nos permitiu identificar e analisar os conceitos, procedimentos e algoritmos do ensino investigados. Os resultados evidenciaram, entre outras características, a valorização pelo ensino e prática de técnicas de resolução, a construção do bloco tecnológico-teórico, visto que todos os capítulos iniciam-se com a demonstração da fórmula do volume de um sólido conhecido, a institucionalização dos algoritmos usuais nos cálculos de volume, e a relação entre os sólidos trabalhados em um capítulo com outros já abordados.

**Palavras-chave:** Sólidos Geométricos. Organização Matemática e Organização Didática. Livros Didáticos. Princípio de Cavalieri.

### **Introdução**

No ensino fundamental os conceitos geométricos são abordados no eixo espaço e forma. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997), do ensino fundamental, é nesse nível de ensino que a criança começa a construir a ideia de espaço. A localização é apontada como um dos fatores fundamentais para essa construção e, necessariamente, leva em consideração, mesmo que inicialmente, a orientação. Ao se orientar no espaço a criança toma como ponto de partida seu próprio corpo, ou seja, “o conhecimento do corpo procede do conhecimento do espaço e, ao mesmo tempo, o torna possível.” (BRASIL,

1997, p. 82). Portanto, a criança tem no corpo a referência para a localização de objetos e, conforme vai se deslocando e explorando determinados ambientes, vai criando coordenadas espaciais, assim como relações entre os mesmos.

Esses objetos que estão presentes no espaço possibilitam um trabalho importante de exploração e construção das formas levando a criança a perceber semelhanças e diferenças entre elas, como também a reconhecer figuras tridimensionais (paralelepípedos, prismas, cilindros, pirâmides, cones, esferas, etc.) e bidimensionais (como quadrados, retângulos, círculos, triângulos, pentágonos, etc.), assim como a identificação de suas propriedades.

Segundo os PCN do ensino fundamental, para uma melhor compreensão de conceitos relativos ao espaço e às formas é indicado o trabalho com atividades em que as noções de grandezas e medidas são exploradas. Dessa forma, as diversas situações cotidianas, envolvendo grandezas diversas, presenciadas pela criança a leva estabelecer determinadas comparações, isto é, a medi-las. Por exemplo, o professor poderá propor aos alunos verificar se a área da sala de aula é menor, igual ou maior que a área da sala de tecnologia.

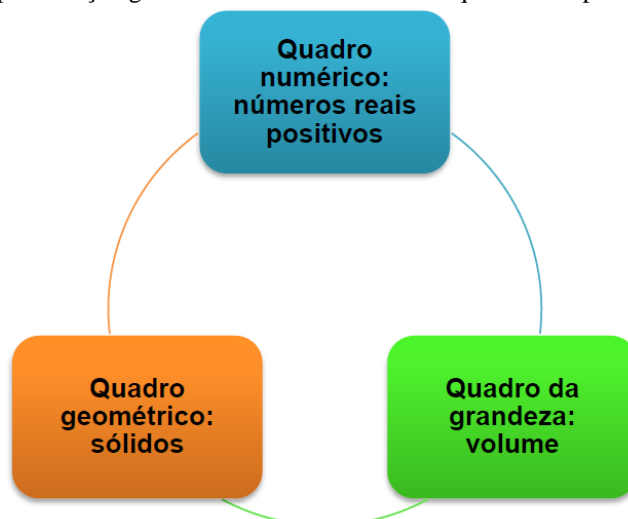
Nesse caso, percebemos que o estudo das grandezas e medidas está estreitamente ligado ao estudo do espaço e formas (campo geométrico), pois quando propomos ao aluno calcular a área de uma região retangular, por exemplo, estamos trabalhando, mesmo que implicitamente, conceitos geométricos (o retângulo é um paralelogramo em que os quatro ângulos são congruentes (retos) e seus lados opostos são congruentes e paralelos) e conceitos de grandezas e medidas (a área da figura, o comprimento dos lados da figura, as unidades de medidas utilizadas, dentre outros.).

De acordo com os PCN (do ensino fundamental e médio), no ensino fundamental as grandezas, em especial as geométricas (comprimento, área, volume e ângulo), são abordadas dentro do eixo grandezas e medidas, diferentemente do ensino médio onde tal tema encontra-se no eixo intitulado geometria e medidas. Talvez a opção de abordar, no ensino médio, essas grandezas dentro do eixo citado deve-se justamente ao fato de o mesmo estar associado a determinados conceitos geométricos.

