



I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática

01 a 06 de novembro de 2016

Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

O PERCURSO DO ENSINO DE ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA ANÁLISE A PARTIR DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

Marcia Aguiar
Universidade Federal do ABC-UFABC, Brasil
marcia.aguiar@ufabc.edu.br

Elio Carlos Ricardo
Universidade de São Paulo – USP, Brasil
elioricardo@usp.br

Resumo:

Em pesquisas voltadas à formação de professores de matemática encontramos relatos de professores que não se sentem seguros para ensinarem álgebra. Isso se deve às falhas na sua formação tanto na Escola Básica quanto no Ensino Superior. Acreditamos que isso pode prejudicar tanto a escolha do material didático de apoio para as suas aulas quanto a sua reflexão diante da sua prática pedagógica. Neste trabalho queremos apresentar como a Teoria Antropológica do Didático pode ser uma ferramenta importante para esse professor analisar um livro didático e refletir sobre sua prática pedagógica. Para isso, analisamos o percurso do ensino de álgebra em um livro didático nos anos finais do Ensino Fundamental à luz da Teoria Antropológica do Didático. Com o auxílio desta teoria compreenderemos como o livro desenvolve o pensamento algébrico. Assim, percebemos como a coleção precisa da intervenção do professor para cumprir o objetivo de formação a que se propôs. Com este tipo de análise o professor pode compreender a proposta de ensino do livro didático e perceber as lacunas existentes neste percurso. Desta maneira, conseguimos mostrar que ferramentas de análise como esta são importantes e necessárias de serem estudadas na formação inicial do professor de matemática.

Palavras-chave: Ensino de Álgebra. Pensamento Algébrico. Teoria Antropológica do Didático. Livro Didático.

Introdução

Encontramos na literatura pesquisas como Zazkis e Liljedahl (2002), Oliveira (2008) e Santos (2007) que revelam que a formação dos professores em álgebra é deficitária. O trabalho de Zazkis e Liljedahl (2002) identificou que os professores conseguiam encontrar as regularidades e discutir o problema algebricamente, porém tinham dificuldades de encontrar uma expressão algébrica para representar o que eles estavam discutindo. Oliveira (2008), ao analisar o trabalho de professores em formação, destaca a dificuldade destes em ensinar como se escreve uma expressão algébrica a partir de uma generalização.

Ao entrevistar professores de matemática acerca de suas formações em álgebra, Santos (2007) verificou que eles apresentavam uma insatisfação com a sua formação, tanto na escola

básica quanto no Ensino Superior. A partir dessas pesquisas, acreditamos que o professor, de forma geral, percebe quando sua formação é insuficiente, então, muitas vezes, prefere copiar e aceitar sem discussão a proposta de ensino estipulada no livro a usar seus conhecimentos adquiridos nas suas práticas. Ao mesmo tempo, sabemos que, mesmo que exista essa obediência cega ao percurso proposto pelo livro didático, o professor atua como mediador entre o livro didático e o aluno, então, um novo processo de didatização sempre ocorre.

Mas, temos que aceitar que, muitas vezes, o livro didático é o mais próximo ou o único material de apoio para a preparação das aulas da maioria dos professores. Consequentemente, o livro didático acaba sendo um grande divulgador de ideias, saberes matemáticos e concepções. Por isso, analisar e refletir sobre a concepção de ensino de álgebra presente nos livros didáticos pode auxiliar na formação inicial e continuada do professor.

Objetivo e problema

Em Aguiar (2014), analisamos o percurso de didatização da álgebra nos livros didáticos nos anos finais do Ensino Fundamental, a luz da Teoria Antropológica do Didático (TAD). Como resultado, encontramos distintas didatizações, que buscavam desenvolver o pensamento algébrico. Em cada coleção analisada ficou evidente a necessidade da atuação do professor sob o material didático para que o livro tivesse o seu objetivo alcançado.

Nogueira (2008), também, utilizou a TAD para questionar se uma das fontes das dificuldades da aprendizagem em álgebra não seria fruto de como a álgebra está sendo ensinada aos alunos. A autora analisou o capítulo de equação de 1º grau do livro do 7º ano do Ensino Fundamental de três coleções aprovadas no PNLD-2008. Ela observou as praxeologias existentes em relação à tarefa de resolver a equação de 1º grau e levantou os momentos de estudos apresentados nos livros. Nas três análises, Nogueira (2008) verifica que os autores não completam as praxeologias da tarefa de resolver a equação de 1º grau.

