



I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática

01 a 06 de novembro de 2016

Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

A GÊNESE DOCUMENTAL NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: INTERAÇÕES ENTRE O LIVRO DIDÁTICO E A GEOMETRIA DINÂMICA

Cibelle de Fátima Castro de Assis
Universidade Federal da Paraíba, Brasil
cibelle@dce.ufpb.br

Resumo: Esta pesquisa busca investigar na formação inicial de professores de Matemática a gênese documental para o uso de sistemas de geometria dinâmica a partir de propostas do livro didático. O referencial teórico - metodológico fundamenta-se na Abordagem Documental do Didático que consideramos para o caso do professor em formação inicial. O levantamento de dados ocorreu a partir do estudo de caso com uma estudante da Licenciatura em Matemática durante o processo de construção de uma proposta didática com o tema classificação de triângulos quanto aos lados e ângulos usando o software Geogebra. Podemos afirmar que o roteiro de atividades constitui um documento e foi produto de interações constantes com um conjunto de recursos. Na perspectiva instrumental, o roteiro apresentou pontos convergentes e divergentes com o livro que também foi produto das possibilidades e limitações do Geogebra. Para a estudante, a aprendizagem ocorre com a experimentação e com a observação de regularidades e assim, o roteiro composto por um protocolo de construções seguido de questionamentos colaboram para este objetivo. Acreditamos que os recursos mobilizados pela estudante subsidiarão a produção de novos documentos com suporte da geometria dinâmica que constituirão, ao longo do tempo, o trabalho documental da futura professora.

Palavras-chave: Formação de professores. Abordagem documental do didático. Geometria Dinâmica

Introdução e Justificativa

A prática do professor de Matemática é dinâmica. Ela compreende, entre outras atividades, a procura constante, seleção e utilização de recursos que possibilitem o desenvolvimento de seus objetivos de ensino em sala de aula. O professor mobiliza recursos diversos como livros didáticos, quadro negro, jogos, calculadoras, listas de exercícios, roteiros de aulas e além desses, mais atualmente, recursos computacionais.

A presença das tecnologias no cotidiano das pessoas e nas escolas têm provocado a necessidade de ações de formação de professores para a utilização desses recursos, seja ela inicial nos cursos de Licenciatura ou na formação continuada. Outra necessidade provocada

pela inserção das tecnologias no espaço escolar é a compreensão do impacto desses recursos e os modos pelos quais eles são incorporados à prática dos professores (TROUCHE, 2009; GUEUDET; PEPIN; TROUCHE, 2013).

De um modo geral, as publicações que orientam o ensino da Matemática na Educação Básica brasileira, como os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental - PCN (BRASIL, 1998) e do Médio (BRASIL, 2006), incentivam claramente o desenvolvimento curricular da Matemática associado ao uso de tecnologias computacionais.

Nos PCN (BRASIL, 1998) para os 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental os computadores aparecem como um dos “caminhos para se ‘fazer Matemática’ na sala de aula”. O documento destaca que o uso desses recursos permite ressignificar os processos de ensino e aprendizagem mediante a relativização da importância do cálculo mecânico e da simples manipulação simbólica, uma vez que por meio desses instrumentos, os cálculos podem ser realizados de modo mais rápido e eficiente. Ressaltam também a importância da linguagem gráfica e de novas formas de representação da Matemática que permitam novas estratégias de abordagem dos problemas pelos alunos e a possibilidade de um crescente interesse pela realização de projetos com atividades de investigação e de exploração como parte fundamental da aprendizagem. Destacam ainda, a oportunidade dos alunos de construir uma visão mais completa da verdadeira natureza da atividade matemática através de programas computacionais (BRASIL, 1998, p.43-44).

Entre esses recursos computacionais, os sistemas de geometria dinâmica, como o Geogebra, despertam um interesse particular. As Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – OCEM (BRASIL, 2006), destacam, por exemplo, que o uso do software de geometria dinâmica permite os estudantes a exploração e construção de conceitos matemáticos, a realização de experimentos, como também testar hipóteses, esboçar conjecturas e criar estratégias para resolver problemas ao tempo que são provocados a pensar matematicamente (BRASIL, 2006).

Para King e Schattschneider (2003) são diversos os benefícios e aplicações de um sistema computacional de geometria dinâmica para a compreensão da Matemática. Entre eles, o rigor das construções, a visualização, a exploração e a descoberta; a capacidade de realizar transformações em figuras geométricas; a capacidade de traçar lugares geométricos de pontos pré-definidos e de animar a forma como são gerados; a simulação de uma surpreendente variedade de situações devido a capacidade de arrastar.

No entanto, o uso desses ambientes nas aulas de Matemática não é frequente e muitas vezes não são exploradas as suas reais potencialidades. Estudos realizados por Laborde (2008)

evidenciam que o seu uso, quando acontece, apenas amplia as propriedades geométricas mas não se constitui a origem das atividades dadas aos estudantes como também não aparecem como ferramenta para resolver problemas.

