A APRENDIZAGEM E O ENSINO DAS GRANDEZAS GEOMÉTRICAS NO 6º ANO: QUAIS AS RAÍZES DOS ENTRAVES ENFRENTADOS PELOS ALUNOS?

Lúcia de Fátima Durão Ferreira
UFPE, Brasil
luciadurao@ufpe.br

Paula Moreira Baltar Bellemain
UFPE, Brasil
paula.bellemain@ufpe.br

Resumo: Esta é uma pesquisa de doutorado em andamento com o objetivo de investigar as possíveis relações entre as dificuldades conceituais de aprendizagem enfrentadas por alunos do 6º ano (11-13 anos) sobre área e perímetro e o modo como esses conteúdos são ensinados na transição do 5º para o 6º ano do ensino fundamental. Nosso referencial teórico está ancorado no modelo de área enquanto grandeza proposto por Douady e Perrin-Glorian (1989) e Bellemain e Lima (2002); na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990; 1994) e na Teoria Antropológica do Didático de Chevallard (1999), nos significados de transição de Bessot (2015) e de retomada de Larguier (2009). A metodologia se caracteriza como um estudo de caso que consiste na observação de uma turma ao longo do 5º e do 6º ano de uma escola da rede privada do Recife. Neste artigo apresentamos a fundamentação teórica e as ferramentas de análise da pesquisa. As análises preliminares dos níveis de co-determinação superiores mostraram a existência de uma "barreira invisível" entre as instituições 5º e 6º anos relacionadas tanto ao nível da Escola, com relação ao tempo didático e ao livro utilizado, quanto ao nível da Pedagogia, em relação a formação e prática docente.

Palavras-chave: Grandezas e Medidas. Transição. Teoria dos Campos Conceituais. Teoria Antropológica do Didático.

Introdução

Nosso projeto foi motivado a partir de reflexões resultantes da experiência docente enquanto professora de matemática da educação básica, ao iniciar mais um ano letivo com alunos de 5ª série/6º anos, oriundos de diferentes escolas, e a expectativa sobre quais conceitos matemáticos estes alunos conheciam, em particular, sobre as grandezas geométricas, e também enquanto professora formadora, tanto na Licenciatura de Matemática quanto em programas de formação continuada, ao constatar que alguns questionamentos realizados pelos professores sobre as grandezas geométricas, por vezes eram semelhantes aos dos alunos da educação básica.

Este interesse foi objeto da nossa dissertação de mestrado, Ferreira (2010), ao investigar a construção do conceito de área e a relação entre área e perímetro por alunos do 6º ano (11-13 anos) do ensino fundamental, sob a ótica da TCC, e perceber a necessidade de compreender como o ensino do 1º ao 5º ano é realizado e qual a influência desse ensino sobre a maneira como os alunos aprendem os conceitos de comprimento, área e perímetro no 6º ano.

Neste artigo trazemos um pouco da nossa fundamentação teórica, as ferramentas que serão utilizadas para a análise da nossa pesquisa, nossos objetivos geral e específicos, e algumas análises preliminares realizadas até o momento.

Reflexões sobre as grandezas e medidas

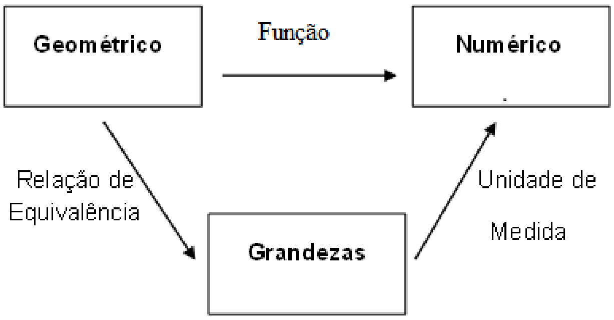
A ideia de grandeza é uma das mais antigas da humanidade e tem sua origem associada ao surgimento dos números, com a necessidade de realizar contagens e medições pelo homem. Problemas clássicos da geometria como a quadratura do círculo, a duplicação do cubo e a trissecção do ângulo, possibilitaram o surgimento de conceitos e teorias matemáticas e foram objeto de estudos interligados a diversos campos da matemática, dentre eles o das grandezas e medidas.

O grupo Pró-Grandezas: ensino e aprendizagem das grandezas geométricas, liderado pela profª Drª. Paula Baltar Bellemain e pelo profº Dr. Paulo Figueiredo Lima, da UFPE, vem desenvolvendo pesquisas que analisam diversas grandezas. Algumas identificaram dificuldades dos alunos, outras propuseram intervenções, o que contribuiria para dar significado aos conceitos das grandezas em foco. E ainda com diferentes objetos de estudo como a análise de documentos curriculares, livros didáticos e práticas de professores, têm mostrado a importância e a preocupação dos pesquisadores da Educação Matemática com a aprendizagem e o ensino das grandezas geométricas.