Em outra pesquisa, Bittar e Silva (2009) analisaram três livros didáticos do 9º ano do Ensino Fundamental, escolhidos entre os aprovados do PNLD-2006 e PNLD-2008. Com a TAD, eles verificaram que havia muitas similaridades no processo de didatização dos três livros didáticos em relação à determinação das raízes (da solução) de uma equação de 2º grau. Os livros não deixavam explícito o discurso tecnológico-teórico relativo às técnicas utilizadas.

Em Bittar, Freitas e Pais (2014), encontramos outras pesquisas que utilizaram a TAD para analisar tanto o material didático quanto as práticas pedagógicas. Percebemos com esses trabalhos, o quanto essa teoria foi capaz de responder as perguntas destas pesquisas. Então,

para analisar esse percurso, utilizaremos a TAD, pois acreditamos que esta teoria é uma interessante ferramenta de análise de materiais didáticos e de práticas pedagógicas.

Assim, pretendemos responder as seguintes perguntas: Como o livro desenvolve o pensamento algébrico? Quais são as praxeologias existentes no percurso do ensino de álgebra? Como podemos identifica-las? Desta maneira, teremos um conjunto de análises para refletir sobre o quanto as praxeologias incompletas podem gerar problemas na aprendizagem da álgebra na formação do aluno.

Ensino de álgebra e pensamento algébrico

Barbosa e Borralho (2009) afirmam que o que ainda prevalece, no ensino de álgebra, é o desenvolvimento de um conjunto de técnicas operatórias que busca apenas resolver equações. Mas como disse Usiskin (1994), o ensino de álgebra não deve ser só isso e, sim deve estar pautado em algumas concepções, tais como: a álgebra deve ser ensinada como uma aritmética generalizada e, mais que isso, como um meio para resolver problemas, não esquecendo que o ensino de álgebra é um estudo de relações e que na própria álgebra em si existem estruturas e propriedades dessas estruturas.

Para desenvolvermos esse ensino de álgebra, segundo Usiskin (1994), precisamos construir o conhecimento algébrico que vai além de estudar as regras e procedimentos de resolução. Precisamos compreender a álgebra e seus conceitos; precisamos desenvolver o conhecimento algébrico. Neves (1995) nos ajuda a entender o que estava chamando de pensamento algébrico ao afirmar que:

Como toda forma de conhecimento, o conhecimento algébrico é também um produto cultural, construído no processo de ensino e aprendizagem a partir de um conhecimento humano já existente. Para se construir um conhecimento deste tipo será preciso pensar algebricamente. Chamaremos de pensamento algébrico esta intenção ou forma de pensar que possibilite a construção de um conhecimento algébrico. (NEVES, 1995, p. 1-2)

Ou seja, para construir esse conhecimento algébrico precisamos desenvolver uma forma de pensar que favoreça essa construção. Para essa forma de pensar, usaremos a expressão pensamento algébrico. Pensando dessa maneira, o ensino de álgebra deveria ter como objeto de estudo o pensamento algébrico, e então o desenvolvimento do uso da linguagem algébrica seria uma consequência intencional desse estudo. Como dizem Fiorentini, Miguel e Miorim (1993)

Essa relação de subordinação do pensamento algébrico à linguagem desconsidera o fato de que, tanto no plano histórico quanto no pedagógico, a linguagem é, pelo menos em princípio, a expressão de um pensamento. (FIORENTINI, MIGUEL e MIORIM, 1993, p. 85)

Para Arcavi (2006) faz parte do pensamento algébrico a conceitualização e a aplicação da generalidade, a ideia de variabilidade e a estruturação do pensamento algébrico através de uma simbologia. Na mesma direção, para Barbosa e Borralho (2009) salientam que o pensamento algébrico

diz respeito à simbolização (representar e analisar situações matemáticas, usando símbolos algébricos), ao estudo de estruturas (compreender relações e funções) e à modelação. Implica conhecer, compreender e usar os instrumentos simbólicos para representar o problema matematicamente, aplicar procedimentos formais para obter um resultado e poder interpretar e avaliar esse resultado. (BARBOSA e BORRALHO, 2009, p. 1)

A importância do desenvolvimento do pensamento algébrico aparece também nos documentos oficiais. Os PCN ressaltam que:

Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver alguns aspectos da álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que as atividades algébricas serão ampliadas. Pela exploração de situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreenderá a “sintaxe” (regras para a resolução) de uma equação. (BRASIL, 1998, p. 50-51)

Como percebemos, tanto na literatura quanto nos documentos oficiais, o ensino de álgebra deveria estar mais pautado na construção de um pensamento algébrico. Por isso, assumimos que o pensamento algébrico deveria ser objeto de ensino da escola básica e que as atividades propostas nos materiais didáticos deveriam ser meios para desenvolver uma forma de pensar que desenvolva o conhecimento algébrico. Nesse sentido, o pensamento algébrico deve se tornar uma orientação transversal do curso de matemática (BARBOSA e BORRALHO, 2009) e não somente um conteúdo específico de matemática do Ensino Fundamental.