As dificuldades dos professores com tais ambientes não estão associadas apenas ao conhecimento do objeto matemático ou das ferramentas do software, mas também ao planejamento e execução da proposta em sala de aula. Para Goos (2011) a tecnologia parece estar sendo usada meramente para substituir os cálculos manuais quando deveriam transformar a natureza do ensino e da aprendizagem em Matemática. Essas questões merecem ser discutidas em uma dimensão didática considerando contribuições e restrições desses ambientes para o ensino e para a aprendizagem.

Portanto, faz-se necessário pensar em ações que possibilitem a integração das tecnologias ao conjunto de recursos do professor e que dessa forma, ele mesmo possa ser agente de transformação na escola, juntamente com seus pares, contribuindo para a valorização dos recursos da escola e para a ressignificação da Matemática.

Particularmente, nos interessamos por ações de formação que possam ser planejadas com esta finalidade. Assim, considerando que o livro didático é o principal recurso dos professores de Matemática e o mais presente nas escolas, acreditamos que um caminho seria compreender como os estudantes da Licenciatura desenvolvem propostas didáticas a partir dele e como esse conjunto de recursos podem subsidiar o uso de sistemas de geometria dinâmica.

Para o estudo dos recursos, da apropriação e transformação que os professores imprimem sobre estes e suas implicações no desenvolvimento profissional e na prática docente, Guedet e Trouche (2009) apoiados na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, na Teoria Antropológica do Didático de Chevallard e na Teoria das Situações Didáticas de Brousseau, propuseram a *Abordagem Documental do Didático* (PEPIN; GUEDET; TROUCHE, 2013).

Apoiados nesta perspectiva, desenvolvemos um estudo de caso com uma estudante da Licenciatura em Matemática observando e interagindo com ela no processo de elaboração de uma proposta didática sobre a classificação dos triângulos (lados e ângulos) e posterior desenvolvimento em sala de aula realizados durante o seu Trabalho de Conclusão de Curso – TCC.

Assim, apresentamos neste artigo os resultados da pesquisa que teve como objetivo *analisar sob a perspectiva documental uma proposta didática de uma professora de Matemática em formação considerando a integração do livro didático e do software de geometria dinâmica Geogebra*. Neste momento enfatizamos a nossa percepção da

importância do acompanhamento pelo educador matemático do trabalho documental dos estudantes que se inicia na Licenciatura contemplando a apresentação de uma diversidade de recursos que lhes permita ir além do livro didático, mas principalmente que contemple a discussão sobre questões didáticas desses recursos e como eles se integram.

As perspectivas instrumental e documental de um recurso

Segundo Gueudet e Trouche (2009), com o tempo, os recursos de um professor são renovados ganhando outros significados e novas formas de utilização. Novos recursos passam a integrar o seu repertório e as experiências vivenciadas com os estudantes em situações de sala de aula modificam e influenciam a seleção e a criação de tarefas, ou mesmo seu plano de aula pode ser modificado a partir da interação com outros professores. Para esse conjunto de ações em que os professores transformam de maneira significativa seus recursos ao longo do tempo e, como produto constituem um *documento*, é denominado de *trabalho documental* do professor (GUEUDET; TROUCHE, 2009).

Os recursos ou sistemas de recursos de um professor não se caracterizam apenas por serem recursos materiais como são o computador e o livro didático. Eles compreendem uma componente *matemática* e também *didática* atribuídas ou construídas pelo professor para situações de aula específicas (GUEUDET; TROUCHE, 2009).

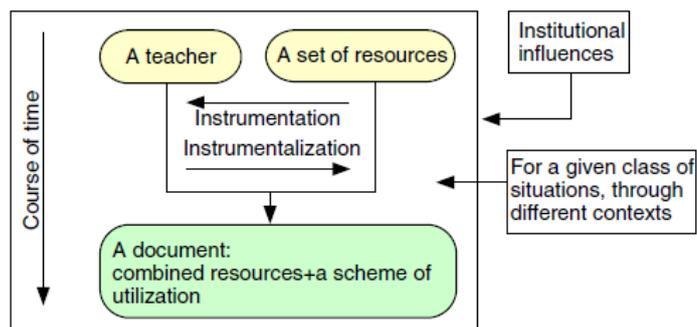
Assim, na componente matemática dos recursos é possível perceber as noções envolvidas, as técnicas e as tarefas propostas ou os roteiros de atividades. Na componente didática, têm-se os elementos organizacionais do desenvolvimento da proposta ou a sequência de ações planejadas para serem executadas em sala de aula.

No entanto, são nas ações do professor em um movimento constante de resignificação e de revisita de um recurso ou conjunto de recursos, considerando as componentes matemática e didática, que para Gueudet e Trouche (2009, p.199) se situa o “coração” da atividade e do desenvolvimento profissional do professor de Matemática.

Para os autores, esse movimento de resignificação é um processo composto por duas dimensões que tratam da: influência dos recursos (possibilidades e limitações) na atividade do professor e a apropriação e re(criação) pelo professor dos recursos, modificando-o para seu uso.