Este grupo de pesquisa adota como referencial teórico as pesquisas de Douady & Perrin – Glorian (1989), Baltar (1996) e Bellemain & Lima (2002). As pesquisadoras francesas consideram que a aprendizagem matemática está associada a capacidade de resolver problemas que possibilitem a passagem entre diferentes quadros, o geométrico, o numérico e o das grandezas.

Bellemain e Lima (2002) propõem uma articulação desses quadros para a construção do conceito de área como grandeza, e que pode ser expandida para os conceitos de comprimento e perímetro:

Figura 1: articulação entre quadros



Fonte: Bellemain & Lima (2002, p. 40)

O quadro geométrico é composto também por superfícies, considerando as figuras geométricas e suas particularidades – triângulos, quadrados, retângulos, círculos, figuras irregulares; o quadro numérico composto das medidas das superfícies, que pertencem aos números reais não negativos, e o quadro das grandezas constituído por classes de equivalência de superfícies de mesma área. Para as grandezas comprimento e perímetro teremos as linhas ou segmentos pertencentes ao quadro geométrico; as classes de equivalência das linhas, dos segmentos ou dos contornos de mesmo comprimento; e o quadro numérico permanece o mesmo.

A relação de equivalência possibilita a passagem do quadro geométrico para o quadro das grandezas através da relação das superfícies possuírem a mesma área, permitindo a comparação entre elas (maior, menor ou igual). O mesmo procedimento pode ser estendido para as linhas, os segmentos ou os contornos, de possuírem o mesmo comprimento.

A passagem do quadro das grandezas para o quadro numérico é expressa pela unidade de medida padronizada ou não. Escolhida uma unidade pode-se buscar resposta à questão quantas vezes essa unidade cabe na superfície? Quantas vezes essa unidade cabe no segmento? O número é a medida naquela unidade e o par (número, unidade de medida) é uma maneira de expressar a área, o comprimento ou o perímetro.

Dependendo da unidade de medida teremos diferentes pares, embora as grandezas área, comprimento e perímetro sejam invariantes. E a função medida, que associa as superfícies planas a números reais não negativos, garante a passagem entre os quadros geométrico e numérico. O mesmo acontece com segmentos, linhas e contornos para a associação de comprimentos ao quadro numérico.

Após as reflexões sobre as grandezas geométricas buscaremos os referenciais teóricos que darão suporte a nossa pesquisa, em particular, para compreender o que acontece em termos de continuidade e rupturas e como o aluno do 6º ano (11-13 anos) e a Escola lidam com a construção do conceito de comprimento, área e perímetro.

A teoria dos campos conceituais (TCC)

Vergnaud (1990) considera que um conceito é constituído de três elementos que estão interligados: (S) um conjunto de situações que dão sentido ao conceito; (IO) um conjunto dos invariantes operatórios, que justificam a operacionalidade dos esquemas; (R) um conjunto das representações simbólicas (linguísticas e não linguísticas) do conceito, de suas propriedades, das situações e dos procedimentos de tratamento das situações.

Esse espaço de situações (S) cujo tratamento envolve uma variedade de conceitos e processos de vários tipos de conexão, além de procedimentos e representações, é caracterizado por Vergnaud (1990) como um Campo Conceitual.

Para a construção de um conceito precisamos utilizar diversas situações de aprendizagem, dentro de uma visão de ensino em espiral, e compreender que a aprendizagem não se realiza em um período apenas, mas que se consolida quando os conceitos são abordados em outros momentos, de forma ampliada e associados a outros conteúdos. Dessa forma, não podemos falar apenas do conceito de área, mas sim do conceito de área enquanto parte do campo conceitual das grandezas geométricas, juntamente com os conceitos de comprimento, perímetro, capacidade, volume, ângulo; com as relações entre os campos, como as estruturas aditivas e multiplicativas; com as fórmulas para o cálculo do perímetro, da área, do volume; e com as funções.

Para ganhar significado, esses conceitos devem ser abordados numa grande variedade de situações dentro do campo conceitual das grandezas geométricas, a partir das variáveis de situação e seus respectivos valores, e buscar nos conhecimentos dos alunos as situações que eles já dominam e as que são possíveis de dar sentido aos conceitos e procedimentos que se pretende ensinar.

Vergnaud (1998) considera algumas definições como fundamentais para a compreensão da construção de um conceito. São elas:

> 1.Um esquema é uma organização invariante de comportamento para uma certa classe de situações.
> 2.Um teorema-em-ação é uma proposição que é considerada verdade.

