



I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática

01 a 06 de novembro de 2016

Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

ESTUDO DAS FUNÇÕES QUADRÁTICAS: ANÁLISE DAS CONDIÇÕES E RESTRIÇÕES INSTITUCIONAIS

Edmo Fernandes Carvalho

Universidade Federal da Bahia, Brasil

edmoFc@gmail.com

Luiz Marcio Santos Farias

Universidade Federal da Bahia, Brasil

lmsfarias@ufba.br

Resumo: O ensino dos objetos matemáticos ao longo da história, surgiu em decorrência das necessidades sociais. Na contemporaneidade, há uma certa dificuldade em compreender a razão de ser de determinados objetos e, portanto, de ensiná-los e/ou estudá-los. Talvez isso justifique aspectos negligenciados no ensino de determinados saberes. A partir de questões como: porque ensinar ou o que ensinar a respeito do gráfico das funções quadráticas, delineamos nossas questões de investigação nas dimensões epistemológica, ecológica e econômica. Essas constituem o problema de investigação (ou didático) no âmbito da Teoria Antropológica do Didático. Visamos analisar o processo de instrumentação de diferentes recursos tecnológicos por meio da criação e resolução de problemas matemáticos sobre o objeto gráfico de funções quadráticas. Entretanto, nesse trabalho fazemos um recorte dessa investigação, apresentando elementos de uma análise prévia a partir da experimentação de uma tarefa que evoca conhecimentos sobre propriedades gráficas da função quadrática, constituindo a fase inicial das análises que serão realizadas na dimensão econômica do referido problema didático. Acredita-se que a reconstrução de praxeologias a partir de situações numa nova configuração didática, auxiliará na reconstituição da compreensão da razão de ser do saber em jogo, que segue como perspectiva para continuidade dessa investigação.

Palavras-chave: Teoria Antropológica do Didático. Praxeologias matemáticas. Gráfico de funções quadráticas.

Introdução

Ao longo da história, os saberes foram passando por algumas transformações de forma aos adequarem para o ensino. Tais transformações, não são uma simples vulgarização do saber sábio, mas formas bastante sofisticadas de fazer o saber se perpetuar e ter um alcance significativo na sociedade. Esses saberes foram se desenvolvendo e criando uma estrutura própria e complexa, na tentativa de manter a essência daquilo que era considerado científico e

atender as necessidades sociais. Essa foi por exemplo uma das razões para o surgimento das instituições de ensino.

Esse movimento de transformações dos saberes, possivelmente tem influência nas dificuldades encontradas no processo de ensino e de aprendizagem, especialmente da matemática. Essa temática tem chamado a atenção dos membros de um grupo de investigação que estuda as relações entre a didática das ciências, matemática e tecnologias e os aspectos institucionais relativos as instituições de ensino, vinculado à Universidade Federal da Bahia - UFBA.

Nesse contexto, considera-se que as dificuldades enfrentadas por professores e estudantes, vão além de razões cognitivas ou simplesmente da forma que são ensinados os conteúdos matemáticos, são de ordem institucional, ou seja, leva em consideração aspectos como as relações entre os sujeitos, as instituições das quais fazem parte e os saberes.

No âmbito da Teoria Antropológica do Didático - TAD (CHEVALLARD, 1992), associamos as dificuldades supracitadas a problemas didáticos, que se caracterizam como problemas de investigação, geralmente definidos em três dimensões. Desse modo, buscamos compreender a condições de existência e restrições dos saberes nas instituições de ensino. Além disso, busca-se identificar os efeitos da integração de tecnologias no ensino dos objetos matemáticos. Para melhor compreensão do problema didático, delimitamos o objeto matemático a ser abordado na investigação. São apontadas algumas dificuldades na aprendizagem desse objeto (SILVA, 2013) e alguns aspectos são negligenciados no ensino das funções de um modo geral (REZENDE, PESCO, BORTOLOSSI, 2012).

