

**FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

MÁRCIA SANTOS MELO ALMEIDA

**A ARTICULAÇÃO ENTRE O ENSINO DE POLÍGONOS E DE POLIEDROS EM
UMA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Campo Grande - MS

2015

MÁRCIA SANTOS MELO ALMEIDA

**A ARTICULAÇÃO ENTRE O ENSINO DE POLÍGONOS E DE POLIEDROS EM
UMA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

**Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado
em Educação Matemática da Fundação
Universidade Federal do Mato Grosso do Sul,
como requisito parcial para a obtenção do título
de Mestre em Educação Matemática.**

Orientadora: Prof^ªDr^a Marilena Bittar

Campo Grande – MS

2015

MÁRCIA SANTOS MELO ALMEIDA

**A ARTICULAÇÃO ENTRE O ENSINO DE POLÍGONOS E DE POLIEDROS EM
UMA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Educação Matemática da Fundação Universidade Federal do Mato Grosso do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

BANCA EXAMINADORA:

Prof^aDr^a Marilena Bittar
(Orientadora)
Fundação Universidade Federal de
Mato Grosso do Sul

Prof^o Dr. Luiz Carlos Pais
Fundação Universidade Federal de
Mato Grosso do Sul

Prof^aDr^aGladys Denise Wielewski
Universidade Federal de Mato Grosso

Prof^o Dr. José Luiz Magalhães de Freitas
Fundação Universidade Federal de
Mato Grosso do Sul
(Suplente)

Campo Grande - MS, 27 de Fevereiro de 2015.

AGRADECIMENTOS

A Deus pelo dom da vida.

Aos meus familiares pela compreensão em relação à minha ausência nos momentos tristes e alegres.

À minha orientadora Prof^aDr^a Marilena Bittar, pela paciência, compreensão e incentivo nos meus muitos momentos de dificuldades.

Aos membros da banca examinadora, Prof^aDr^a Gladys Wielewski e Prof. Dr. Luiz Pais, pelas preciosíssimas contribuições para o encaminhamento final desse trabalho.

Aos membros do grupo de estudos DDMat e ao GOMA (Grupo de Orientandos da Marilena), pelas várias discussões que contribuíram para o desenvolvimento dessa pesquisa.

À Adriana (Dri) pelas leituras, feitas no trabalho antes da qualificação, e pelo incentivo para que não desanimasse e continuasse escrevendo.

Ao PPGEduMat, em especial aos colegas da turma de 2013.

À CAPES pelo apoio financeiro.

“Construí amigos, enfrentei derrotas, venci obstáculos, bati na porta da vida e disse-lhe: Não tenho medo de vivê-la!”

(Augusto Cury)

RESUMO

O objetivo desta pesquisa foi investigar a abordagem do ensino de polígonos e figuras espaciais formadas por polígonos proposta em uma coleção de livros didáticos dos anos iniciais do ensino fundamental aprovada no Programa Nacional do Livro Didático – PNLD, de 2013. Para alcançar esse objetivo adotamos como referencial teórico e metodológico a Teoria Antropológica do Didático – TAD, desenvolvida por Chevallard (1999) que permite identificar e analisar as organizações matemáticas e didáticas apresentadas por essa coleção e, conseqüentemente, caracterizar que Matemática é proposta e como a mesma é proposta. A análise da praxeologia matemática foi realizada a partir da classificação dos tipos de tarefas propostos nessa coleção, e da identificação de técnicas que podem ser utilizadas nas resoluções dos mesmos. A análise praxeológica didática foi realizada por meio do estudo dos momentos, também propostos por Chevallard (1999). A evolução das praxeologias identificadas ao longo da coleção mostra que o autor parte do intuitivo, haja vista o predomínio de tipos de tarefas que identificam e classificam sólidos geométricos, bem como a exploração dos aspectos dos sólidos que rolam ou não rolam. O trabalho com tais tipos de tarefas foi fundamental para a sistematização das ideias acerca dos sólidos. Os resultados mostram que há articulação entre o ensino de polígonos e poliedros e que essa articulação parte dos poliedros, buscando a apropriação acerca das características deste e estabelecendo-as com os polígonos.