> 3.Um conceito-em-ação é um objeto, um predicado, ou uma categoria que é considerada relevante. (VERGNAUD, 1998, p. 168, TRADUÇÃO NOSSA[1])

Quando estamos diante de situações conhecidas, utilizamos esquemas já conhecidos. Estas devem ser escolhidas de modo a favorecer o uso de esquemas já existentes e contribuir para a elaboração de outros. Se as situações são novas, precisaremos buscar, além dos conhecimentos adquiridos, novas estratégias, construindo novos esquemas de resolução, desenvolvendo assim, novas competências. Nesta ação, existem conhecimentos explícitos e implícitos, e representações importantes para o trabalho do pesquisador.

Como afirma Vergnaud (1998), "o conceito de esquema é muito frutífero, não somente para descrever comportamentos familiares, mas também para descrever e compreender os processos de resolução de problemas". (Tradução nossa[2], p.173).

O pesquisador considera que o esquema é uma organização dinâmica, composto de quatro elementos: a) objetivos e antecipações – prever ações para resolver uma determinada classe de situações; b) regras de ação, procura de informações e controle – buscar os conhecimentos prévios para conduzir as ações; c) invariantes operatórios – utilizar conceito-em-ação que são informações relevantes ou não, e os teorema-em-ação, as propriedades, que podem ser verdadeira ou falsa; d) possibilidades de inferência – escolher as regras de ação e invariantes operatórios a serem mobilizados.

Os invariantes operatórios (IO) conceitos-em-ação e teoremas-em-ação para Vergnaud (1994) atuam como guias no reconhecimento pelo aluno dos elementos que lhe são pertinentes na situação, e nas escolhas dos conhecimentos a serem utilizados, muitas vezes estão implícitos na ação. Quando o aluno afirma "se duas superfícies possuem mesma área, possuem mesmo perímetro" ele está utilizando um teorema-em-ação falso, que é um invariante operatório, para justificar as operações realizadas ao resolver uma determinada situação.

Para escolher as classes de situações e suas tarefas o professor necessita de informações sobre os conhecimentos anteriores dos seus alunos. Segundo Gitirana, Campos, Magina e Spinillo (2014)

> ensinar pressupõe um claro entendimento das competências e concepções do aluno no momento ao observá-las. E mais, a compreensão de competências anteriores do estudante (quando era mais novo) e das competências que ele precisará ter quando for mais velho. Esta é uma consequência direta da Teoria

---

[1] 1. A scheme is the invariant organization of behavior for a certain class of situations.
2. A theorem-in-action is a proposition which is held to be true;
3. A concept in action is an object, a predicate, or a category which is held to be relevant.

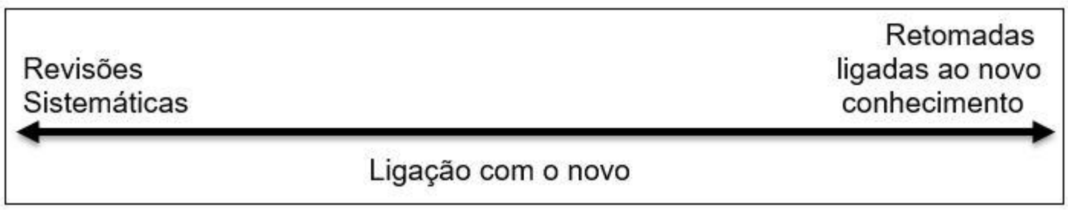
[2] The concept of scheme is likely to be fruitful, not only for describing familiar behaviors, but also for describing and understanding problem solving processes.

> dos Campos Conceituais – a herança do passado e a preparação para o futuro. (GITIRANA, CAMPOS, MAGINA e SPINILLO, 2014, p.18)

Neste sentido entendemos que as competências serão construídas e retomadas enquanto elos de ligação entre o que já existe dos níveis anteriores de escolaridade e para servir de base para os próximos.

Apresentamos aqui o conceito de *reprise* desenvolvido na tese de Larguier (2009), enquanto retomada do que já foi visto em outro momento, ou ainda com alguma variação. Esta retomada tem a ver com tecer o velho com o novo, algo que está na memória. São revisões sistemáticas de um conhecimento já vivenciado anteriormente e necessário para ligação com o novo, ou a retomada de conhecimentos existentes e consolidados, mas necessários para o avanço e um novo conteúdo em jogo, o que pode ser visualizado na figura a seguir:

Figura 2 - Retomadas



Fonte: Larguier (2009, p. 31, TRADUÇÃO NOSSA[3])

Uma forma de ensino que promove as retomadas relacionadas com o novo conhecimento em ocasiões nas quais o encontro acontece pela primeira vez, de um nível de escolaridade para outro como do 5º ano para o 6º ano do ensino fundamental.

E se o aluno por vezes não lembra de conhecimentos trabalhados no nível anterior? Segundo Larguier (2009), as revisões são uma possibilidade para o professor resgatar a memória didática dos alunos. Para isso o professor precisa conhecer quais situações foram objeto de construção de um conhecimento no nível anterior e criar mecanismos para lembrar, resgatar esta memória didática dos seus alunos.