Guin e Trouche (1999) denominaram essas duas dimensões de *instrumentação* e *instrumentalização*, respectivamente, e chamaram esse processo de constituição de um documento de *gênese documental*. A Figura 1, a seguir, ilustra de forma esquemática a gênese documental.

Figura 1– Representação esquemática da gênese documental



Fonte: Gueudet; Trouche (2009, p. 206)

A figura evidencia que o processo de constituição de um documento ocorre quando o professor atribui um recurso para uma aula específica para o qual determina *esquemas de utilização*. Estes esquemas podem ser facilmente identificados quando são percebidas regularidades na ação do professor referente ao uso do recurso para uma mesma situação de aula em diferentes contextos. No entanto, também existem aspectos não observáveis nos esquemas de utilização do recurso chamados de *invariantes operacionais*, mas que podem ser inferidos a partir das concepções e crenças do professor sobre o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Dessa forma, Guedet e Trouche (2009) apresentam um documento como a composição de um recurso com usos observáveis e regulares na atividade do professor e para os quais estão associados os invariantes operacionais. Explicitam que um recurso não existe isolado e que ele pertence a um conjunto de recursos. E mais, que existe uma relação dialética entre recursos e documentos que ocorre ao longo do tempo, uma vez que um documento que já foi produzido a partir de um conjunto de recursos alimenta um novo conjunto de recursos que gerará, portanto, um novo documento. Assim, um documento não apenas dá suporte a atividade profissional também é um indicativo do desenvolvimento profissional do professor (GUEUDET; TROUCHE, 2009).

Considerações Metodológicas

O levantamento dos dados desta pesquisa ocorreu durante o processo de orientação e elaboração do Trabalho de Conclusão de Curso – TCC da estudante Edileide Alves, do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba - UFPB, Campus de Rio Tinto, ocorrido entre os meses de março e junho de 2016.

O TCC da estudante teve por objetivo investigar possibilidades da geometria dinâmica do software GeoGebra para o estudo da classificação dos triângulos quanto aos lados e ângulos a partir de adaptações do livro didático do 8º ano do Ensino Fundamental tomando como referência uma escola pública do município de Guarabira no Estado da Paraíba (ALVES, 2016). Para tanto, a estudante elaborou e desenvolveu em sala uma proposta didática que compreendeu um *roteiro de atividades* para ser utilizado por ela e pelos alunos.

Dessa forma, tomamos como fonte de informações: 1) a análise da estudante registrada no TCC sobre a proposta do livro da escola que serviu de referência para o roteiro de atividades; 2) as três versões do roteiro produzidas durante a orientação e enviadas por email; 3) uma entrevista gravada em vídeo onde a estudante revela as principais diferenças entre as versões do roteiro e 4) o desenvolvimento da aula na escola (gravada em vídeo).

Em nossa análise consideramos o *roteiro de atividades* como um documento produzido pela estudante, segundo a Abordagem Documental do Didático, para o qual investigamos o processo de *gênese documental*. Para tanto, apresentamos o processo de criação do roteiro a partir do livro destacando pontos convergentes e divergentes e as versões subsequentes do roteiro oriundas da interação com o Geogebra.

Os recursos livro didático e Geogebra na construção do roteiro de atividades

Para a proposta didática com o tema classificação dos triângulos quanto aos lados e ângulos, Edileide elaborou um *roteiro de atividades* tomando como referência o livro didático *Projeto Araribá*, do 8º ano, adotado na escola. Buscou realizar a adaptação da proposta considerando o exercício 2 (p. 71) e o exercício 1 (p.72) do capítulo 4 do citado livro.

O exercício 2 apresenta informações sobre as características dos diferentes tipos de triângulos considerando os lados e os ângulos em um esquema, a partir do qual propõe, por meio de perguntas, que o aluno deduza as definições dos triângulos classificados quanto aos lados ou ângulos. Já o exercício 1 propõe com uso de instrumentos de medida que os alunos

identifiquem os triângulos desenhados no livro, classificando-os quanto aos lados e os ângulos.

A Figura 2, a seguir, ilustra o exercício 2 (à esquerda) e o exercício 1 (à direita). Em vermelho, as respostas aos itens, uma vez que foi utilizado o livro do professor.

Figura 2 – Exercícios sobre classificação dos triângulos no livro didático

A professora de Jair classificou os triângulos conforme este esquema. Observe como ela fez e, depois, responda às questões em seu caderno.

Lados			Ângulos		
Triângulos					
Equilátero	Isósceles	Escaleno	Acutângulo	Obtusângulo	Retângulo
$a = b = c$	$a = b$	$a \neq b, b \neq c, c \neq a$	$\alpha < 90^\circ, \beta < 90^\circ, \gamma < 90^\circ$	$\beta > 90^\circ$	$\alpha = 90^\circ$

a) De acordo com o esquema, como os triângulos podem ser classificados considerando-se:

- a medida dos lados? equilátero, isósceles e escaleno
- a medida dos ângulos? acutângulo, obtusângulo e retângulo

b) Como podemos explicar o que é um triângulo equilátero?

c) Como você define o triângulo isósceles? E o triângulo escaleno?

d) Quando um triângulo é acutângulo?

e) O que é preciso para que um triângulo seja obtusângulo? E retângulo?