Assim, considerando que as referidas dificuldades são consequências de fatores de ordem institucional, em que a configuração didática para o ensino do saber em questão mostra-se insuficiente para promover situações que propiciem a aprendizagem, nesse recorte da investigação, nos questionamos sobre quais condições e restrições são postas em prática para desenvolver as praxeologias matemáticas para o estudo das funções quadráticas em diferentes registros (nos quadros da análise, da álgebra e da geometria) por meio de ambientes tecnológicos, dentro dos limites atuais do sistema de ensino? Entretanto nessa primeira etapa da investigação nos detivemos a conhecer as condições e restrições dentro do que já está posto, ou seja, olhando para as praxeologias matemáticas desenvolvidas pelos sujeitos participantes da investigação.

Essa investigação está ancorada num projeto maior que se debruça sobre o estudo da *Incompletude das atividades institucionais*, no qual se entende que a não compreensão dos conceitos podem tornar a referida atividade matemática incompleta, caracterizada por

praxeologias inconsistentes. Desse modo, o olhar volta-se para a não exploração dos conceitos matemáticos ensinados. Temos constatado nas investigações que estão sendo desenvolvidas no âmbito do Núcleo Interdisciplinar de Pesquisas sobre Ensino e Didática das Ciências, Matemática e Tecnologias – NIPEDICMT/UFBA, que as atividades matemáticas das instituições que compõem as investigações estão ancoradas nos momentos técnico-prático e exploratório.

O contexto dessa etapa da investigação foi composto por estudantes de um curso de licenciatura em Matemática de uma universidade de Feira de Santana no estado da Bahia. Participaram dessa etapa 12 estudantes que cursavam a componente curricular Pré-cálculo, oferecida no ingresso do estudante nesse curso de licenciatura. Entretanto, todos os participantes repetiam a referida disciplina.

A abordagem metodológica utilizada foi de natureza qualitativa, na qual realizamos a análise praxeológica de uma tarefa proposta numa sequência de atividades, por meio das resoluções apresentadas pelos estudantes. Antes, apresentamos uma análise a priori da situação e assim é possível compararmos as possíveis técnicas que seriam utilizadas pelos estudantes com as que de fato foram utilizadas, prevendo outros possíveis comportamentos destes diante da situação.

Além disso, já levantamos algumas questões com base na análise realizada, que nortearão a análise do Modelo Epistemológico Dominante – MED, no qual buscaremos respostas na continuidade da investigação para compreendermos as razões para a forma que está instituído atualmente o tratamento dado a esse saber, bem como da proposição de um modelo epistemológico de referência – MER, imprescindível para estudar o saber matemático antes que se transforme em saber a ser ensinado (FARRAS, BOSCH, GASCÓN, 2013).

O referencial teórico-metodológico, que dá suporte a investigação é a Teoria Antropológica do Didático – TAD (CHEVALLARD, 1999), no que se refere as noções que são de extrema importância, como a de praxeologia, para daí pensarmos na desconstrução e posterior reconstrução destas, e as ferramentas de análises dessas praxeologias que nortearão o caminho a ser seguido para realizar as referidas reconstruções das organizações matemáticas dos participantes.

A noção de praxeologia constitui uma ferramenta fundamental utilizada no âmbito da TAD, para que seja realizada a descrição e interpretação (modelo epistemológico) da atividade matemática (AM) e em particular, os sistemas e modelos que intervêm no problema didático investigado (FARRAS, BOSCH, GASCÓN, 2013).

Ademais, essa produção de dados, visa colaborar com a concepção do Modelo Epistemológico de Referência, provisional e de acordo com as escolhas do investigador, que será o alicerce para delineamento de um Percorso de Estudo e Pesquisa, o qual não discutiremos nesse trabalho.

Percorso metodológico

A abordagem pretendida para desenvolver a proposta macro de investigação é o Percorso de Estudo e Pesquisa (CHEVALLARD, 2005), que nos referiremos sempre que se fizer necessário como PEP. Como este instrumento serve para analisarmos certas restrições que dificultam o desenvolvimento de uma determinada atividade didática nas instituições de ensino, afirmamos que as análises prévias que empreendemos com atividades de estudo e investigação (AER em francês), já constituem o referido PEP em nossa pesquisa.

Nesse PEP uma das etapas é dar conta da dimensão econômica do problema didático abordado, que se refere especialmente as formas de desenvolver a atividade matemática (AM) numa determinada instituição, sem perder de vista o questionamento: como tornar a AM uma ação reflexiva do sujeito nessa instituição.