A TAD nasce após algumas críticas feitas à Transposição Didática. Uma das críticas que surgiram foi em relação ao saber ensinado, por estar somente associado ao saber sábio, mesmo sabendo que todo o processo de transposição tem influência de todos os entes envolvidos no processo de ensino (a noosfera).

A TAD de Chevallard (1999) defende que a atividade matemática e, por conseguinte, a atividade do estudo da matemática insere-se em um conjunto mais amplo de atividades humanas e de instituições sociais. A base da TAD admite que toda atividade humana realizada pode descrever-se com um modelo que se resume aqui com a palavra praxeologia. O significado etimológico dessa palavra é o *logos* da *práxis*. Para Chevallard (1999), a praxeologia pode ser empregada para entender a atividade matemática, e também para entender as ações humanas. Chevallard (1999) estrutura a praxeologia em um conjunto formado pela Tarefa T, Técnica τ , Tecnologia θ e Teoria Θ , ou seja, o conjunto [T, τ , θ , Θ].

Essa praxeologia é uma “organização” estruturada em dois blocos distintos: o bloco prático-técnico [T, τ], o qual pode ser entendido como o saber-fazer; e o bloco tecnológico-teórico [θ , Θ], relacionado ao saber, ou melhor, a um discurso lógico que permite justificar o bloco prático-técnico. Assim, Chevallard (1999) declara que um saber, para ser ensinado, precisa conter uma praxeologia, ou seja, todo saber para ser ensinado tem que ter um conjunto de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias.

Para Chevallard (1999), tudo o que é solicitado para uma pessoa fazer e mediado por verbos será uma tarefa [T]. Assim, tarefa evoca uma ação determinada. Para o autor, tarefas não são dadas pela natureza, elas são as construções institucionais cuja reconstrução em tal instituição, por exemplo, em uma sala de aula, é um problema em si, o qual é objeto de estudo da didática. Para Chevallard (1999), uma instituição I é um conjunto de sujeitos, que ocupam posições distintas. Os sujeitos pertencentes a I acabam por ter as mesmas formas de fazer e pensar. Como exemplo de uma instituição, temos a sala de aula (as duas posições dentro de I são a de professor e a de aluno). Se um tipo de tarefa é dado, então essa tarefa está relacionada com alguma maneira de realizá-la. Essa maneira de fazer é o que Chevallard (1999) chamou de técnica [τ]. Neste sentido, a técnica é o saber-fazer. Em uma instituição I, Chevallard nos diz que podem existir várias técnicas relativas a um tipo de tarefa e todas aceitas por I, mas essas técnicas podem, ao mesmo tempo, não serem aceitas em outras instituições. A junção de [T] com [τ] constitui o bloco prático-técnico [T, τ], nesse caso, um saber fazer.

Para cada técnica [τ] sempre podemos justificar racionalmente seu uso. Essa justificativa é chamada por Chevallard (1999) de tecnologia [θ]. Na TAD, o termo tecnologia

[θ] tem o significado da própria palavra – o *logos* da técnica (tekhnê), pois aqui o termo significa um discurso racional que busca esclarecer determinada técnica, justificar seu uso e sua eficiência. A tecnologia [θ] servirá para justificar, explicar, tornar inteligível a técnica [τ]. A tecnologia vai dizer porque a técnica funciona. Além disso, a tecnologia de certa técnica poderá auxiliar a produzir novas técnicas. A tecnologia [θ] também poderá exigir explicações, justificativas, o que se poderia chamar de tecnologia da tecnologia. A essas explicações e justificativas da tecnologia Chevallard (1999) chamou de teoria [Θ].

A teoria [Θ] é um discurso mais amplo que serve para interpretar e justificar a tecnologia. Esse discurso possui alto nível de abstração e generalização. Chevallard (1999) ressalta que, em alguns casos, uma instituição busca em outra instituição a justificativa de uma tecnologia, supostamente a detentora da teoria [Θ]. A tecnologia e a teoria formam o par denominado bloco tecnológico-teórico [θ, Θ] estritamente ligado ao saber.

A TAD também traz uma leitura própria para a palavra *estudo* e o processo que o permeia. O estudo aqui é caracterizado pela “*ideia de fazer qualquer coisa com o fim de aprender qualquer coisa (saber) ou de aprender a fazer qualquer coisa (saber-fazer)*” (CHEVALLARD, 1999, p. 15). Esse processo de estudo pode ser modelado por uma praxeologia, ou por uma organização didática.