Use régua e transferidor e classifique os triângulos pelas medidas dos lados e dos ângulos. Responda no caderno.

a)
escaleno e obtusângulo

d)
escaleno e obtusângulo

b)
escaleno e retângulo

e)
escaleno e acutângulo

c)
equilátero e acutângulo

f)
isósceles e retângulo

Fonte: Projeto Araribá Matemática (2010, p.71).

De maneira geral, as versões do roteiro iniciaram com a obtenção dos triângulos no Geogebra seguindo um protocolo de construção para, em seguida, haver a discussão sobre a classificação. No protocolo, havia a indicação das ferramentas do software que permitiam a construção dos triângulos e a visualização das medidas dos lados e dos ângulos. As construções foram criadas e adaptadas pela estudante a partir de outras construções que tinha conhecimento. O modelo de protocolo foi espontaneamente resgatado a partir de experiências anteriores com os projetos em que participou usando o Geogebra.

Na primeira versão do roteiro, foram apresentados três protocolos de construção que gerariam, cada um, um triângulo equilátero, um triângulo isósceles e um triângulo escaleno com medidas pré definidas pela estudante. Assim, os alunos deveriam mover os vértices e observar o que ocorriam com as medidas dos lados, dos ângulos e se havia alguma relação entre os lados e os ângulos. No entanto, como os triângulos tinham medidas fixas não era possível mover os vértices e observar nenhuma relação. Essa limitação foi percebida por ela e uma segunda versão do roteiro foi feita.

I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática

01 a 06 de novembro de 2016

Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

Na segunda versão do roteiro foi acrescentada uma atividade (atividade 1) sobre condição de existência de triângulos mas que foi retirada por questões relacionadas ao tempo que não se tinha disponível na escola para desenvolver a proposta.

A atividade 2 da segunda versão apresentou três novos protocolos de construção que gerariam, em uma mesma tela, triângulos equiláteros, isósceles e escalenos quaisquer, separadamente construídos por meio de propriedades. Assim, as construções gerariam uma infinidade de exemplos para cada caso e com a movimentação dos vértices, os triângulos não deformariam. Porém, ao fazer testes na construção do triângulo escaleno percebeu que movendo os vértices sempre obtia-se um triângulo retângulo, o que gerou a necessidade de outro ajuste na proposta.

A atividade 2 foi composta por itens que buscavam na observação das regularidades das medidas dos lados de cada tipo de triângulo, aleatoriamente obtidas com a movimentação do vértices, estimular a definição e a escrita simbólica pelos alunos. Para tanto, a estudante estruturou um quadro no roteiro para o preenchimento das medidas observadas e também linhas em branco para as conclusões demandadas nos itens.

A última atividade da segunda versão do roteiro, atividade 3, tratou da classificação dos triângulos quanto aos ângulos. Apresentou as definições dos triângulos acutângulo, obtusângulo e retângulo por meio de escrita simbólica, como no esquema do livro didático, e pediu que os alunos utilizassem a ferramenta ângulo para exibir as medidas dos ângulos e obtivessem os triângulos apresentados, aproveitando as construções anteriores. Os itens a) e b) da atividade 3 solicitavam que os alunos registrassem casos particulares e desenhassem à mão livre alguns dos triângulos encontrados. No item c), que os alunos apresentassem alguma definição para os triângulos estudados e, no item d), que buscassem obter todas as combinações de triângulos considerando as duas classificações quanto aos lados e ângulos, registrando no quadro as medidas encontradas.

De maneira geral, a versão final do roteiro contemplou as atividades 2 e 3 da versão anterior porém com mudanças na estrutura de alguns itens. Assim, o roteiro foi composto por três atividades contemplando a classificação quanto aos lados (atividade 1) e ângulos (atividade 2), e as duas classificações simultâneas (atividade 3) utilizando como base as construções feitas no Geogebra da versão anterior do roteiro.

A Figura 3, a seguir, ilustra a partir do roteiro (3 páginas), o protocolo das construções e, no Geogebra, os triângulos resultantes, além dos itens das atividades 1,2 e 3 da versão final do roteiro com os ajustes considerados.