Palavras-chave: Praxeologia didática. Praxeologia matemática. PNLD. Ensino Fundamental.

ABSTRACT

The objective of this research was to investigate the approach of spatial polygons and figures of teaching formed by polygons proposal in a collection of textbooks in the early years of primary education approved the National Textbook Program - PNLD, 2013. To achieve this goal we adopted as theoretical and methodological framework Anthropological Theory of the Didactic - TAD, developed by Chevallard (1999) for identifying and analyzing the mathematical and didactic organizations presented in this collection and thus characterize that Mathematics is proposed and how it is proposed. The analysis of mathematical praxeology was performed from the classification of types of tasks proposed in this collection, and the identification of techniques that can be used in the resolutions thereof. The didactic praxeological analysis was performed through the study of moments, also proposed by Chevallard (1999). The evolution of praxeologies identified along the collection shows that the author of the intuitive, given the predominance of types of tasks that identify and classify geometric solids, and the operation of the aspects of solid rolling or not roll. Working with such types of tasks was essential for the systematization of ideas about solids. The results show that there are links between education polygons and polyhedra and that this articulation of the polyhedra, seeking the appropriation of the characteristics of this and determine them with the polygons.

Keywords: Didactic praxeology. Praxeology mathematics. PNLD. Elementary School.

LISTA DE SIGLAS

BDTD – Biblioteca Digital de Teses e Dissertações

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Ensino Superior

CIEM – Congresso Internacional de Ensino da Matemática

CONSEPE – Conselho Superior de Ensino, Pesquisa e Extensão

EBRAPEM – Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática

ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática

FNDE – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação

INL – Instituto Nacional do Livro

MEC – Ministério da Educação

OD – Organização Didática

OM – Organização Matemática

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PLIDEF – Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental

PNLD – Programa Nacional do Livro Didático

PNLEM – Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio

PPP – Projeto Político Pedagógico

PUC – Pontifícia Universidade Católica

TAD – Teoria Antropológica do Didático

UEFS – Universidade Estadual de Feira de Santana

UFG – Universidade Federal de Goiás

UFMG – Universidade Federal de Minas Gerais

UFMS – Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

UFRJ – Universidade Federal do Rio de Janeiro

UFRN – Universidade Federal do Rio Grande do Norte

UFS – Universidade Federal de Sergipe

UNISINOS – Universidade do Vale do Rio dos Sinos

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Organização Praxeológica.....	39
Figura 2 – Ostensivo gráfico relacionado a cubo	41
Figura 3 - Distribuição dos blocos de conteúdos matemáticos na coleção analisada.....	44
Figura 4 - Exemplo de exercício e tarefa.....	45
Figura 5 - Exemplo de tarefa $t_{1,1}$	46
Figura 6 - Exemplo de tarefa $t_{2,1}$	47
Figura 7 - Exemplo de trabalho com ostensivos.....	49
Figura 8 - Exemplo de tarefa $t_{2,6}$	49
Figura 9 - Exemplo de tarefa $t_{2,10}$	50
Figura 10 - Exemplo de tarefa $t_{3,1}$	51
Figura 11 - Exemplo de tarefa do tipo T_6	51
Figura 12 - Exemplo de tarefa do tipo T_5	52
Figura 13 - Exemplo de tarefa do tipo T_4	52
Figura 14 - Exemplo de proposta de técnica didática.....	54
Figura 15 - Exemplo de tarefa $t_{2,10}$	55
Figura 16 Trabalho com as técnicas τ_1 e τ_2	57
Figura 17 - Trabalho com as técnicas τ_1 e τ_2 para a resolução do tipo de tarefa $t_{2,8}$: <i>Pintar objetos de acordo com a forma geométrica correspondente</i>	57
Figura 18 - Tarefa $t_{2,9}$: <i>Identificar sólidos geométricos</i>	58
Figura 19 - Tarefa $t_{2,6}$: <i>Associar sólidos geométricos com objetos</i>	58
Figura 20 - Exemplo de 1º e 5º momentos da OD relativa a figuras geométricas planas	59
Figura 21 - 2º momento da OD, T_4 : <i>Associar figuras planas correspondentes a faces de objetos</i>	60
Figura 22 - Institucionalização acerca dos sólidos geométricos.....	60
Figura 23 - Exemplo de tarefa do tipo T_7	63
Figura 24 - Exemplo de tarefa $t_{8,2}$	64
Figura 25 - Articulação entre as figuras geométricas espaciais e figuras planas	64
Figura 26 - Exemplo de técnica didática para o ensino de sólidos geométricos	66
Figura 27 - Técnica didática para o ensino dos elementos que compõem o cubo.....	67
Figura 28 - $t_{1,1}$: <i>Identificar e contar elementos que compõem o cubo</i>	68
Figura 29 - $t_{1,3}$: <i>Identificar e contar elementos que compõem uma pirâmide</i>	68
Figura 30 - Institucionalização das figuras planas por ostensão	69