Chevallard (1999) defende que toda organização praxeológica ou organização didática articula-se em tipos de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias. Esse processo de estudo de uma organização didática ou matemática pode se estruturar de diferentes maneiras. Mesmo assim, constata-se que em qualquer caminho que seja seguido sempre haverá certos tipos de situações que estarão necessariamente presentes. Chevallard (1999) chama esses tipos de situações de momentos de estudo ou momentos didáticos.

A atividade de estudo é descrita, então, pela teoria dos momentos didáticos ou momentos de estudos. A TAD concebe o processo de estudo a partir de seis momentos que não necessariamente seguem determinada ordem, podendo ocorrer ao mesmo tempo e em diversos instantes do processo. Os momentos são:

1º Momento: primeiro encontro: representa o primeiro contato que um grupo de estudo (que pode ser uma única pessoa) tem com a organização em jogo.

2º Momento: exploratório: a partir do tipo de problema, ou tipo de tarefa que está sendo estudado, várias tarefas (do problema em questão) são trabalhadas. Esse momento permite o surgimento de, pelo menos, uma técnica para solucionar o problema proposto;

3º Momento: trabalho da técnica: marca o instante de trabalho da técnica, visa a obter seu domínio e a determinar sua precisão, validade e alcance. Pode provocar

modificações e ampliações da técnica, ou o surgimento de uma nova técnica, ou ainda, despertar a necessidade de explicações tecnológicas e teóricas sobre a técnica;

4º Momento: tecnológico-teórico: quando é necessário explicar e justificar a(s) técnica(s) envolvida(s) no estudo do tipo de problema (tipo de tarefa) em questão;

5º Momento: institucionalização: quando a organização praxeológica e todos os seus componentes são oficializados de acordo com a instituição em que se desenvolve a atividade em questão. Passa-se de um estágio “informal” para um estágio “formal”;

6º Momento: avaliação: momento em que se coloca à prova o domínio que se tem de determinada organização, e que pode ser vivido de forma individual ou coletiva.

Vale ressaltar que, ao situar esses momentos de estudo no ambiente escolar, estes não são restritos ao trabalho do professor e nem ao trabalho realizado somente na sala de aula, pois eles podem acontecer com o professor antes e depois das aulas e com os alunos fora da sala de aula (CHEVALLARD, 1999).

Por fim, destacamos que os momentos de estudos são tratados como vivências necessárias para que um indivíduo consiga dominar determinado conhecimento. De acordo com a TAD, a partir da vivência desses seis momentos, o indivíduo consegue construir a *práxis* e o *logos* sobre o conhecimento em questão.

Metodologia de trabalho

Para a escolha do material, analisamos os dez livros de matemática aprovados no Programa Nacional de Avaliação de Livros Didáticos de 2011 (PNLD-11) realizado pelo Ministério da Educação do Brasil. Esse programa produz o Guia de Livros Didático PNLD-2011, um material que apresenta as análises feitas por especialistas das áreas em relação aos livros aprovados. Esse Guia é referência para todos os professores do país escolherem seus livros. Os livros escolhidos pelos professores da rede pública são comprados pelo governo federal e distribuídos nas escolas.

Após analisarmos o Guia, verificamos que poderíamos separar os livros em duas categorias, segundo o nosso olhar diante da análise feita pelo Guia. Na primeira, selecionamos seis livros que estavam mais voltados para o ensino de regras e procedimentos, enquanto que na segunda, tínhamos quatro livros que buscavam metodologias diferentes de ensino e que privilegiavam a compreensão dos conceitos e significados.

Para este trabalho, escolhemos o livro mais representativo dentro da segunda categoria. Isto porque, esse livro, proporciona um percurso de didatização um pouco diferente

dos demais. Ele está mais voltado à compreensão dos conceitos e se preocupa em desenvolver o pensamento algébrico. Acreditamos que este seja o material mais adequado para evidenciar o potencial da nossa ferramenta de análise, a TAD. Assim, analisaremos o livro Matemática – Imenes & Lellis, de Luiz Marcio Imenes e Marcelo Lellis. Para isso, vamos analisar os capítulos destinados ao ensino de álgebra, ao longo de toda a coleção.