Figura 3 – Elementos do Roteiro (versão final)

ROTEIRO DE ATIVIDADES

ATIVIDADE 2

2. A professora de Jair também classificou os Triângulos conforme seus ângulos. Observe na tabela abaixo:

Acutângulo	Obtusângulo	Retângulo
Todos os ângulos internos são menores que 90°	Um de seus ângulos internos é maior que 90°	Um de seus ângulos internos é igual a 90°

a. Utilize a ferramenta **Ângulo** para encontrar os ângulos internos dos Triângulos. Observe que para encontrar o ângulo desejado deve clicar nos pontos no sentido anti-horário em relação ao ponto do meio. Renomeie cada ângulo encontrado para α (alfa), β (beta), γ (gama).

b. Movimente os vértices dos triângulos construídos e encontre cada um dos triângulos classificados acima conforme os ângulos acima. Esboce o desenho, as medidas dos lados e as dos ângulos.

c. Na atividade anterior foi possível encontrar todos os triângulos classificados conforme os ângulos (Acutângulo, Obtusângulo ou Retângulo)?

d. Escreva simbolicamente quando um triângulo é:
 Acutângulo: _____
 Obtusângulo: _____
 Retângulo: _____

ATIVIDADE 3

3. Movimentando os Triângulos encontre quando for possível:

Triângulo	Medida dos lados	Medida dos ângulos	Foi possível?
Equilátero	Acutângulo		
	Obtusângulo		
	Retângulo		
Isósceles	Acutângulo		
	Obtusângulo		
	Retângulo		
Escaleno	Acutângulo		
	Obtusângulo		
	Retângulo		

a. Ao mover o Triângulo equilátero o que você observa em relação aos seus ângulos? Você sabe explicar por que isso ocorre?
 b. Ao mover o Triângulo Isósceles, o que você observa em relação aos seus ângulos?
 c. No caso de um Triângulo Isósceles Retângulo, quais são os valores dos ângulos? Explique.

b. Na realização da atividade anterior o que você observou quanto às medidas dos lados dos Triângulos?
 Equilátero: _____
 Isósceles: _____
 Escaleno: _____

c. Escreva simbolicamente a relação entre os lados de cada triângulo, conforme sua classificação.
 Equilátero: _____
 Isósceles: _____
 Escaleno: _____

d. Defina com suas palavras cada um dos Triângulos:
 Equilátero: _____
 Isósceles: _____
 Escaleno: _____

PROTOCOLO

Ferramenta **Protocolo de construção - Triângulo Equilátero**

Construa um segmento AB.

Construa dois círculos, um com centro (A) e um de raio igual ao comprimento de AB e outro com centro (B) e raio igual ao comprimento de AB.

Crie o Ponto de Interseção entre as duas circunferências.

Crie um Polígono para destacar o Triângulo. Selecione todos os vértices e clique novamente no ícone **Polígono**.

Clique sobre um dos segmentos, depois em **Propriedades** e ative **Mostrar** e **Esconder** dos seguintes:

No ítem **Algebras** desative as listas.

Clique na função **Texto** e digite o nome do Triângulo: Triângulo Equilátero.

Ferramenta **Protocolo de construção - Triângulo Isósceles**

Construa um segmento AB com centro (B) e um de raio qualquer (R).

Crie um círculo com centro (A) e raio igual ao comprimento de AB.

Clique em **Interseção** e escolha as opções **Mostrar** e **Esconder** dos seguintes:

No ítem **Algebras** desative as listas.

Clique na função **Texto** e digite o nome do Triângulo: Triângulo Isósceles.

Ferramenta **Protocolo de construção - Triângulo Escaleno**

Construa um segmento AB.

Construa dois círculos, um com centro (A) e um de raio qualquer (R1) e outro com centro (B) e raio qualquer (R2).

Clique em **Interseção** e escolha as opções **Mostrar** e **Esconder** dos seguintes:

No ítem **Algebras** desative as listas.

Clique na função **Texto** e digite o nome do Triângulo: Triângulo Escaleno.

ATIVIDADE 1

a. Movimente os vértices dos Triângulos construídos e encontre três triângulos do tipo Equilátero, do tipo Isósceles e do tipo Escaleno. Escreva na tabela abaixo as medidas dos lados encontradas.

Triângulo	Medidas dos lados	Desenho a mão livre
Equilátero		
Isósceles		
Escaleno		

CONSTRUÇÕES NO GEOGEBRA

Fonte: Alves (2016)

Da segunda versão para a versão final do roteiro merecem destaque alguns mudanças. Por exemplo, a inclusão da ferramenta Texto no protocolo de cada uma das construções para que aparecesse na tela do Geogebra o tipo de triângulo (equilátero, isósceles ou escaleno) a ser formado. Essa informação pode ser vista na Figura 3, acima de cada triângulo.

Outra mudança diz respeito a criação de um quadro contendo um espaço em branco para desenhos à mão livre que foi inserido no item a) da atividade 1. Essa proposta foi resgatada da primeira versão do roteiro.

Mais uma mudança, agora no enunciado da atividade 3 da segunda versão, onde a estudante omitiu das definições a escrita simbólica (com uso das letras α , β e γ), optando por uma definição escrita em linguagem natural, por exemplo, para o triângulo obtusângulo escreveu “um de seus ângulos internos é menor que 90°” ao invés de “ $\beta < 90^\circ$ ”. Essa informação pode ser vista na Figura 3 no detalhe do enunciado da atividade 2 da versão final do roteiro.