Essa divergência apresentada pelos documentos oficiais (PCN do ensino fundamental e médio), em relação ao campo de abordagem das grandezas geométricas, vem sendo tema de estudos em pesquisas recentes, como Morais (2013), que têm defendido a abordagem de comprimento, área, volume e ângulo no campo das grandezas e não da geometria. De acordo com o autor, o ensino dos referidos conceitos na perspectiva de grandeza consiste na

distinção/articulação de três quadros<sup>1</sup>: o geométrico; o numérico; e a grandeza. Esse modelo, segundo Morais (2013), foi desenvolvido por Régine Douady e Marie-Jeanne Perrin-Glorian (1989) para a construção do conceito de área. Esse modelo também pode ser representado graficamente, conforme observamos na figura 1 a seguir:

Figura 1: Representação gráfica do modelo didático de quadros adaptado para volume.



Fonte: Morais (2013)

Na figura anterior, Morais (2013) faz uma adaptação do modelo citado para o estudo da grandeza volume. De acordo com o autor, o quadro geométrico refere-se às figuras geométricas espaciais, como paralelepípedos, cones e pirâmides. Já o quadro numérico é constituído pelos números reais positivos como 6,  $\pi$  ou 9,7. Por fim, o quadro das grandezas é composto de classes de equivalência de sólidos de mesmo volume, podendo estas serem representadas pelo par número/unidade de medida como  $4\text{cm}^3$ ,  $5,5\text{m}^3$ , 50L, etc. Para Morais (2013) esses quadros são independentes, ou seja, podem ser distinguidos/articulados, pois sólidos diferentes podem ter mesmo volume e mudança na unidade de medida provoca mudança nos valores numéricos sem alterar a grandeza. Logo, as atividades voltadas ao estudo de tal grandeza devem favorecer tanto a passagem de um quadro para o outro, como a dissociação/articulação entre os mesmos.

Assim como Morais (2013), nosso interesse nessa pesquisa está voltado para o estudo da grandeza volume. No entanto, não temos a intenção de estudar tal tema em algum campo

---

<sup>1</sup> De acordo com Morais (2013, p. 32), a noção de quadro é parte da Teoria de Jogos de Quadros e Dialética Instrumento Objeto proposta por Douady (1989), a qual foi o marco teórico da pesquisa supracitada sobre a aprendizagem da área como grandeza. No âmbito dessa teoria, intervém na constituição de um quadro os objetos de um ramo da Matemática, as relações entre esses objetos, as diferentes maneiras de representar esses objetos e relações bem como as imagens mentais que os sujeitos associam num dado momento, a esses objetos e relações.

específico, isto é, no campo geométrico ou no campo das grandezas e medidas. Entendemos que quando estudamos a conceitualização de volume estamos, necessariamente, percorrendo esses dois campos ao mesmo tempo. Por exemplo, ao calcular o volume de um prisma reto, aplicando a fórmula, mobilizamos, mesmo que implicitamente, conceitos situados em ambos os campos, conforme observamos na figura 2 a seguir:

Figura 2: Atividade referente ao cálculo do volume de um prisma reto.

**R17** Determine o volume do prisma reto abaixo.

triângulo equilátero

9 cm

4 cm

**Resolução**

Inicialmente, calculamos a área da base. Como esta é um triângulo equilátero, temos:

$$A_b = \frac{l^2\sqrt{3}}{4} = \frac{4^2\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

Calculando o volume do prisma:

$$V = A_b \cdot h = 4\sqrt{3} \cdot 9 = 36\sqrt{3} \approx 62,35 \text{ cm}^3$$

Fonte: Coleção – Matemática: Ciência, Linguagem e Tecnologia – 3º ano do ensino médio, p 100.