Com a TAD, vamos esquematizar a praxeologia existente em cada grupo de tarefas semelhantes e verificar como outros elementos, como técnica, tecnologia e teoria, são trabalhados no decorrer das atividades propostas. Conjuntamente, a essa, analisaremos os momentos de estudo de cada conjunto de tarefas. Assim, poderemos avaliar se as praxeologias estão sendo desenvolvidas de maneira completa ou não, sabendo-se que quando uma praxeologia não é completada, isso pode ocasionar falhas no ensino resultando em falhas na aprendizagem. Com isso, analisaremos o quanto o ensino de cada conceito favorece ou não o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Análise dos Dados

O percurso do ensino de álgebra dessa coleção se destaca por ter apostado em uma organização diferente da proposta usual. O ensino formal da álgebra inicia-se no 6º ano com o estudo dos padrões aritméticos e geométricos. O trabalho com equações e sistemas de equações de 1º grau é desenvolvido ao longo do 7º e 8º anos. O cálculo algébrico, tão enfatizado no 8º ano, está dividido entre o 8º e o 9º anos. Os autores acreditam que essas mudanças possam facilitar a aprendizagem dos alunos.

Nesse trabalho, apresentaremos o percurso do ensino de álgebra por meio de atividades que representam esse caminho. Apresentaremos uma tabela com a praxeologia e os momentos de estudos referentes à atividade citada.

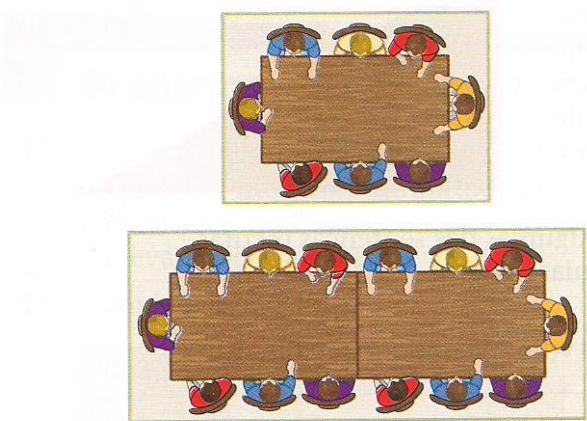
As tabelas são formadas por quatro colunas. A primeira é destinada às tarefas (T), a segunda, às técnicas (τ) referentes àquelas tarefas, na terceira aparece as tecnologias (θ) e as teorias (Θ) e, na última coluna, aparece apenas o número indicando o momento de estudo referente às tarefas estipuladas na primeira coluna. Na terceira coluna, as tecnologias (θ) e as teorias (Θ) estão colocadas juntas apenas para facilitar a visualização o bloco tecnológico-teórico. Pois, nem sempre elas estarão sendo desenvolvidas no mesmo conjunto de Tarefas.

As tarefas são numeradas. Quando uma tarefa é repetida, colocamos a mesma numeração (T_i) para enfatizar que ela está sendo repetida. As técnicas seguem a numeração da tarefa, ou seja, quando uma técnica está relacionada com a tarefa, ela possui o mesmo número

(τ_1). Quando aparece uma nova tarefa que será resolvida por uma técnica já utilizada, a tarefa receberá a numeração e, no lugar da técnica, repetiremos a numeração da técnica já conhecida. As tecnologias e teorias terão uma numeração própria porque elas podem não ser desenvolvidas, ou serão desenvolvidas em um conjunto maior de tarefas e técnicas. A última coluna, como já mencionamos, terá apenas o número representando o momento de estudo relacionado a cada tarefa. As tabelas de cada capítulo na íntegra estão em Aguiar (2014).

Apresentaremos exemplos significativos que ilustram o percurso do ensino de álgebra da coleção. A Figura 1 é uma atividade que caracteriza a proposta do livro do 6º ano, na qual há o desenvolvimento da observação do padrão e da descoberta de uma generalização com o apoio da discussão e da escrita em língua corrente dessa generalização. Conjuntamente com esse processo, a escrita algébrica vai se desenvolvendo. Assim, a linguagem algébrica está sendo desenvolvida de acordo Fiorentini, Miguel e Miorim (1993) como a expressão de um pensamento.

19. Observe as figuras:



- Juntando 3 mesas dessa maneira, quantas pessoas se acomodam?
- Escreva uma expressão que dê o número de pessoas acomodadas em 13 mesas.
- Complete a conclusão geral: O número de pessoas acomodadas é _____

(Dica: Não esqueça que o número de pessoas depende do número de mesas.)

- Escreva a conclusão numa fórmula em que a letra **p** represente o número de pessoas, e a letra **m**, o número de mesas.

I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática

01 a 06 de novembro de 2016

Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

Quadro 1: As praxeologias e os momentos de estudo da Figura 1

Tarefas	Técnicas	Tecnologia e Teoria	M. E.
(T ₃) Relacionar a quantidade de cadeiras e mesas quando essas mesas estão unidas formando uma fila.	(τ_2) Observar os desenhos para estabelecer as relações.	(θ_1) Percepção da regularidade (Θ_1) Relação entre duas grandezas que variam.	1º e 2º
(T ₅) Escrever em linguagem matemática as operações descritas em língua corrente (metade, dobro, etc.).	(τ_5) Substituir os valores desconhecidos e as operações por letras e símbolos, respectivamente para escrever a frase em linguagem algébrica.	(θ_2) Relação da língua corrente com a linguagem algébrica. (Θ_2) A álgebra como generalização da aritmética.	