Por fim, destacamos da atividade 3 da versão final a reformulação do quadro equivalente à atividade 3 da segunda versão. Foram adicionadas colunas para o preenchimento das medidas dos lados e dos ângulos relativos às combinações dos tipos de triângulos (ângulos e lados) e outra coluna onde os alunos deveriam identificar SIM ou NÃO para a possibilidade de obter, por exemplo, um triângulo equilátero e obtusângulo e também para escrever a relação entre as medidas dos ângulos e dos lados na classificação dos triângulos.

Para realizar as adaptações dos exercícios para o Geogebra e para em seguida produzir o roteiro de atividades da aula, a estudante afirmou ter sido guiada por “palavras-chave” recorrentes nas leituras feitas para a produção do TCC no que trata da geometria dinâmica. Ela destaca, por exemplo, “[...]construir, testar, comparar, analisar/conjecturar, observar, mover/arrastar, entre outras [...]” (ALVES, 2016, p.52).

Assim, a estudante utilizou os exercícios como referência para construção do roteiro, recorrendo ao livro várias vezes, fosse para criar, adaptar ou reformular proposições para o roteiro associado ao uso com o Geogebra. Por exemplo, sobre o exercício 2 do livro, em seu TCC, antes da produção do roteiro, a estudante destacou a ausência de possibilidades de exploração das características dos triângulos pelos alunos:

Observamos que no esquema apresentado, o autor oferece todas as informações necessárias para que o aluno chegue às conclusões desejadas nas questões que seguem abaixo do esquema, não dando a ele a oportunidade de experimentar formas de validação nem de criar raciocínios dedutivos (ALVES, 2016, p.49)

Outro ponto discutido pela estudante na análise do exercício 2 do livro tratou das figuras prototípicas e de possíveis incompreensões decorrentes da apresentação das características dos triângulos no esquema do livro:

[...] para cada tipo de triângulo existe apenas uma imagem em uma única posição podendo induzir o aluno para que cada classificação o Triângulo terá sempre essa posição. Ainda, no caso do triângulo isósceles, deve-se deixar claro que quaisquer dois de seus lados tem que ter medidas iguais e o terceiro lado é a base do triângulo. Pois, olhando a apresentação desse triângulo [...], preocupamo-nos com a possibilidade de se mudarmos a posição do triângulo e não mostrarmos as medidas a e b, o aluno talvez não identifique onde estão esses lados e a base do triângulo. (ALVES, 2016, p.50)

Em relação à classificação dos triângulos quanto aos ângulos, a notação simbólica $\beta > 90^\circ$ e $\alpha = 90^\circ$ utilizada no livro para os triângulos obtusângulo e retângulo, respectivamente, também foi questionada pela estudante. Para ela, a especificação por meio de uma letra pode

“confundi-los, pois qualquer um dos ângulos internos pode satisfazer essas condições, independente da letra utilizada” (ALVES, 2016, p.51)

Com relação ao exercício 1, as críticas feitas por Edileide retrataram o uso de figuras prontas sem que os alunos fizessem suas próprias construções com os instrumentos de medidas e de desenhos indicados e também pela limitação de possibilidades de combinação entre os triângulos. A estudante registrou em seu TCC que:

[...] apesar de incentivar os alunos a utilizarem os instrumentos régua e transferidor que também possuem importância para o estudo de alguns conteúdos na matemática e para situações do cotidiano, o livro nesse exercício não incentiva os alunos a fazerem suas próprias construções. Não vemos diferencial em apenas medir lados e ângulos de triângulos que já foram desenhados/dados pronto anteriormente. Além disso, os desenhos dos triângulos apresentados não mostram todas as possibilidades, de um triângulo classificado conforme os lados seja ao mesmo tempo acutângulo, obtusângulo ou retângulo. Limitando com isso, a capacidade dos alunos em realizar os testes necessários para o estudo ALVES (2016, p.51).

Percebemos que as críticas em relação as propostas dos exercícios foram contempladas na versão final do roteiro. Cabe destacar que tais considerações foram fruto de uma análise própria da estudante mediante as suas interações com o livro, com Geogebra e com as versões anteriores do roteiro e que as nossas intervenções, enquanto orientadora, respeitaram o processo pessoal da estudante.

A gênese documental: identificando as interações com os recursos

Nesta sessão buscaremos identificar no processo de construção do roteiro e no desenvolvimento da aula sobre classificação dos triângulos (lados e ângulos) elementos que possam configurar uma gênese documental.

Afirmamos que o processo de construção do roteiro foi caracterizado por um processo dinâmico que ocorreu de forma não linear ao longo do tempo. Para tanto, a estudante recorreu a um conjunto de recursos para a situação da aula descrita, a saber, suas concepções de aprendizagem, o livro didático da escola, as orientações dos textos de referência sobre a temática, as construções de triângulos no Geogebra disponíveis na internet, as versões anteriores do roteiro e também a colaboração da professora orientadora.