Do ponto de vista da história escolar do aluno este conhecimento deveria existir na sua memória. Se existe, ele pode estar adormecido, mas sem ser reconhecido pelo aluno. Se não

---

[3] Rèvisions systematiques ⟵⟶ Reprises liées à du nouveau

Rapport au nouveau

existe, deverá ser construído com ajuda do professor e das situações que possibilitem essa retomada.

Para compreensão das retomadas é fundamental que os invariantes operatórios (IO) sejam descritos em termos matemáticos e "que o professor saiba diagnosticar as relações matemáticas que correspondem a cada uma das estratégias utilizadas pelo aluno" (GITIRANA; CAMPOS; MAGINA; SPINILLO, 2014, p.20).

Quais seriam as situações de aprendizagens que podem favorecer, garantir a continuidade do ensino da matemática e a transição entre os anos iniciais e os anos finais do ensino fundamental? Uma primeira hipótese a considerar é que as situações propostas pelos livros didáticos dos anos iniciais e dos anos finais, e as situações trabalhadas pelos professores dos 5º e 6º anos podem ser insuficientes para garantir a transição necessária de um aluno do 5º ano (10-12 anos) para o 6º ano (11-13 anos).

Classes de situações que dão sentido ao conceito de comprimento, área e perímetro

As concepções dos alunos são construídas a partir das situações que lhes são apresentadas, tanto na sua vida escolar, quanto nas suas experiências fora da escola. Essas concepções podem estar defasadas dos conceitos oficiais, sendo necessário identificar os conhecimentos prévios dos alunos, suas concepções, errôneas ou não, para construir situações que possibilitem uma ampliação e se tornem mais complexas, na abordagem de um conceito.

Vergnaud (1990) mostra a importância da construção de uma classificação de situações como um trabalho científico necessário para que tenhamos o mapeamento da variedade de situações de um campo conceitual.

Dentro dessa perspectiva, Baltar (1996) propõe uma classificação de situações (S) que dão sentido ao conceito de área, em três grandes classes: comparação, medida e produção.

As situações de comparação estão situadas essencialmente no quadro das grandezas, quando Bellemain (2000) afirma:

> Quando comparamos duas superfícies somos conduzidos a decidir se elas pertencem ou não a uma mesma classe de equivalência. É claro que, com freqüência, os quadros geométrico e numérico vão ser necessários à resolução dos problemas de comparação, mas sua intervenção em geral é secundária com relação à do quadro das grandezas. (BELLEMAIN, 2000, pp.7-8)

As situações de medição estão situadas essencialmente no quadro numérico, e na passagem da grandeza ao número, através da escolha de uma unidade de medida. O resultado esperado nesta situação é um par (número, unidade de medida). E as situações de produção, que se diferenciam das anteriores, já que podemos determinar várias respostas corretas para uma mesma situação. Aqui, o quadro geométrico ganha destaque, considerando a produção de uma superfície, embora a intervenção dos quadros numérico e das grandezas também seja importante.

Ferreira (2010) propõe uma nova classe de situações de mudança de unidade, baseada em Baltar (1996), ao considerar que representar uma mesma área com unidades de medida diferentes está mais centrado no quadro numérico e, por vezes, com a ausência do quadro geométrico. Essa ausência pode conduzir os estudantes a estabelecer, para as unidades de área, a mesma relação que aquela existente para as unidades do comprimento (se 1 centímetro é igual a 10 milímetros, um centímetro quadrado é igual a 10 milímetros quadrados).

Assim, diferenciar as situações de medida das situações de mudança de unidade se justifica, considerando que devemos dar um tratamento que privilegie a articulação entre os três quadros, com a presença das superfícies, antecedendo a introdução das unidades de medida convencionais, para que o aluno compreenda a construção do par (nº, unidade de medida) independente das transformações meramente operatórias.

Para uma melhor visualização apresentamos a organização das situações no quadro a seguir proposto por Ferreira (2010).

QUADRO 1: Tipos de situação

<table>
<tr><td rowspan="13">S
I
T
U
A
Ç
Õ
E
S</td><td rowspan="5">COMPARAÇÃO</td><td rowspan="3">ESTÁTICAS</td><td colspan="2">Sem unidade de medida</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Com unidade de medida</td><td>Não-convencional</td></tr>
<tr><td>Convencional</td></tr>
<tr><td rowspan="2">DINÂMICAS</td><td colspan="2">Variação da área e do perímetro por deformação ou transformação geométrica</td></tr>
<tr><td colspan="2">Otimização da área por invariância do perímetro e vice-versa</td></tr>
<tr><td rowspan="3">MEDIDA</td><td rowspan="2">EXATA</td><td colspan="2">Com unidade de medida não-convencional</td></tr>
<tr><td colspan="2">Com unidade de medida convencional</td></tr>
<tr><td>ENQUADRAMENTO</td><td colspan="2">Aproximações</td></tr>
<tr><td rowspan="2">MUDANÇA DE UNIDADE</td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">Com unidade de medida</td><td>Não-convencional</td></tr>
<tr><td>Convencional</td></tr>
<tr><td rowspan="3">PRODUÇÃO</td><td rowspan="3"></td><td colspan="2">Mesma área que a de uma figura dada</td></tr>
<tr><td colspan="2">Área maior ou menor que a de uma figura dada</td></tr>
<tr><td colspan="2">Com área dada</td></tr>
</table>