Com o estudo da praxeologia desta atividade percebemos que o objetivo do capítulo é observar o padrão existente em cada caso particular e iniciar o processo de percepção da regularidade (θ_1) e escrevê-la em linguagem algébrica (θ_2). Para alcançar esse objetivo, o texto apresenta as tarefas como a (T₃) que mostram casos, nos quais existe um padrão numérico ou geométrico e que ele pode ser observado com a técnica (τ_2). Aqui temos o 1º momento de estudo com os padrões numéricos ou geométricos.

Como um 2º momento de estudo, o capítulo apresenta tarefas como a (T₅), na qual auxilia o aluno a escrever as generalizações numéricas ou geométricas em linguagem algébrica usando a técnica (τ_5). Assim, os alunos podem relacionar a linguagem algébrica com as outras linguagens percebendo como a expressão algébrica pode representar o contexto (θ_2).

Ao longo desse capítulo, as tecnologias (θ_1) e (θ_2) e, as teorias (Θ_1) e (Θ_2), estão sendo desenvolvidas de maneira implícita. Com o desenvolvimento intuitivo da teoria (Θ_1) conseguimos perceber que o conceito de variável também está sendo desenvolvido de maneira intuitiva. A álgebra como generalização da aritmética está desenvolvida em casos particulares e de maneira intuitiva, essa relação ainda não está sendo verbalizada nas atividades.

Como representante do 7º ano, temos a Figura 2 e as praxeologias no Quadro 2.

Quadro 2: As praxeologias e os momentos de estudo da Figura 2.

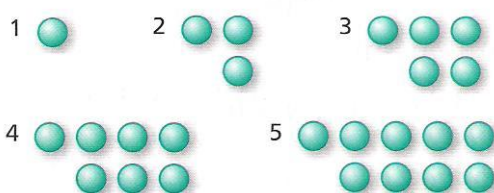
Tarefas	Técnicas	Tecnologia e Teoria	M. E.
(T ₂₄) Escrever a expressão algébrica de uma sequência de bolinhas.	(τ_{20A}) Estabelecer a relação entre duas grandezas. (τ_{20B}) Usar a ideia de equivalência para escrever a generalização.	(θ_5) Conceito de variável.	3º

Com o objetivo de desenvolver a ideia de variável (θ_5) o texto apresenta várias tarefas como a (T₂₄), na qual aparece contextos em que duas grandezas estão sendo relacionadas. As técnicas dessas tarefas compreendem em estabelecer a relação entre essas grandezas (τ_{20A}) e

usa a ideia de equivalência para escrever a generalização em linguagem algébrica (τ_{20B}). Aqui se configura um 3º momento de estudo, pois temos um aprofundamento para perceber na escrita das tarefas a generalização e escrevê-la com a ideia de equivalência.

Assim, a coleção retoma a ideia de padrões e começa a generalizar as relações, com isso, continua-se a desenvolver a ideia intuitiva de variável. Por enquanto, a programação para a aquisição do conceito de variável é desenvolver a ideia somente intuitiva. Podemos verificar as análises observando a Figura 2.

5. Veja a sequência de figuras:



- Mantendo o padrão, desenhe as figuras 6 e 7.
- Complete a tabela abaixo. (*Dica:* Para determinar o número de bolinhas das próximas figuras da sequência, descubra um padrão que relacione o número de bolinhas com o número da figura.)

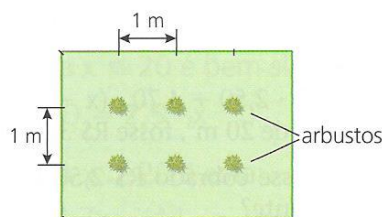
Figura	Número de bolinhas
1	_____
2	_____
3	_____
4	_____
5	_____
6	_____
10	_____
20	_____
100	_____
n	_____

Figura 2: Imenes & Lellis, 2010, 7º ano, p.217

Paralelamente a esse trabalho, o cálculo algébrico também vai sendo desenvolvido como uma necessidade de operação nas generalizações encontradas.

A Figura 3 representa os problemas que são apresentados nos livros do 8º e 9º anos. As atividades são baseadas em resoluções de problemas, nas quais exigem a interpretação de textos e o uso da generalização para escrever a expressão algébrica. Como vemos na Figura 3.