Nesse exemplo, ao se referir ao prisma, a atividade está percorrendo, inicialmente, o campo geométrico, pois se trata de um sólido que possui conceitos e propriedades (o prisma é formado por duas faces (bases) poligonais, inferior e superior, paralelas e congruentes, cujas faces laterais são paralelogramos) situadas nesse campo. Posteriormente, com a necessidade de se encontrar a área da base do prisma, o campo das grandezas e medidas é percorrido. Entretanto, para que tal grandeza seja determinada é necessário conhecermos alguns conceitos e propriedades dessa figura geométrica, triângulo equilátero, ou seja, novamente o campo geométrico é retomado. Por fim, ao substituírmos as medidas, dadas e encontradas, na fórmula, o volume é determinado, isto é, novamente o campo das grandezas e medidas é percorrido.

Dessa forma, acreditamos que ao calcular o volume de um determinado sólido estamos percorrendo, simultaneamente, tanto o campo geométrico como o campo das grandezas e medidas. Por esse motivo, não achamos pertinente, em nosso estudo, situar os conceitos de volume em apenas um desses campos.

Nossa escolha pelo estudo sobre volume de sólidos geométricos em livros didáticos originou-se, primeiramente, devido a grande relevância do tema, ao longo da história, para a sociedade. De acordo com a história da matemática, (EVES, 2004), a construção da pirâmide de Gizé, por volta de 2.600 a. C, já envolvia alguns problemas matemáticos, em especial, o cálculo de volume de sólidos. No entanto, apesar de estarem presentes nas atividades cotidianas de nossos antepassados, os conteúdos matemáticos que envolvem o cálculo de área e volume

não recebem o mesmo destaque que os demais. Segundo Lima (2011), o ensino desses conteúdos, quando ocorre, ainda é apresentado de maneira muito superficial, desligada da realidade.

Outro fator motivador que nos instigou a estudar tal tema emergiu da minha<sup>2</sup> experiência acadêmica, quando tive a oportunidade de lecionar como professor substituto em algumas escolas do município de Cassilândia - MS. Entre uma substituição e outra, o conteúdo de volume dos sólidos geométricos me chamou a atenção devido ao modo como o livro didático abordava tal tema. O livro em questão trazia as fórmulas para encontrar o volume dos sólidos tendo como principal objetivo sua aplicação. Esse fato é comum em muitos livros didáticos, conforme afirma Moraes (2013, p. 9): “[...] constatou-se que a abordagem de volume é predominantemente pautada na determinação e na aplicabilidade da fórmula, pois todas as sessões sobre volume, exceto a do bloco retangular, inicia-se a partir da construção dessa ferramenta”.

Uma inquietação que surgiu nesse processo foi que para resolver as atividades sobre volume de sólidos geométricos bastava aplicar a fórmula correspondente a cada situação, ou seja, para que os alunos conseguissem responder as questões, só era necessário decorar as fórmulas, as quais eram apresentadas no livro. Nesse caso, os alunos ficam “presos” às fórmulas e não conseguem, em sua maioria,

[...] relacionar conceitos, identificar os elementos do sólido ou ainda estabelecer relação entre dois sólidos, isto se deve muitas vezes a deficiências de conceitos básicos da geometria plana e também as dificuldades conceituais dos próprios professores em conceitos básicos da geometria plana e mesmo da geometria espacial. (COSTA; LIMA, 2010, p. 34).

Os livros didáticos ao darem ênfase às atividades que envolvem basicamente a memorização e aplicação de fórmulas, podem não possibilitar o desenvolvimento de determinadas habilidades, como visualização e argumentação lógica. Esse fato vem ao encontro do pensamento de Pais (2001), ao afirmar que no ensino de matemática o que se valoriza é o excesso de memorização de fórmulas, regras e definições, ao invés de conceitos significativos para o aluno.

Esses fatos vêm despertando o interesse de pesquisadores (COSTA; LIMA, 2010) em analisar livros didáticos devido à importância de se ter uma obra clara e objetiva, que não

---

<sup>2</sup> Relato de minha experiência acadêmica

contenha erros, e que não seja mal redigida, para que não gerem ambiguidade e deixem margem a dúvida, o que, ao nosso ver, quando ocorre, dificulta a assimilação do conteúdo, necessitando assim, de maior atenção do professor para evitar que o material didático mal elaborado comprometa a aprendizagem dos alunos.