Nessa abordagem estão previstas análises dos aspectos históricos e epistemológicos do saber específico que integra a investigação para compreender as práticas desenvolvidas nas mais variadas instituições, além dos estudos preliminares que visam identificar a tradição do ensino de um determinado saber matemático, bem como outros aspectos da cultura da instituição. Nesse trabalho, apresentamos esses estudos preliminares a partir das respostas produzidas por estudantes para uma tarefa sobre propriedades gráficas da Função Quadrática e do acompanhamento da relação desses estudantes na disciplina Pré-Cálculo. A referida análise corrobora com a proposição de hipóteses de trabalho, bem como para o refinamento da hipótese da investigação.

Além disso, com estas primeiras análises iniciamos o delineamento do Modelo epistemológico de referência (MER) que se concretiza com o PEP cujo principal objetivo é proporcionar um trabalho de investigação matemática propiciando aos participantes da investigação a oportunidade de desconstrução e reconstrução de praxeologias matemáticas, mas que estejam amparadas na epistemologia geral da Matemática.

O contexto da investigação inicialmente é composto por uma instituição de Ensino Superior de Feira de Santana. Os participantes, são estudantes do curso de Licenciatura em Matemática, especialmente de uma disciplina da área de Educação Matemática em que é estudado o referido saber. O estudo ocorrerá com os mesmos estudantes, que avançarem para uma disciplina ofertada no semestre seguinte, sendo esta uma disciplina voltada à prática docente.

Como fonte de produção de dados nessa primeira etapa da investigação utilizamos a observação direta, e respostas produzidas pelos estudantes, para realização de análise praxeológica relativa a tarefa proposta.

Resultados e discussão

É conveniente, de acordo com o campo de investigação de onde falamos, apresentar uma análise a priori da situação. Esperava-se que diante da tarefa proposta aos estudantes, estes apresentassem estratégias que imbricariam a linguagem natural, e a linguagem matemática com o uso de registros gráfico e algébrico, ancoradas no quadro da análise.

A tarefa proposta aos licenciandos em Matemática abordava a análise do comportamento gráfico de um determinado tipo de função quadrática por meio da manipulação de diferentes registros de representação, como segue:

Tipo de tarefa: Analisar a translação da parábola no sistema de coordenadas cartesianas.

Tarefa: analisar a translação vertical da parábola de acordo com um dos coeficientes da expressão algébrica (equação da parábola) que representa a função.

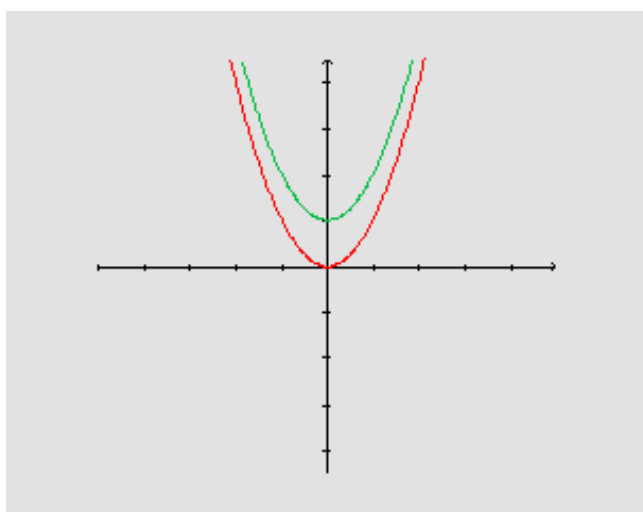
T₁: Consideremos uma função quadrática dada pela expressão $y = f_1(x) = ax^2 + k$ onde a é uma constante real, com $a \neq 0$. Observemos que, se $a = 0$, a função obtida não será do segundo grau, pois será a função constante nula. Qual a ação do coeficiente k quando comparamos o gráfico de f_1 ao da função $y = f_0(x) = x^2$?

Para esta tarefa os estudantes deveriam, ao menos no que se espera nos parâmetros do modelo epistemológico dominante, primeiro considerar alguns valores para k (por exemplo: $k=1$, $k=2$, $k=\frac{1}{2}$ e $k=-1$), o que poderia ser feito para qualquer outro valor real, para verificar

o que acontece com a função representada por $y = f_1(x) = ax^2 + k$ em relação ao gráfico da função representada por $y = f_0(x) = x^2$.