Fonte: Ferreira (2010, p. 29)

O foco está na grandeza área e na relação entre área e perímetro, e a distinção com relação aos procedimentos quando intervém o quadro numérico e quando intervém a área enquanto grandeza.

A partir desta classificação pretendemos refinar o estudo das situações que dão sentido e contribuem para diferenciar os conceitos das grandezas comprimento, área e perímetro, com o detalhamento dos conhecimentos implícitos, dos procedimentos das representações utilizadas, consequentemente reduzem as rupturas presentes na transição entre os 5º e 6º anos.

Bessot (2015) diz existirem dois tipos de rupturas que estão relacionadas e podem existir numa mesma instituição: a ruptura cultural e a epistemológica. A ruptura cultural por exemplo, com a formação dos professores dos anos iniciais e a formação dos professores dos anos finais do ensino fundamental; a diferenciação entre os dois níveis de ensino, mesmo dentro de uma mesma instituição escolar quanto ao planejamento, a carga horária, a interação entre os professores. E a ruptura epistemológica, visto que um mesmo saber está presente em diferentes níveis de ensino dentro do currículo, mas com naturezas diversas. Por exemplo, determinar a área de um retângulo a partir da contagem de quadradinhos apenas inteiros, passar para uma situação com quadradinhos inteiros e partes de quadradinhos, e posteriormente para a determinação da área do retângulo com o uso da fórmula.

O professor precisa compreender como os alunos constroem seus conceitos, quais conceitos em ação e teoremas em ação são utilizados por eles, construídos a partir do conhecimento do cotidiano, das experiências, quanto do conhecimento escolar, fruto das situações vividas na escola.

Mas também precisamos compreender como esses saberes vivem na Escola. Neste momento buscaremos o suporte teórico da Teoria Antropológica do Didático para analisarmos a transição entre o término dos anos iniciais e o início dos anos finais do ensino fundamental.

A teoria antropológica do didático (TAD)

Qual a natureza de um determinado conteúdo dentro de uma instituição? O que o professor realiza ou tem condições de realizar para ajudar um aluno a aprender determinado conceito? Terá as mesmas condições se estiver em instituições diferentes? A Teoria Antropológica do Didático desenvolvida por Chevallard (1999) considera que além do objeto de estudo, do aluno e do professor, a instituição a qual essas pessoas estão vinculadas exerce uma influência sobre a aprendizagem e o ensino de um saber.

Na nossa pesquisa consideraremos o 5º e o 6º ano como duas instituições, com seus professores, seus programas de disciplina, seus documentos oficiais, para verificar quais as posições que esses elementos ocupam e quais as suas relações com as grandezas, em particular, comprimento, área e perímetro. Essas análises estão situadas, segundo os níveis de co-determinação (BELLEMAIN, 2013) superiores, entre a sociedade (documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais), a Escola (programa da disciplina, livro didático, tempo didático), e a Pedagogia (professor polivalente e professor licenciado).

Apesar de ser uma orientação nacional, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática para o Ensino Fundamental são utilizados enquanto um documento norteador e está construído sobre quatro blocos: números e operações, espaço e forma, tratamento de informação e grandezas e medidas. O PCN de Matemática apresenta os objetivos de aprendizagem, conteúdos a serem abordados, critérios de avaliação e orientações didáticas. Organizados por blocos, sugerem articulação do bloco das grandezas e medidas com os demais "por estar fortemente conectado com o estudo da Geometria e com os diferentes tipos de números" (BRASIL, 1998, p.69).

Apesar das considerações do PCN (1998) relacionadas a "situações de aprendizagem precisam estar centradas na construção de significados" (p.63), Ferreira (2010) observou que contraditoriamente o PCN (1998) se situa fortemente no quadro numérico, desde o 1º ciclo, ao propor situações de comparação com o uso das medidas, o que leva o aluno a comparação de números. Diante disso, levantamos aqui a nossa segunda hipótese: os documentos oficiais (PCN, programas escolares) podem não abordar elementos necessários que contribuam com a transição de um aluno do 5º ano para o 6º ano do ensino fundamental, para a compreensão das grandezas enquanto conceitos, em particular, área e perímetro.