Assim, devido à grande relevância do estudo de volume dos sólidos ao longo da história e na atualidade, além da importância que o livro didático tem para o docente e, partindo-se do pressuposto que este tem um papel fundamental no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos, decidimos realizar essa pesquisa com a intenção de responder a seguinte questão: *Como é proposto o ensino de volume de sólidos geométricos em livros didáticos no ensino médio?*

Na busca por respostas para nossa questão de pesquisa tomamos como referencial teórico e metodológico a Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta por Chevallard (1999), a qual nos possibilita analisar os aspectos matemáticos e didáticos do ensino investigado. Ao longo dos últimos anos, muitos pesquisadores, como Cruz (2005), Oliveira (2010) e Kaspary (2014), vêm desenvolvendo estudos sob a ótica dessa teoria.

Cruz (2005) desenvolveu uma pesquisa tendo como objetivo investigar como a noção de variável é tratada em livros didáticos nas séries finais do ensino fundamental (3º e 4º ciclos). Para isso, a autora analisou quatro coleções de livros didáticos focando três aspectos: a relação entre os PCN e as coleções analisadas; as abordagens utilizadas para introduzir e desenvolver a álgebra nos livros didáticos; e os diferentes usos das letras de acordo com o estudo realizado por Usiskin (1995). As análises dos livros didáticos se deram sob a ótica da organização praxeológica<sup>3</sup>, dentro do quadro teórico da TAD.

Oliveira (2010) investigou a relação existente entre os conhecimentos adquiridos na formação inicial e aqueles mobilizados durante a prática pedagógica por um professor de matemática em início de carreira. Para tanto, a autora levou em consideração as vertentes da base de Conhecimentos para o ensino, desenvolvidas por Shulman (1986), que estão relacionadas ao conhecimento: de conteúdo do objeto de estudo; pedagógico do objeto de estudo; e curricular. Oliveira escolheu, como tema de investigação, funções por ser um dos conteúdos fundamentais na aprendizagem da matemática. A autora se apoiou na TAD, por meio da análise das organizações matemáticas e didáticas, para modelar as atividades matemáticas

---

<sup>3</sup> Para Cruz (2005, p. 28) “A organização praxeológica é formada por um conjunto de técnicas, de tecnologias e de teorias organizadas para um tipo de tarefas.”.

desenvolvidas pelo docente, assim como o livro didático utilizado pelo mesmo, mais especificamente do capítulo que aborda o tema função.

Kaspary (2014) investigou o ensino das operações de adição e subtração dos números naturais em uma coleção de livros didáticos aprovada pelo PNLD/2013. Para isso, ela analisou a coleção mais adotada no país, que contempla os cinco primeiros anos escolares, tendo em vista que são nesses anos que tal conteúdo é abordado. Sob a ótica da TAD, a autora identificou e analisou algoritmos, conceitos e procedimentos presentes na coleção, em relação às operações de adição e subtração de números naturais, e também investigou as abordagens propostas por esses livros para o ensino desse conteúdo.

Percebemos que a TAD e, em particular, as noções de organização matemática e didática têm sido utilizadas com sucesso em pesquisas que analisam as práticas docentes e principalmente os livros didáticos. Dessa forma, buscamos, no decorrer desse artigo, discutir, mesmo que superficialmente, alguns dos conceitos dessa teoria, tendo em vista a importância que a mesma tem para o desenvolvimento da nossa pesquisa, assim como para os autores supracitados.

### **Objetivos e Algumas Considerações sobre a Teoria Antropológica do Didático**

Com a finalidade de responder à questão norteadora da nossa pesquisa, apresentada na seção anterior, traçamos nossos objetivos da seguinte forma:

**Objetivo Geral** é caracterizar o ensino de volume de sólidos geométricos em livros didáticos do Ensino Médio aprovados pelo PNLD/2012.

Para que tal objetivo seja atingido, precisamos, efetivamente, caracterizar a forma como a matemática está presente em torno desse conteúdo, e como os autores desses livros propõem que o ensino do volume de sólidos geométricos seja realizado. Dessa forma, delimitamos alguns **Objetivos Específicos**, tais como:

Em relação aos conteúdos de livros didáticos destinados ao Ensino Médio, cujo âmbito de nosso trabalho propõe identificar e analisar:

- Conceitos, procedimentos e algoritmos presentes no ensino de volume de sólidos geométricos;
- As escolhas didáticas realizadas pelos autores relativas ao ensino de volume de sólidos geométricos.

Para uma melhor compreensão dos objetivos específicos aqui apresentados, faremos, sem nos aprofundarmos muito, uma breve discussão sobre alguns significados que constituem a TAD.