Observamos que para $k = 1$ cada ponto do gráfico de $y = x^2 + 1$ tem ordenada igual a uma unidade a mais do que a ordenada do ponto de mesma abscissa no gráfico de $y = x^2$. O gráfico de $y = x^2 + 1$ é o resultado de uma translação vertical de uma unidade da parábola que é o gráfico de $y = x^2$.

Figura 1 – Translação vertical da parábola de $y = x^2 + 1$



Fonte: <http://ecalculo.if.usp.br/>

Os estudantes deveriam realizar o mesmo processo para $k = 2$, percebendo nesse caso, que cada ponto do gráfico de $y = x^2 + 2$ tem ordenada igual a duas unidades a mais do que a ordenada do ponto de mesma abscissa no gráfico de $y = x^2$. O gráfico de $y = x^2 + 2$ é o resultado de uma translação vertical de duas unidades da parábola que representa graficamente a equação $y = x^2$. Esboçando o gráfico das funções quadráticas que tem k igual a $\frac{1}{2}$ e -1 , perceberiam que ocorre respectivamente uma translação vertical de $\frac{1}{2}$ unidade para cima e uma unidade para baixo.

Nesse primeiro momento, não foi indicado o uso de softwares dinâmicos ou calculadoras gráficas, mas esse é um ponto central na continuidade da investigação. O foco foi identificar restrições e condições institucionais por meio das práticas dos estudantes, o que de certo modo, revelam a forma institucionalizada na Educação Básica, já que estes estudantes se encontram no primeiro período do curso superior.

Feita a análise a priori da situação proposta aos estudantes, passamos a apresentação e análise das estratégias utilizadas por estes na experimentação da situação. Dentre os doze estudantes que participaram da atividade, uma estudante não apresentou resposta para a tarefa,

não deixando nenhum registro na mesma, mas dizia estar com dificuldades porque não compreendia o que era solicitado na questão. Seis alunos erraram, nesse caso estamos considerando que de modo geral a resposta produzida apresentava equívocos, como foi o caso do estudante Jorge (utilizaremos pseudônimos para nos referir aos estudantes), cujas estratégias apresentamos a seguir.

Jorge disse em parte de sua resposta que o gráfico se desloca para cima k unidades. Ao fazer tal afirmação o referido aluno só considera a translação vertical para cima, ou seja, implicitamente assume para k valores reais positivos, ou que qualquer que seja o valor de k a translação vertical ocorrerá apenas para valores positivos sobre o eixo das ordenadas. Além disso, não utilizou nenhum parâmetro visível para apresentar uma generalização, mas considera o gráfico da função representada pela lei algébrica $y = x^2$, que é esboçado em sua resposta, entretanto não esboça um gráfico para $y = x^2 + k$, este fato pode revelar que não está bem definido para o estudante, o que esta constante representa nessa função se comparada com a $f_0(x)$, ainda que tenha dito que ocorre a translação vertical num só sentido. Ao ser questionado sobre sua dificuldade em esboçar o gráfico de $f_1(x) = x^2 + k$, diz que é justamente o fato de representar “esse k ” que pode assumir qualquer valor real.

Salientamos que nessa etapa da investigação não nos detivemos à análise do duplo estatuto da parábola, o que será feito em outro momento. Assim, não fizemos distinção se para o estudante a lei algébrica $y = x^2$ estava representando uma função quadrática (como parece ter sido) ou a equação da parábola, nem as propriedades relacionadas aos dois objetos. Isto servirá como um dos indícios da compreensão dos estudantes a respeito do objeto matemático estudado por meio do PEP.

Quanto os outros cinco estudantes, a resposta ocorre de forma a revelar que naquele momento a noção de translação parecia um tanto confusa, pois referiam-se à translação horizontal, de acordo com uma tarefa do livro didático de referência, respondida por estes. A título de exemplo, utilizamos a resposta do aluno Carlos, ele afirma: *independentemente do valor de k , o gráfico vai se mover [...] no caso de $k=3$ o gráfico (parábola) vai se mover para cima e para a direita. Se o valor de k for negativo a parábola vai para direita e para baixo.* Outro fator relevante, que diz respeito as práticas anteriores desses estudantes, é que a forma algébrica privilegiada no estudo das funções quadráticas, embasadas no livro utilizado por eles, foi a forma canônica da função quadrática, e nesse caso, os estudantes podem ter confundido os coeficientes no momento de determinarem como ocorreria a translação.