Chevallard (1999) também considera que a atividade matemática é uma atividade humana e esta pode ser descrita a partir de uma praxeologia, ou seja, um conjunto de *tarefas*, nas quais serão utilizadas *técnicas*, explicadas pelas *tecnologias*, que são fundamentadas nas *teorias*. Para análise das classes de situações e as suas tarefas, os níveis de co-determinação serão os inferiores: a Disciplina (matemática), o Domínio (grandezas e medidas), o Setor (grandezas geométricas), o Tema (área e comprimento), e o Assunto (conceito de área de figuras planas).

Objetivos

Nossa pesquisa tem como objetivo geral analisar e caracterizar os entraves encontrados pelos alunos no 6º ano, buscando entender as filiações e as rupturas com relação à história vivida pelos alunos do 1º ao 5º ano do ensino fundamental sobre os conceitos de comprimento, perímetro e área. Para alcançarmos esse objetivo traçamos alguns objetivos específicos, que estão organizados em blocos de análise, considerando o referencial teórico adotado.

-Tomando como referencial a TAD: analisar as relações institucionais existentes entre o 5º ano e o 6º ano do ensino fundamental, e analisar as relações institucionais existentes para o ensino e aprendizagem do conceito de comprimento, área e perímetro afim de identificar as classes de situações que envolvem esses conceitos, bem como suas organizações matemáticas.

-Tomando como referencial a TCC: mapear as situações que são trabalhadas pelos professores do 5º ano e do 6º ano, com suas representações, conceitos e invariantes operatórios; analisar as situações que são trabalhadas pelo professor do 6º ano, que possibilitam a construção dos conceitos de comprimento, área e perímetro; analisar quais situações são utilizadas com o objetivo da retomada dos conceitos pelo professor do 6º ano; caracterizar o ensino do 5º ano e do 6º ano do ensino fundamental das grandezas comprimento, área e perímetro em uma escola do ensino fundamental a partir da observação de uma mesma turma ao longo de dois anos.

- Filtro das Grandezas: realizar comparações entre as análises realizadas para caracterizar a aprendizagem e o ensino do conceito de área, comprimento e perímetro, na transição entre o 5º e o 6º ano do ensino fundamental.

Percurso metodológico para a pesquisa

Pretendemos observar uma turma de 6º ano do ensino fundamental e a aprendizagem dos alunos a partir da análise das situações propostas, dos erros e acertos cometidos. Em paralelo, analisaremos como foi retomado pelo professor a memória dos alunos e qual o conhecimento que o professor possui sobre essa memória, que ficará evidenciado no ensino.

Nossa pesquisa será iniciada com uma análise documental, tomando como referência os PCN dos anos iniciais e dos anos finais do ensino fundamental, o Projeto Político Pedagógico e o Planejamento da disciplina da escola campo da pesquisa, para caracterizar os elementos norteadores e as orientações existentes para o estudo do bloco das grandezas e medidas, em particular, comprimento, área e perímetro.

Esta análise será mais detalhada para o 5º e 6º ano, considerando o nosso objeto de estudo, a transição entre esses níveis e a caracterização das relações existentes entre essas instituições.

Em seguida iremos analisar a abordagem das grandezas comprimento, área e perímetro na coleção de livro didático do 1º ao 6º ano do ensino fundamental adotada na escola onde a pesquisa será desenvolvida. Buscaremos verificar em que ano cada um desses conceitos é introduzido, se as abordagens entre as coleções apresentam semelhanças e diferenças, e se as situações contribuem para a construção desses conceitos ou se deixam lacunas que contribuem para essas dificuldades, como apontado em pesquisas anteriores.

Propomos concluir essa primeira etapa de análises buscando refinar o estudo das situações que possibilitam a diferenciação entre os conceitos de comprimento, área e perímetro, e suas retomadas, sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais, e realizar uma comparação com as situações presentes dos livros didáticos.