Assim, identificamos um processo de apropriação do livro didático e do Geogebra que resultou no documento *roteiro de atividades*. Ajustes e adaptações desses dois recursos foram contempladas no roteiro de forma que a proposta estivesse adequada aos objetivos da aula mas ao mesmo tempo, condicionada às possibilidades e limitações do software. Neste aspecto,

identificamos as dimensões *instrumentação e instrumentalização* da gênese documental, que permitiu a produção do roteiro.

O livro teve a função de suporte para roteiro que passou a apresentar aspectos em comum mas, ao mesmo tempo, como resultado dessa apropriação e da mobilização de concepções da estudante sobre o tema, o roteiro também resultou em uma proposta diferente da proposta do livro didático em vários sentidos. Vejamos alguns exemplos.

O enunciado das atividades 1 e 2 seguiu a orientação do livro, supondo a situação inicial hipotética *a professora de Jair classificou os triângulos* mas encaminhando para a visualização dos mesmos no GeoGebra. Percebemos também a atenção dada para o registro simbólico das relações entre os lados no item c) da atividade 1 e no item d) da atividade 2 da versão final do roteiro explorados no livro didático.

Por outro lado, enquanto o livro didático considerou a classificação dos triângulos quanto aos lados e ângulos em uma proposta única nos dois exercícios, o roteiro foi desenvolvido em atividades separadas (atividades 1 e 2) sendo a classificação unificada na última (atividade 3). Porém, houve uma preocupação de que as construções fossem utilizadas para todas as atividades de forma que houvesse tempo também para as discussões que seguiriam em sala.

Para a estudante seria importante abordar questões que não foram tratadas no exercício 2 do livro. Assim, foi proposto que ao mover os triângulos no Geogebra fosse possível perceber que em um triângulo equilátero tem-se três ângulos iguais de medidas 60° , que em um triângulo isósceles tem-se dois ângulos iguais, e ainda que os valores dos ângulos de um triângulo isósceles retângulo devem ser necessariamente, 45° , 45° e 90° . Isso de fato foi proposto na atividade 3 do roteiro.

Nos ajustes entre as versões do roteiro, observamos como o conhecimento sobre as ferramentas do Geogebra foram mobilizados mediante a necessidade de alcançar seus objetivos de ensino, portanto, guiando sua atividade em sala. Por exemplo, em relação às construções, quando perguntamos em entrevista sobre a ideia matemática mais importante e ao mesmo tempo mais difícil da sua proposta e que deveria ser contemplada com uso do software, a estudante respondeu: “[...] foi tentar fazer as construções de forma que ao arrastar mudassem os valores”, o que demandou um estudo sobre protocolos e sobre o processo de construção dessas figuras geométricas e o estudo de suas propriedades. Também mobilizou conhecimentos prévios sobre o Geogebra que proporcionariam maior entendimento dos alunos sobre os triângulos, como por exemplo, a ferramenta Texto para identificar os triângulos que seriam construídos e as ferramentas para exibir as medidas dos lados e ângulos.

No sentido contrário também percebemos a influência do Geogebra na sua atividade em sala de aula, por exemplo, a construção do triângulo escaleno não lhe permitiu obter um triângulo retângulo, visto que apenas obteve valores aproximados mas nunca exatos a 90° . Segundo Edileide, em entrevista, “ [...] o escaleno era possível, mas eles não encontraram por causa da precisão dos valores que passavam muito rápido”.

De maneira geral, enquanto o livro partiu de informações gerais sobre a classificação de triângulos usando notação simbólica e figuras prototípicas, as construções do Geogebra permitiram partir da observação de casos particulares e suas regularidades com várias possibilidades de triângulos em diferentes posições, para gerar conclusões e registros simbólicos.

Destacamos aqui que essa questão foi atendida na dimensão didática do roteiro construídas ao longo do tempo. De fato, podemos inferir *usos ou regras de ação* para o roteiro, como: apresentar um protocolo de construção para ser seguido pelos alunos com indicação de ferramentas e a sequência do uso delas; disponibilizar espaços em branco (quadros e linhas) para o preenchimento das medidas dos ângulos e lados e também para os desenhos à mão livre dos triângulos que foram encontrados pelos alunos e apresentar perguntas após a obtenção de casos particulares no Geogebra.

A partir do roteiro e do seu uso na intervenção em sala de aula, gravada em vídeo, pudemos inferir também sobre esquemas de ação que compreenderam os seguintes *invariantes operacionais*: os alunos aprendem melhor quando colocados em situações de descoberta e de experimentação; a diversidade de triângulos obtidos colaboram para uma compreensão mais ampla sobre os tipos de triângulos e suas combinações; o modelo de protocolo apresentado facilita a construção dos triângulos no Geogebra; os alunos compreendem melhor as informações coletadas (regularidades) quando organizadas em quadros mas separando o tipo de classificação inicialmente para depois trabalhar simultaneamente lados e ângulos; as “letras” que indicam os lados e os ângulos devem ser relativizadas; e os alunos devem utilizar a escrita simbólica para representar as relações entre os lados e os ângulos de acordo com a classificação.