Utilizamos esses dados presentes nas respostas dos estudantes, bem como os que apresentaram soluções corretas, para reforçar a hipótese da incompletude da atividade

matemática institucional. A esse respeito, inferimos que o trabalho dos estudantes está alicerçado na técnica, ou seja, revelam a prevalência da técnica sobre o significado do saber estudado. Afirmar que a parábola é deslocada para cima ou para baixo k unidades, surge nas estratégias como observação direta a partir dos gráficos construídos com diferentes valores para k , mas que pode ser facilmente generalizado e daí a resposta surge de forma quase automática. Mas porque, esse deslocamento ocorre verticalmente? Quando este ocorre para o lado direito ou esquerdo, ou quando ocorre verticalmente e horizontalmente? Como conhecer essas noções auxilia na compreensão do conceito desse tipo de função?

É recomendável que o estudo da função quadrática deve ser realizado de forma que o estudante estabeleça relações entre os coeficientes da equação polinomial do segundo grau e a forma do gráfico, por meio da exploração da forma fatorada $f(x)=a.(x-n)^2+k$. Isso é outro entrave significativo na aprendizagem dessas funções. Nesse caso, é necessário compreender o papel de três coeficientes, a , n e k . Entretanto, não significa que este ensino deva ser estabelecido apenas por meio da expressão analítica da função, ou seja, no quadro algébrico. Além disso, a forma dominante no ensino médio é o estudo da função quadrática na forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, mas a esse respeito, precisamos ainda analisar em alguns livros didáticos utilizados no ensino médio se isso se confirma num número maior de coleções.

Ademais, o ensino dos objetos matemáticos na Educação Básica normalmente está pautado na necessidade de auxiliar os estudantes a promoverem generalizações por meio sequências de exemplos (FIGUEIREDO, CONTRERAS, 2013). Segundo estes autores a ideia que permeia as representações sociais de alguns educadores é que os alunos possam identificar o que existe de comum entre vários casos diferentes para conseguirem identificar o que variou entre vários casos que se apresentam como semelhantes nas tarefas que lhes são propostas. No sentido diferente a esse pensamento estabelecido, existe um forte componente na relação entre estudantes, saber e professores, que cristalizam as formas de tratar os saberes estudados/ensinados, que influenciam de forma um tanto restritiva, no processo de variação de aspectos importantes de um conceito.

Já entre as estratégias corretas, identificamos que a falta de rigor na apresentação da solução, revela que existem lacunas nos quadros da análise, álgebra e geometria, além da dificuldade de utilizar técnicas pautadas em pelo menos dois registros de representação. Isso pode ser outro indício da referida incompletude da atividade matemática institucional que acreditamos ter sua gênese na Educação Básica, refletindo nas práticas desenvolvidas no Ensino Superior e que podem ser reproduzidas nas escolas quando estes estudantes exercerem a regência como professores de Matemática.

I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática

01 a 06 de novembro de 2016

Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

Uma questão importante de semântica, marcou as respostas para essa tarefa. Cinco estudantes utilizaram a expressão “o gráfico da função $y = x^2 + k$ (mesmo que considerando diferentes valores para k) é o mesmo da função $y = x^2$ [...]”.

Para estas soluções sintetizamos no quadro abaixo os elementos dos blocos técnico-prático e tecnológico-teórico:

Quadro 1 – Elementos dos blocos técnico-prático

Tipo de Tarefa (T): Transladar o gráfico da função quadrática		
Tarefa (T ₁): Transladar verticalmente a parábola após análise do valor de um dos seus coeficientes.		
Técnica (τ)	Tecnologia (Θ)	Teoria (Θ)
Consiste em fazer variar o valor de k ($k \in R^*$) e observar o efeito dessa variação esboçando o gráfico de $f_1(x) = ax^2 + k$.	Propriedades da Translação da parábola.	Conceito de variabilidade em função do coeficiente que está sendo analisado.

Fonte: Dados da pesquisa

Uma abordagem mais simplista da representação gráfica de uma função e o fato do trabalho não ser pautado na exploração da relação entre as diferentes representações para conceituar função, deve ser um dos fatores que ocasiona o problema da dificuldade na análise da relação entre as variáveis ou grandezas envolvidas numa tarefa.