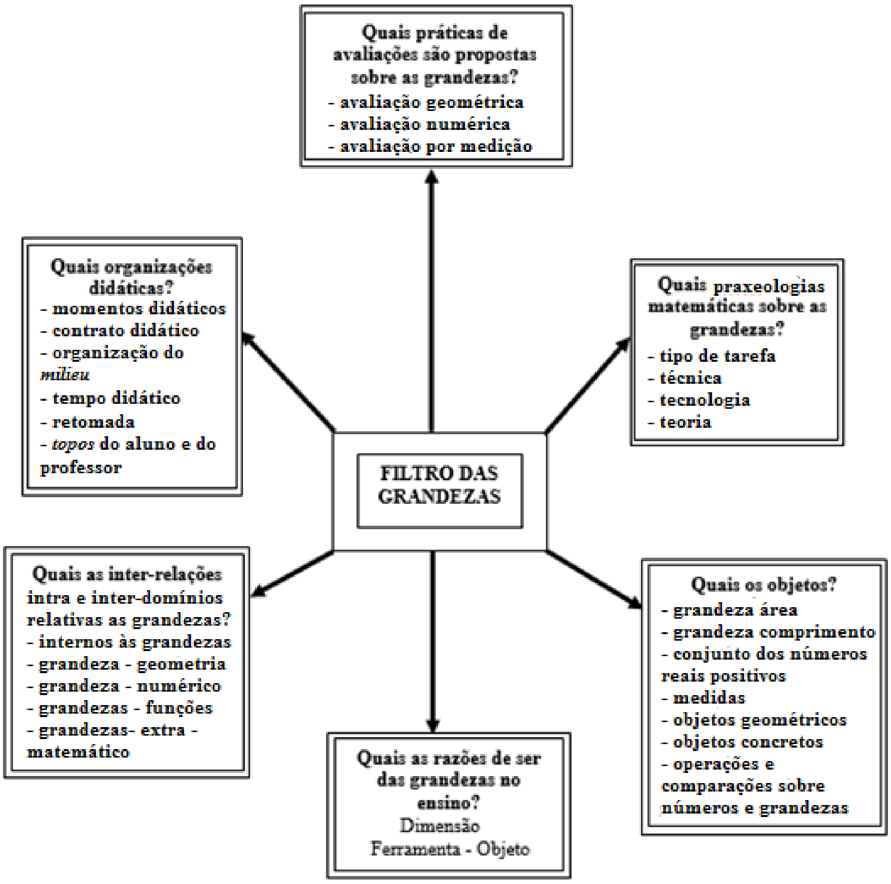
Nossa segunda etapa será realizada com as observações em escola com o ensino fundamental completo para acompanhar o desenvolvimento de uma mesma turma no 5º ano e no 6º ano. Iniciaremos com a observação da turma no 5º ano para fazer um mapeamento da bagagem acumulada por este grupo de alunos com observações e filmagens de aulas, entrevistas com os alunos, professores e equipe pedagógica da escola, arquivo de documentos (cadernos, atividades, programas, etc.) para caracterizar o ensino das grandezas comprimento, área e perímetro.

No ano seguinte, a mesma turma será observada agora cursando o 6º ano. As observações terão como objeto central identificar como acontece a retomada dos conceitos vistos no 5º ano por parte do professor, se existe algum indicativo no livro didático que seja considerado por ele, qual a memória didática utilizada. Finalmente, faremos o cruzamento dos dados tomando como referência o Filtro das Grandezas e as suas múltiplas entradas.

O filtro das grandezas

O filtro das grandezas (adaptado de ANWANDTER-CUELLAR , 2012), conforme apresentado na figura 3 a seguir, será tomado inicialmente para uma análise em duas dimensões: a dimensão institucional com a TAD, a partir do estudo das organizações matemáticas propostas nos documentos oficiais e nos LD no 5º e no 6º ano do ensino fundamental; e a dimensão cognitiva com a TCC, a partir do levantamento das situações, dos conceitos, esquemas, invariantes operatórios e as regras de controle tomando como base as classes de situações de Ferreira (2010).

Figura 3 – Filtro das Grandezas



Fonte: Adaptado de ANWANDTER-CUELLAR (2012)

Considerações

Esta pesquisa busca realizar um mapeamento de uma turma ao longo de dois anos, 5º e 6º anos, e o processo de transição desses alunos, em particular relacionados a construção dos conceitos de área, perímetro e comprimento.

Os processos de aprendizagem serão objeto dos alunos do 5º e do 6º ano a partir das situações por eles enfrentadas, seus registros, seus esquemas, com olhar da TCC e os processos de ensino serão objeto da instituição Escola, seus documentos, livros didáticos e materiais utilizados pelos professores com relação ao objeto do saber em jogo, com o olhar da TAD.

O que podemos colocar como resultados preliminares, neste momento da pesquisa, é a análise institucional relacionada aos níveis de co-determinação superiores. No nível da Sociedade os PCN e o projeto político pedagógico da escola são tomados como referenciais para a organização do currículo.

No nível da Escola os programas das disciplinas são objeto de uma construção coletiva da equipe pedagógica da escola da educação infantil até os anos finais do ensino fundamental. Já o livro didático, apesar da coleção adotada em matemática para todo o ensino fundamental pertencer ao mesmo autor, o que poderia assegurar a priori certa continuidade entre o estudo do tema na transição do 5º para o 6º ano, apresentam estruturas diferenciadas. A coleção dos anos iniciais é dividida em unidades, subdivididas em capítulos que abordam mais de um bloco de conteúdo, e no livro do 5º ano o conceito de comprimento aparece nas duas primeiras unidades e o de área e perímetro nas duas últimas. A coleção dos anos finais é dividida em capítulos bem definidos por bloco de conteúdo. No 6º ano os conceitos de comprimento, área e perímetro aparece apenas no capítulo 11 dentre os 14 existentes.