6. Certos agricultores se especializam no cultivo de frutas. Considere uma planta frutífera que exija no plantio uma distância de 1 m entre seu tronco e o da planta mais próxima, ou entre ele e a cerca. Nesse caso, um terreno de 4 m por 3 m, com as plantas dispostas em linhas e colunas, conteria apenas 6 plantas, como se vê na figura:



- a) Quantas dessas plantas podem ser dispostas dessa maneira em um terreno retangular de 8 m por 5 m?
 b) Escreva a fórmula que dá o número total T dessas plantas em um terreno retangular de m metros por n metros.

Figura 3: Imenes & Lellis, 2010, 8º ano, p. 192

Quadro 3: As praxeologias e os momentos de estudo da Figura 3.

Tarefas	Técnicas	Tecnologia e Teoria	M. E.
(T ₅₄) Entender a dedução da fórmula do custo da água consumida. (T ₅₅) Resolver problemas.	(τ ₈) Escrever em linguagem algébrica relações geométricas. (τ ₅₅) Deduzir a fórmula relacionando com o que foi feito em (T ₅₄).	(θ ₉) Relação da língua escrita com a linguagem algébrica (para deduzir as fórmulas).	1º 3º

No problema da Figura 3, o contexto está representado geometricamente para que a relação algébrica possa ser encontrada, assim, pode-se deduzir a fórmula que é escrever a relação entre o número total T de plantas em um terreno retangular de m metros por n metros. Nesse problema (Figura 3), o exemplo pode nos remeter a fórmula que resulte na operação $\frac{4 \cdot 3}{2} = 6$, o que não resolve os itens a e b . Isso pode se tornar um desafio, e o professor poderia aproveitá-lo como um momento de discussão.

Ao que nos parece, o capítulo tem o objetivo de mostrar que os cálculos algébricos são ferramentas para resolver equações e fórmulas. Para isso, o texto inicia apresentando a tarefa (T₅₄) que busca mostrar para o aluno como se deduz uma fórmula e a resolver problemas (T₅₅) que também precisem interpretar a situação (τ₈) para deduzir a fórmula (τ₅₅), ou seja, escrever a generalização daquela situação.

A tarefa (T_{55}) desenvolve o 3º momento de estudo, pois ao desenvolver a técnica de deduzir a fórmula (τ_{55}), ou seja, encontrar a generalização, o texto está aprofundando a resolução de problemas e, ao mesmo tempo, está usando uma técnica mais aprofundada para encontrar generalizações proveniente da técnica (τ_2) que foi iniciada no livro do 6º ano, Figura 1 e, depois no livro do 7º ano, Figura 2, foram desenvolvidas as técnicas (τ_{20A}) e (τ_{20B}).

Ao analisarmos os livros do 8º e 9º anos, percebemos que existiu um predomínio dos 1º, 2º e 5º momentos de estudos, pois os livros estavam destinados ao ensino de procedimentos de cálculos algébricos ou resolução de equações, fórmulas e sistemas de equações. Mas, não deixou de desenvolver a tecnologia em alguns momentos.

Conclusões

Nessa análise percebemos que o percurso do ensino da álgebra possui dois momentos distintos: o primeiro relativo aos livros do 6º e 7º anos e o segundo aos dois últimos livros da coleção.

No primeiro, o objetivo é favorecer a percepção dos padrões em diferentes contextos. Vários tipos de tarefas foram desenvolvidos com técnicas relacionadas à observação dos padrões. Essas técnicas sempre visavam à percepção das regularidades para encontrar as generalizações desses padrões, com o objetivo final de desenvolver a escrita algébrica dessas generalizações. O percurso desses dois livros leva o aluno a pensar nas justificativas das técnicas utilizadas, ou seja, nas tecnologias.

Existe nesse percurso uma intenção em desenvolver o bloco tecnológico-teórico, mas isso ainda acontece de forma subentendida nas atividades, sem uma formalização. Isso ocorre, porque nesses livros há um predomínio dos 1º, 2º e 3º momentos de estudos.

No segundo momento que são os livros dos 8º e 9º anos, começa a aparecer à institucionalização dos conceitos, ou seja, o 5º momento de estudos. Os capítulos contêm mais textos, nos quais se apresentam as definições e os procedimentos de resoluções das equações, sistemas e orientações para as resoluções de problemas. Em todos os textos aparecem às justificativas e as explicações de cada resolução (4º momento de estudos). Assim, a construção do pensamento algébrico que estava mais voltada para a discussão e percepção, sem ter uma formalização mais evidente, encontra esse processo nos dois últimos anos do Ensino Fundamental.

Percebemos que ao longo de todo o percurso as praxeologias são construídas e desenvolvidas. Com esse trabalho, conseguimos vislumbrar alguns materiais pedagógicos com outros percursos de didatizações para o ensino formal de álgebra.