Após a realização da intervenção em sala, a estudante revelou suas dificuldades em dar a atenção necessária aos alunos na resolução das atividades no laboratório de informática e para tanto, seria útil um colaborador. Disse que uma possível mudança que faria numa próxima utilização do roteiro seria considerar mais uma aula visto que o tempo não foi suficiente para executar todo o roteiro e rever como seria possível obter um triângulo retângulo a partir de uma construção de um triângulo escaleno qualquer.

Conclusões

Concluimos a partir deste trabalho que as dimensões do processo de gênese documental não ocorreram isoladamente tampouco é definitivo e reforçam a afirmação de Pepin, Guedet e Trouche (2013) que o processo de apropriação dos recursos, as modificações com o uso e o desenvolvimento profissional estão conectados de forma próxima com um processo particular do professor que é a aprendizagem através do uso.

Assim, acreditamos que as experiências mais significativas na formação de um estudante da Licenciatura estariam relacionadas às situações de aula específicas para as quais mobilizaria recursos (prévios ou novos) e produziria documentos que pudessem ser validados dentro e fora da sala de aula, na universidade ou na escola.

Nessa tarefa destacamos o livro didático como um recurso importante para subsidiar tais ações pois permitiu a adequação e a criação de um proposta didática integrada a outro instrumento para a aprendizagem do aluno, no caso o Geogebra.

Buscamos na *abordagem documental do didático* a referência teórica e metodológica para a análise a que nos propomos, porém com adequações no que cabe a observação de regularidades no uso dos recursos e nos esquemas de utilização que não advieram com a experiência docente ao longo do tempo, como recomenda a literatura.

No entanto, parece-nos natural que o roteiro produzido e todos os recursos mobilizados subsidiaram a produção e integração de novos recursos que formarão em breve um trabalho documental não mais da estudante, mas da professora Edileide.

Acreditamos que o acompanhamento e análise desses processos, a partir de estudos de casos individuais e de grupos de estudantes revela aspectos que favorecem ações de formação que poderão colaborar com o desenvolvimento profissional desses estudantes para o uso de sistemas de geometria dinâmica, portanto, para o trabalho documental.

Da experiência vivenciada enquanto educadora matemática, ficou suficientemente clara a influência que temos nos processos formativos dos estudantes no que dizem respeito aos recursos e suas dimensões matemática e didática que apresentamos e discutimos na Licenciatura.

Referências

ALVES, E. **A Geometria Dinâmica no estudo e classificação dos Triângulos**: adaptando exercícios do livro didático e construindo atividades com o GeoGebra. (TCC). Universidade Federal da Paraíba, Rio Tinto, 2016.

I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática

01 a 06 de novembro de 2016

Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Parâmetros **Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. 5^a a 8^a Série. Brasília: 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2006.

GOOS, M. Technology Integration in Secondary Mathematics: Enhancing the Professionalisation of Prospective Teachers. *In: Constructing knowledge for Teaching Secondary Mathematics: Tasks to Enhance Prospective and Practicing Teacher Learning*. Org. ZASLAVSKY, O.; SULLIVAN, P. Editora Springer, New York, 2016.

GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Towards new documentation system for mathematics teachers? **The International Journal on Mathematics Education - ZDM**, Springer, v.71, p.199-218, 2009.

GUEUDET, G., PEPIN, B.;TROUCHE, L. Collective work with resources: an essential dimension for teacher documentation. **The International Journal on Mathematics Education – ZDM**. Springer, v.45, p.1003-1016, 2013.

GUIN, D; TROUCHE, L. The complex process of converting Tools into Mathematical Instruments: The Case of Calculators. **International Journal of Computers for Mathematical Learning**. Kluwer Academic Publishers, Netherlands: vol.3, p.195–227, 1999.

KING, J.R; SCHATTSCHNEIDER, D. **Geometria Dinâmica**. Lisboa: Editora Associação de Professores de Matemática, 2003.

LABORDE, C. Multiple dimension involved in the design of tasks taking full advantage of dynamic interactive geometry. *In: Tecnologias e Educação Matemática*. Org. CANAVARRO, A; MOREIRA, D.; ROCHA, M. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 2008.

LEONARDO, F.M. **Projeto Araribá Matemática**. São Paulo: Editora Moderna, 2010.

PEPIN, B., GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Re-sourcing teachers'work and interactions: a collective perspective on resources, their use and transformation. **The International Journal on Mathematics Education – ZDM**. Springer, v.45, p.929-943, 2013.

TROUCHE, L. Penser la gestion didactique des artefacts pour faire et faire faire des mathématiques: histoire d'un cheminement intellectuel. *In: L'Éducateur*, 0309, 35-38, 2009. Disponível em:

https://www.academia.edu/5118819/Trouche_L._2009_Penser_la_gestion_didactique_des_artefacts_pour_faire_et_faire_faire_des_math%C3%A9matiques_histoire_d_un_cheminement_intellectuel. Acesso em: 11.fev. 2015