De acordo com Chevallard (1999), a TAD situa a atividade matemática no conjunto das atividades humanas e das instituições<sup>4</sup> sociais, ou seja, fazer matemática é uma atividade humana e está por sua vez consiste em realizar uma tarefa. Nesta teoria tudo é considerado objeto: as instituições, os indivíduos, as posições que os indivíduos ocupam. Nesse sentido, a existência de um objeto depende da relação de um indivíduo ou instituição com esse objeto. Esta teoria utiliza-se de organizações praxeológicas para analisar como um objeto matemático existe em uma determinada instituição. O termo praxeologia, pode ser dividido em duas expressões: Práxis que significa prática e Logus que significa estudo. Assim, a praxeologia é o estudo da prática.

Segundo Chevallard (1999) *apud* Almouloud (2007, p. 123), as praxeologias (ou organizações) associadas a um objeto matemático são de duas espécies: matemáticas e didáticas. A organização matemática (OM) refere-se a uma praxeologia que se constitui em: Tipos de Tarefa (T), Técnica ( $\tau$ ), Tecnologia ( $\theta$ ) e Teoria ( $\Theta$ ). Logo, para que uma tarefa seja realizada é necessária a mobilização de uma técnica. No entanto, para que uma técnica exista, é preciso que ela atenda a condição mínima de ser justificada e assim, a tecnologia tem a função de justificar a técnica. A teoria por sua vez, retoma a tecnologia, para justificação, explicação e produção da técnica empregada para a resolução de uma tarefa. A organização didática (OD) pode ser descrita também em termos desse quarteto e consiste em dar respostas a questões do tipo: Como estudar uma organização praxeológica? Como fazê-la?

Assim, para investigarmos o ensino de volume dos sólidos geométricos em livros didáticos aprovados pelo PNLB/2012, faremos uma análise que em síntese, constitui na identificação dos tipos de tarefas propostas, das técnicas mobilizadas para executar uma tarefa e do bloco tecnológico/teórico que justifica a utilização de tais técnicas. Dessa forma, compreenderemos, conforme o nosso primeiro objetivo específico, “a matemática” proposta nos livros didáticos analisados.

---

<sup>4</sup> A instituição para Chevallard pode ser o que se quiser a depender da referência que se faz da relação do objeto com o saber, ou seja, a depender do que se assume a instituição pode ser, por exemplo, um livro didático ou o próprio professor. Se considerarmos uma turma de 8º ano (instituição), as funções exponenciais (objeto) não existe para o aluno (indivíduo).



Por outro lado, para alcançarmos o nosso segundo objetivo específico faremos uma análise por meio da organização didática, a qual, segundo Chevallard (1999) permite estudar o modo como é apresentada e estruturada a praxeologia matemática. Essa análise tem como propósito compreender as abordagens propostas, pelos autores, para o ensino de volume de sólidos geométricos nos livros didáticos analisados.

### **Procedimentos Metodológicos**

Analisamos as 4 coleções mais adotadas<sup>5</sup> pelo PNLD/20012, tendo como foco os capítulos destinados ao volume dos sólidos geométricos. Dessa forma, apresentamos a análise de cada coleção e as devidas articulações entre elas em busca de revelar como o ensino desse conteúdo é proposto no ensino médio. Para tanto, analisamos os capítulos em que tal conteúdo é proposto separadamente. Essas separações se justificam por buscar na análise o nível de detalhamento exigido pela TAD.

A análise, sob a ótica da organização praxeológica, tem como objetivo evidenciar a organização matemática e didática, propostas nos livros didáticos para o ensino de volume. A análise da organização matemática consiste na identificação dos tipos de tarefas propostas, das técnicas mobilizadas, na resolução dessas tarefas e do contorno tecnológico-teórico que permite justificar o uso dessas técnicas. Já a análise da organização didática, tem como intuito analisar os seis momentos didáticos no ensino proposto (CHEVALLARD, 1999). Para isso, consideramos o livro do aluno e o manual do professor, que contém comentários e respostas das atividades, além de sugestões para o uso do livro e para o desenvolvimento do conteúdo em sala de aula, o que nos permite entender mais claramente a proposta do autor da coleção analisada.