Se cada professor, antes de escolher o seu material didático fizesse essa análise poderia ter mais parâmetros para escolher o material que mais se adéqua a sua concepção de ensino e ao projeto social de sua escola.

Mesmo esse trabalho não tratar diretamente da formação dos professores de matemática, permitimo-nos destacar que durante a formação, inicial ou continuada, dos professores de matemática, oferecer instrumentos teóricos de análise dos materiais didáticos, como a Transposição Didática, parece-nos de fundamental importância.

Referências bibliográficas

AGUIAR, M. *O Percurso da Didatização do Pensamento Algébrico no Ensino Fundamental: uma análise a partir da Transposição Didática e da Teoria Antropológica do Didático*. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

ARCAVI, A. *El desarrollo y el uso del sentido de los símbolos*. In: Vale, T. et al (org.). *Números e Álgebra na Aprendizagem da Matemática e na formação de professores*. Lisboa, Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, pág. 29-48, 2006.

BARBOSA, E. e BORRALHO, A. *Pensamento Algébrico e explorações de Padrões*. Disponível em: <[apm.pt/files/ Cd Borralho Barbosa 4a5752d698ac2.pdf](http://apm.pt/files/Cd_Borralho_Barbosa_4a5752d698ac2.pdf)>. Acessado em: 08/02/2009.

BITTAR, M.; FREITAS, J. L. M. e PAIS, L. C. *Reflexões sobre a orientação de pesquisas de Pós-Graduação em Educação Matemática com o suporte da Teoria Antropológica do Didático*. In: *Perspectivas da Educação Matemática – UFMS – v.7, número temático*, 2014.

BITTAR, M. e SILVA, G. L. *Análise Praxeológica sobre resolução de equações do 2º grau nos livros didáticos*. X Encontro de Iniciação Científica da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Campo Grande/MS, 2009.

BRASIL. MEC. SEF. *Guia de livros didáticos PNLD 2011: Matemática - Anos Finais do Ensino Fundamental*. Brasília, MEC/SEF, 2010.

BRASIL. MEC. SEF. *Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental*. Brasília, MEC/SEF, 1998.

CHEVALLARD, Y. *Analyse des Pratiques Enseignantes ET Didactique des Mathématiques: l'approche anthropologique*. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v.19, n. 2, p. 221-265, 1999.

I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática

01 a 06 de novembro de 2016

Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil

FIorentini, D., MIGUEL, A. e MIORIM, M. A. *Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar*, In: Pro-Posições, Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação – Unicamp. v. 4, n. 1[10]. Campinas: Cortez Editora, p. 78-91, 1993.

IMENES, L. M. e LELLIS, M. *Matemática: Imenes & Lellis*. 6º ano, 1.ed., São Paulo: Moderna, 2010.

IMENES, L. M. e LELLIS, M. *Matemática: Imenes & Lellis*. 7º ano, 1.ed., São Paulo: Moderna, 2010.

IMENES, L. M. e LELLIS, M. *Matemática: Imenes & Lellis*. 8º ano, 1.ed., São Paulo: Moderna, 2010.

IMENES, L. M. e LELLIS, M. *Matemática: Imenes & Lellis*. 9º ano, 1.ed., São Paulo: Moderna, 2010.

KIERAN, C. *Concepts associated with the equality symbol*. In: Educational Studies in Mathematics, 12, pág. 317-326, 1981.

NEVES, P. S. O. *Um estudo sobre o significado, o ensino e a aprendizagem da Álgebra*. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1995.

NOGUEIRA, R. C. S. *A álgebra nos livros didáticos do Ensino Fundamental: uma análise praxeológica*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande/MS, 2008.

OLIVEIRA, G. P. *Generalização de padrões, pensamento algébrico e notações: o papel das estratégias didáticas com interfaces computacionais*. In: Educação Matemática Pesquisa, v.10, n. 2, São Paulo, p. 295-312, 2008.

RICARDO, Elio Carlos. *Elementos Físicos e Matemáticos da Mecânica Analítica, a Relação entre as Duas Ciências e a Vigilância Epistemológica*. Tese (Livre-Docência) – Universidade de São Paulo, 2012.

SANTOS, L. G. *Introdução do Pensamento Algébrico: um olhar sobre professores e livros didáticos de matemática*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2007.

USISKIN, Z. *Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis*. In: Coxford, A. F. e Shulte, A. P. As idéias da álgebra. The National Council of Teachers of Mathematics. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

ZAZKIS, R. e LILJEDAHAL, P. Generalization of patterns: the tension between algebraic thinking and algebraic notation. In: Educational Studies in Mathematics, n. 49, p. 379-402, 2002.