Uma possível restrição institucional, identificada nas praxeologias matemáticas levadas da Educação Básica ao Ensino Superior, sobre as quais pretendemos identificar seus efeitos e verificar até que ponto existem, é o trabalho no campo numérico. Acreditamos que culturalmente os sujeitos buscam como resultados das tarefas, um número, e isso possivelmente implica na dificuldade de apresentar soluções que evocam conhecimento na relação dos quadros da análise, álgebra e geometria.

A noção de função não é estabelecida no contexto da *variabilidade* (REZENDE, PESCO, BORTOLOSSI, 2012), mas, em termos de uma correspondência estática entre os valores das variáveis “x” e “y”. O gráfico da função é normalmente esboçado a partir da construção de uma tabela de valores *notáveis*, aproximando esta noção a de máquina de entrada x e saída y. Desse modo, pode-se dizer que é em termos da correspondência $(x, f(x))$ ou $(x, y=f(x))$ que se estabelece a noção de função em alguns dos principais manuais didáticos da Educação Básica e conseqüentemente das praxeologias matemáticas nesse nível de ensino. Mas

esse fato ainda precisa ser verificado por meio de análises de diferentes coleções de livros didáticos. Esta forma de conceituar função não está errada, entretanto representa uma forma de restringir o conceito de função de acordo com seu desenvolvimento epistemológico- histórico.

Compreender o processo, sofisticado para alguns, da variação de uma grandeza que depende da variação da outra, é um aspecto importante no estudo do conceito de função, mas que se torna incompleto do ponto de vista epistemológico, se não estudarmos como ocorre esta variação, o que reforça a ideia da incompletude da atividade matemática institucional no que se refere ao ensino/estudo do saber em jogo. Questionar-se sobre casos mais particulares, não é uma prática tão comum na Educação Básica, entretanto integra um novo contrato didático, no Ensino Superior, sendo o que apontamos anteriormente, apenas um dos elementos desse contrato.

Mas o que leva o sujeito que estuda as funções a não compreensão do seu conceito? Precisamos investigar com cautela, revisitando aspectos epistemológicos e históricos desse saber, e contrastando com a parte empírica da pesquisa, os resquícios das diferentes concepções a respeito da conceituação de funções e as influências no seu ensino, que se localizará na análise do MED. De antemão, a partir da análise já iniciada, identificamos algumas características que nos auxiliaram no refinamento do objeto de investigação. Na evolução do conceito de função, no processo histórico de construção do conhecimento matemático, ele sai, gradativamente, do âmbito do Cálculo, enquanto relação entre quantidades variáveis, para o âmbito da Teoria dos Conjuntos, e isso pôde ser identificado na prática dos estudantes participantes da investigação, no momento do trabalho com a conceituação de função.

Tal definição, que apareceu somente no início do século XX e historicamente, pouco contribuiu para o desenvolvimento do conhecimento matemático em sentido amplo, principalmente se tomarmos como referência aquele usualmente ensinado na Educação Básica (REZENDE, PESCO, BORTOLOSSI, 2012), pode ser um dos elementos que contribuem para a restrição da atividade matemática institucional no Ensino Superior, ao menos no contexto do nosso estudo.

Falamos em possibilidades pois estamos no início da investigação, sendo assim, é possível que as dificuldades apresentadas pelos estudantes, mesmo para os cinco que acertaram parcialmente a tarefa, deva-se ao fato do conceito de função ter sido incentivado pelo desenvolvimento da álgebra simbólica e pela extensão do conceito de número (BUENO, VIALI, 2009), sendo estes, ainda segundo esses autores, os fundamentos que proporcionaram a introdução do conceito de função como uma relação entre conjuntos numéricos e como uma

expressão analítica das funções através de fórmulas, como normalmente é trabalhado na Educação Básica.

Nesse sentido, o olhar direcionado para aspectos institucionais, e os aspectos epistemológicos-históricos, podem auxiliar na compreensão do complexo fenômeno do desenvolvimento da atividade matemática institucional no que se refere mais especificamente, ao estudo da função quadrática.