### **Considerações Finais**

Com a intenção de responder à nossa questão de pesquisa – *“Como é proposto o ensino de volume de sólidos geométricos em livros didáticos no Ensino Médio?”* – voltamo-nos para as quatro coleções mais adotadas nas redes públicas brasileiras, em especial para a coleção I (a

---

<sup>5</sup> Fonte de consulta: Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE): <http://www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/livro-didatico-dados-estatisticos>.

mais adotada). A análise dessas coleções revela-nos aspectos significativos para a caracterização do ensino proposto. Na sequência, apresentamos algumas dessas principais características e no final destacamos alguns pontos que merecem ser discutidos em futuras pesquisas.

Cabe-nos enfatizar primeiramente que a TAD, nosso referencial teórico/metodológico, foi de grande valia para compreendermos a proposta de ensino do tema em questão. Entendemos que essa teoria, diferentemente da Teoria dos Campos Conceituais, permiti-nos identificar qual matemática está empregada, no nosso caso, nos livros didáticos e quais propostas o autor apresenta para o ensino e aprendizagem dos conteúdos abordados em tais livros. Essa teoria nos possibilitou, por exemplo, conhecer os tipos de tarefas que são propostos pelo autor, em relação ao conteúdo de volume tal como às técnicas mobilizadas para a resolução desses tipos de tarefas. Esse passo a passo, proporcionado pela TAD, nos mostra o(s) caminho(s) que o autor compreende que os professores, que optarem por tal coleção, devam prosseguir e de que maneira o conteúdo ali apresentado deve ser trabalhado.

Por meio das noções de organização matemática e de organização didática apresentadas pela TAD, analisamos as coleções focando nas principais características que acreditamos serem essenciais para se ter uma visão ampla e ao mesmo tempo detalhada da praxeologia. Dessa forma, pudemos responder nossos dois objetivos específicos, que se resumem em investigar qual o conteúdo matemático proposto e como ele é proposto nessas coleções. Para tanto, optamos por analisar as quatro coleções mais adotadas pelas escolas públicas brasileira, aprovadas pelo PNLD2012, mantendo foco na organização matemática e didática da coleção mais adotada.

Foram identificadas, em nossas análises, 6 tipos de tarefas contempladas nas quatro coleções analisadas. Na coleção I, cerne de nossa pesquisa, identificamos 5 tipos de tarefas, conforme observa-se na tabela a seguir.

Tabela 1: Síntese dos tipos de tarefas da coleção I

	T1	T2	T3	T4	T5
Total	119	7	16	5	4
%	79	5	11	3	2

Fonte: dos autores da pesquisa.

Dentre esses tipos de tarefas, observamos que T1 (calcular o volume de um sólido) representa, aproximadamente, 74 % de todas as atividades apresentadas. Esse tipo de tarefa gerou ainda dois subtipos de tarefas, isto é, T1<sub>1</sub> (Calcular o volume de um sólido conhecido) e T1<sub>2</sub> (Calcular o volume de um sólido irregular). Dentre esses dois subtipos identificados, o T1<sub>2</sub>

foi contemplado com pouca ênfase, 8 vezes, se comparamos com o T1<sub>1</sub> que foi contemplado 111 vezes. Dessa forma, acreditamos que o estudo de algumas propriedades que possibilita a compreensão do cálculo do volume desses tipos de sólidos pode ficar comprometido.

Nesse contexto, fica evidente a valorização do ensino por meio de técnicas de resolução, pois atividades do tipo T1 são geralmente propostas após a apresentação da técnica, justamente para promover a sua prática. Esse fato fica ainda mais evidente se comparamos com o segundo tipo de tarefa mais contemplado, isto é, T3 (Calcular um determinado comprimento de um sólido, dado seu volume) que representa 11 % do total identificado. No que tange às técnicas de resolução identificamos 12 tipos nas quatro coleções, das quais 9 foram contempladas na coleção I, conforme ilustra o quadro a seguir.

Quadro 1: Síntese das técnicas da Coleção I

$\tau_1$	$\tau_2$	$\tau_3$	$\tau_4$	$\tau_6$	$\tau_7$	$\tau_8$	$\tau_{10}$	$\tau_{11}$
----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	-------------	-------------

Fonte: dos autores da pesquisa.