Apesar de se tratar de uma escola que possui todo o ensino fundamental algumas restrições institucionais estão presentes no nível da Escola como, por exemplo, a organização do tempo escolar: as turmas dos anos iniciais do ensino fundamental funcionam no turno da manhã enquanto que as turmas dos anos finais funcionam no turno da tarde; no 5º ano as aulas são realizadas em blocos de 1h30min enquanto que no 6º ano as aulas têm duração de 50min, o que dificulta uma maior articulação entre os dois níveis de ensino.

No nível Pedagógico também encontramos a restrição da formação do professor e do tempo didático: no 5º ano o professor tem a formação em pedagogia e ministra aulas de ciências e matemática. O tempo de aula para as duas áreas de conhecimento é de cinco blocos, alternados semanalmente e administrado pelo professor a partir da necessidade da turma. Já no 6º ano o professor tem a formação da licenciatura em matemática e o tempo semanal é fixo, de cinco encontros. Observamos assim que mesmo dentro de uma mesma Escola, que adota uma coleção de livros didáticos de matemática de um mesmo autor, “barreiras invisíveis” estão presentes na instituição.

Destacamos que a caracterização da aprendizagem e do ensino dos conceitos de área e perímetro, na transição entre o 5º e o 6º ano do ensino fundamental é o objeto da nossa pesquisa e estamos na etapa de observação da turma no 5º ano. Muito temos a percorrer.

Referências

ANWANDTER-CUELLAR, N. **Place et rôle des grandeurs dans la constrution des domaines mathématiques numérique, fonctionnel et géometrique et de leurs interrelations dans l’ enseignement au collège en France**. Tese de doitorado HPDS (Historie Philosophie et didactique des Sciences). Université Montpellier 2, Montpellier, 2012.

BELLEMAIN, P. M. B. Estudo de situações problema relativas ao conceito de área. In. **X ENDIPE – Encontro de didática e Prática de Ensino**. Anais do X ENDIPE. CD-Rom. Rio de Janeiro. 2000.

BELLEMAIN, P. M. B.; Lima, P. F. **Um estudo da noção de Grandeza e Implicações no Ensino Fundamental e Médio.** Natal. SBHMat, 2002.

BELLEMAIN, P. M. B. Análise comparativa da relação institucional às grandezas geométricas no ensino fundamental, no Brasil e na França. **Relatório das atividades desenvolvidas no âmbito do projeto de estágio pós-doutoral no exterior financiado pelo CNPq**. Recife, 2013. 95p.

BESSOT, A. **Pourquoi s'intéresser aux transitions entre cycles d'enseignement? Comment problématiser les phénomènes didactiques liés à ces transitions?**. 5ième Colloque International Franco-Vietnamien en Didactique des Mathématiques. HUE, Vietnam, May, 2015. <hal-01163266>

BRASIL. Secretaria de Educação Fndamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática** : Ensino de quinta a oitava série. Brasília : MEC, SEF, 1998.

CHEVALLARD, Y. L’análise des pratiques enseignantes em Théorie Anthropologie Didactique. *In*. **Recherches em Didactiques des Matematiques.** 1999, p.221-266.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M.-J. Un processus d’apprentissage du concept d’aire de surface plane. *In*. **Educational Studies in Mathematics**. v. 20, n.4, p. 387-424, 1989.

FERREIRA, L. F. D. **A Construção do Conceito de Área e da Relação entre Área e Perímetro no 3º ciclo do Ensino Fundamental: Estudos sob a Ótica da Teoria dos Campos Conceituais.** Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação. UFPE. Recife, 2010.

LARGUIER, M. **La construction de l’espace numérique et le rôle des reprises en classe de seconde: un problème de la profession**. These de doctorat. Universite de Montpellier 2, 2009.

GITIRANA, V; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S; SPINILLO, A. **Repensando multiplicação e divisão: contribuições da teoria dos campos conceituais**. 1ª edição, PROEM Editora Ltda, São Paulo, 2014.

VERGNAUD, G. La théorie des Chapms Conceptuels. **Recherches em didactique des mathématiques**. Grenoble: La Penseé Sauvage, 1990, vol.10, nº 2.3, p.133-170.

______. Le role de l’enseignant à la lumière des concepts de schème et de champ conceptuel. *In.* **Vingt des didactiques des mathématiques**. Org. ARTIGUE, M. et col. (orgs.). La Pensée Sauvage. Grenoble, pp. 177-191, 1994.

______. A Comprehensive Theory of Representation for Mathematics Education. *In*. **Journal of Mathematical Behavoir.** 1998, v.17, nº2, pp.167-181, 1998.