Considerações finais

Já é possível com esses dados preliminares, inferirmos sobre a incompletude da atividade matemática institucional, isso porque o conjunto praxeológico na instituição integrante da investigação, mostrou-se incompleto, à medida em que as organizações matemáticas dos estudantes estão ancoradas no bloco técnico-prático, que parece não coadunar com o bloco tecnológico-teórico, que indica a consciência do sujeito a respeito da razão de ser daquilo que está sendo estudado.

Acreditamos que um trabalho que explore os diferentes registros de representação semiótica (DUVAL, 1995) o que é algo que apresenta certa complexidade aos professores e conseqüentemente aos estudantes, auxiliarão no direcionamento da atenção do sujeito para algumas características específicas dos conceitos matemáticos permitindo perceber um caso geral a partir de casos particulares, como foi o caso da tarefa proposta ao licenciandos em Matemática. Mas de forma mais específica pretendemos na continuidade dessa investigação buscar respostas as questões: Qual é o modelo epistemológico de referência (MER) para o conceito de uma função? O qual já iniciamos com o delineamento do PEP, com utilização de AERs. Quais são as razões de ser para essas funções? (Dimensão epistemológica). Que lugar pode ocupar e que papel podem ter ambientes tecnológicos para a criação e resolução de problemas sobre funções quadráticas e seu gráfico? Como o ambiente computacional pode mudar as praxeologias pessoais de estudantes? (Dimensão ecológica). Que condições são postas em prática para desenvolver as praxeologias matemáticas para o estudo das funções quadráticas em ambientes tecnológicos, dentro dos limites atuais do sistema de ensino? (Dimensão experimental).

Este trabalho necessitará identificar o modelo epistemológico dominante (MED) do sistema de ensino secundário, para podermos explicar as praxeologias pessoais dos estudantes participantes da experimentação. Em especial este MED pode ajudar a formular as regras

implícitas, desenvolvidas em matemática na Educação Básica, regras estas que limitam o surgimento de diferentes estratégias para resolver problemas que envolvem relações entre gráficos e expressões algébricas das funções quadráticas no Ensino Superior.

Referências

BOSCH, M. GASCÓN, J. Fundamentación antropológica e las organizaciones didácticas: de los “talleres de prácticas matemáticas” a los “recorridos de estudio e investigación”, IN: Bronner, Alain et al. **Apports de la théorie anthropologique du didactique: Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs) comme outils de connaissance et d’action**. IUFM de l’académie de Montpellier 2010, p.55-90.

BUENO, R.W.S., VIALI, L. A construção histórica do conceito de função. **EMR-RS - ANO 10 - 2009 - número 10 - v.1 - pp. 37 a 47.**

CHEVALLARD, Y. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, v.12.1, p.73-112, 1992.

_____. El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Vol. 19, nº 2, 1999.

_____. CHEVALLARD, Y. La place des mathématiques vivantes dans l’éducation secondaire: transposition didactique des mathématiques et nouvelle épistémologie scolaire. **La place des mathématiques vivantes dans l’éducation secondaire**, APMEP, 2005, pp. 239-263.

DUVAL, Raymond. **Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels**. Berne, Suisse: Peter Lang, 1995. p. 400.

FARRAS, B. B., BOSCH, M. GASCÓN, J. Las tres dimensiones del problema didáctico de la modelización matemática. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.15, n.1, pp.1-28, 2013.

FIGURIEDO, C. A., CONTRERAS, L. C. A função quadrática: variação, transparência e duas tipologias de exemplos. **AIEM - Avances de Investigación en Educación Matemática**. Nº 3, mai. 2013, pp.45 – 68. Disponível em <http://www.aiem.es>, acesso em 13/02/2015.

REZENDE, W. M.; PESCO, D. U.; BORTOLOSSI, H. J. Explorando aspectos dinâmicos no ensino de funções reais com recursos do GeoGebra. **Anais da 1ª. Conferência Latino Americana de GeoGebra**. ISSN 2237-9657, pp.74- 89, 2012.

SOUZA, A. R., SILVA, G. A. Desenvolvimento e análise de uma metodologia para o ensino da função quadrática utilizando os softwares ‘parábola’ e ‘oficina de funções’. **ZETETIKE – Cempem – FE – Unicamp – v. 14 – n. 25 – jan.jun./2006.**