No caso dessa coleção, observamos que a técnica de resolução privilegiada é  $\tau_2$  (*Escolher uma fórmula de volume, substituir valores numéricos na fórmula, realizar os cálculos numéricos pertinentes e acrescentar a unidade de medida apropriada*) que, na maioria dos casos, é utilizada como a técnica principal. Por exemplo, algumas atividades propõem o cálculo do volume de um determinado sólido, porém, antes de calcular esse volume, é necessário determinar a área da base do mesmo. Logo, a técnica  $\tau_2$  não é a única mobilizada, mas é a principal, pois será necessária sua utilização após a medida da área ser determinada, para que o cálculo do volume do sólido em questão seja realizado.

Percebemos ainda, no caso da coleção I, que houve uma evolução das praxeologias. No entanto, isso não ocorre de forma equilibrada, visto que algumas dessas praxeologias aparecem em menor quantidade do que outras. De acordo com as compreensões até este ponto, essa evolução ocorre no decorrer das atividades apresentadas, pois, conforme abordamos anteriormente, as primeiras questões apresentadas, em especial nos capítulos destinados ao cálculo de volume, mobilizam, em sua maioria, apenas as técnicas que acabaram de demonstrar. Assim, conforme vai-se avançando na resolução das atividades propostas, novas técnicas vão sendo mobilizadas, principalmente aquelas trabalhadas em capítulos anteriores ao de volume.

Em relação à análise da organização didática, percebemos que a mesma ocorre, nos cinco capítulos analisados, de forma muito parecida. A organização didática em torno da praxeologia [T,  $\tau_2$ ], por exemplo, inicia-se com a demonstração da fórmula do mesmo, o que acreditamos ser a construção do bloco tecnológico-teórico (o primeiro momento com a

organização matemática) que fundamenta a elaboração a aplicação da técnica  $\tau_2$ . Na sequência ocorre a institucionalização dessa técnica caracterizando o quinto momento, isto é, o autor apresenta a fórmula que será utilizada nas resoluções das atividades propostas na sequência. Posteriormente são apresentados alguns exemplos e exercícios resolvidos com o objetivo de trabalhar a técnica que acabara de ser constituída que, a nosso ver, caracteriza o quarto momento, ou seja, o trabalho com a técnica. Outra praxeologia que merece destaque é a  $[T, \tau_1]$ , tendo em vista que, no último capítulo do livro, o autor traz tanto a demonstração da fórmula da área da superfície esférica, quanto do fuso esférico o que caracteriza, a nosso ver, o terceiro momento, ou seja, a construção do bloco tecnológico-teórico que justifica as técnicas recém elaboradas seguido do quinto momento, isto é, a institucionalização das referidas técnicas. Posteriormente, são apresentadas algumas atividades resolvidas visando a mobilização dessas fórmulas, ou seja, busca-se trabalhar com a técnica recém-elaborada. Cabe destacar ainda, que durante a análise das 4 coleções não conseguimos identificar o momento dedicado a avaliação das praxeologias.

Diante disso, percebemos que o autor da coleção I valoriza tanto a construção do bloco tecnológico-teórico quanto à institucionalização da técnica de resolução. Assim, a predominância desses dois momentos juntamente com o momento de trabalho com a técnica, nos leva a aproximar as escolhas realizadas pelo autor da obra de um modelo clássico, conforme classificação de Gascón (2003).

Neste aspecto, a quantidade excessiva de técnicas, referentes ao cálculo do volume dos sólidos geométricos, identificadas na coleção I, pode não favorecer o processo de ensino e aprendizagem, pois o aluno pode limitar-se à memorização das mesmas para efetuar seus cálculos. Acreditamos ainda que, apesar da coleção I apresentar várias situações contextualizadas, a forma estática em que o conteúdo de volume é abordado pode não proporcionar discussões construtivas entre professor e o aluno, tendo em vista que o foco principal dessa coleção é aplicação da fórmula do volume de um determinado sólido. Não obstante, é importante levar-se em consideração que, embora seja enunciado de forma correta na coleção mais adotada, o princípio de Cavalieri não foi apresentado de forma clara na coleção IV, conforme já havia abordado Morais (2013), o que pode acarretar em uma compreensão errada de determinados conceitos e propriedades. Entretanto, acreditamos que tal ferramenta, se utilizada com o rigor necessário que lhe é peculiar, é de grande valia para compreender e justificar o uso das fórmulas dos volumes de sólidos conhecidos, conforme sugerem as OCN.

Por fim, observamos, na coleção I, uma articulação, mesmo que em uma quantidade pequena, entre os sólidos trabalhos em um capítulo com aqueles trabalhos nos capítulos

subsequentes. Isso pode ser observado na análise realizada em torno das atividades apresentadas no capítulo 14, que busca relacionar alguns conceitos e definições discutidos nos capítulos anteriores com os da esfera.

Para finalizar essas considerações, elencamos algumas questões que consideramos importantes para os leitores, tendo em vista que a leitura desse trabalho possa ter suscitado algumas dúvidas nos mesmos, assim como nos próprios desenvolvedores deste trabalho. Por exemplo, até que ponto a evolução das praxeologias podem influenciar no processo de ensino e aprendizagem? Será que a praxeologia apresentada nessas coleções são as mesmas que o professor põe em prática em sala de aula? Certamente dentre as questões que essa investigação levanta, essas duas nos interessaria olhar. Entretanto, elas se localizam entre uma categoria de assuntos que podem ser tratados na continuidade deste estudo, visto que, a presente pesquisa de mestrado, a questão central era investigar como é proposto o ensino de volume de sólidos geométricos em livros didáticos no ensino médio.

Dessa forma, esperamos que este trabalho possa contribuir para os estudos e investigações relacionadas aos livros didáticos, abarcando reflexões no que tange o ensino e aprendizagem do cálculo de volumes de sólidos geométricos em livros didáticos.

## **Referências**

ALMEIDA, D. C. C.; COSTACURTA, M. S. **Atividades Lúdicas para o Ensino e Aprendizagem da Geometria nos Anos Finais do Ensino Fundamental**. Chapecó: Unochapecó, 2010.

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.

BOYER, C. B. **História da Matemática**; Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blucher, 1974.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática - ensino de quinta à oitava série**. Secretaria de Educação Fundamental: MEC/SEF, Brasília, 1998.

\_\_\_\_\_. **Ministério da Educação**. Secretaria de Educação Básica. Guia de livros didáticos: PNLD 2012: Matemática / Brasília, 2011.

CHEVALLARD, Yves. *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: L'approche anthropologique. Recherches em Didactique des Mathématiques*, v 19, n 2, p. 221-266, 1999.

COSTA, M. S.; ALLEVATO, S. G. **Livro Didático de Matemática: Análise de Professor as Polivalentes em Relação ao Ensino de Geometria**. VIDYA, v. 30, n. 2, p. 71-80, jul./dez., 2010, Santa Maria, 2010.

## I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática

01 a 06 de novembro de 2016

Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

---

COSTA, M. A.; LIMA, S. R. R. **Ensino de Prismas: Uma Análise a partir do Livro Didático.** Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Licenciatura em Matemática), UNIFAL, Alfenas, 2010.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos da Matemática Elementar.** Volume 10. Atual editora, São Paulo, 1993.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática.** Editora da Unicamp, São Paulo, 1994.

GRANDO, C. M. **Geometria: Espaço e Forma.** Chapecó: Unochapecó. Coordenadoria de Educação a Distância, 2008.

LIMA, R. E. S. **O Estudo de Sólidos Geométricos: A Utilização de Materiais Didáticos Manipuláveis no Ensino Médio.** UFPB, 2011.

MORAIS, L. B. **Análise da Abordagem de Volume em Livros Didáticos de Matemática para o Ensino Médio.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), UFPE, 2012.

SILVA, M. O. **O Volume dos Sólidos: Estudo de Livros Didáticos e de uma Atividade Aplicada a Alunos do Curso de Licenciatura em Matemática.** Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Licenciatura em Matemática), UFSC, Florianópolis, 2005.

TALIM, S. L.; SALDANHA, J. L. **Avaliação da aprendizagem na escola plural: o que ocorre na prática?** Revista Electrónica Iberoamericana Sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación, v. 5, p. 84-99, 2007.

VIEIRA, S. S.; SILVA, F. H. S. **Flexibilizando a Geometria na Educação Inclusiva dos Deficientes Visuais: Uma Proposta de Atividades.** Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática. IX ENEM, Belo Horizonte, 2007.