Figura 31 - Exemplo de tarefa do tipo T_9	71
Figura 32 - Exemplo de tarefa do tipo T_{10}	72
Figura 33 – Técnica sugerida na tarefa didática de ensinar os sólidos geométricos	74
Figura 34 - Técnica didática (manipulativa) para a diferenciação entre os sólidos que rolam e que não rolam	75
Figura 35 - Técnicas didática (observável) para o agrupamento de sólidos que rolam e que não rolam.....	75
Figura 36 - 1º encontro com a organização matemática.....	76
Figura 37 - Prática das técnicas τ_1 e τ_2	77
Figura 38 - Prática das técnicas τ_1 e τ_2	77
Figura 39 – Prática das técnicas τ_1 e τ_2	78
Figura 40 - Institucionalização de elementos que compõem dos sólidos.....	78
Figura 41 - Exemplo de tarefa $t_{11.1}$	81
Figura 42 - Exemplo de tarefa $t_{12.1}$	82
Figura 43 - Exemplo de tarefa $t_{13.1}$	83
Figura 44 - Técnica didática para o ensino de sólidos geométricos	85
Figura 45 - Técnica didática para o ensino de sólidos geométricos	85
Figura 46 - 1º encontro com a organização matemática.....	86
Figura 47 - Tipo de tarefa T_2 (<i>Identificar e classificar sólidos geométricos</i>)	86
Figura 48 - Tipo de tarefa T_2	87
Figura 49 - Institucionalização dos sólidos geométricos.....	87
Figura 50 - Exemplo de tarefa $t_{14.1}$	91
Figura 51 – Exemplo de tarefa $t_{15.1}$	91
Figura 52 - Técnicas didáticas para o ensino dos elementos que compõem os sólidos	93
Figura 53 - 1º encontro com a organização matemática	94
Figura 54 - Institucionalização dos poliedros.....	94
Figura 55 - Institucionalização da Relação de Euler	95

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Distribuição dos trabalhos que analisaram livro didático, por nível de ensino.....	34
Quadro 2 – Distribuição dos trabalhos que propõem análise de livro didático com foco no objeto matemático.....	35
Quadro 3 - Tipos de tarefas identificadas no livro 1	53
Quadro 4 - Técnicas identificadas no livro 1	53
Quadro 5 - Tipos de tarefas e suas respectivas técnicas de resolução.....	62
Quadro 6- Tipos de tarefas identificadas no livro 2	65
Quadro 7 - Técnicas identificadas no livro 2.....	65
Quadro 8 - Tipos de tarefas e suas respectivas técnicas de resolução.....	70
Quadro 9 - Tipos de tarefas identificadas no livro 3	73
Quadro 10 - Técnicas identificadas no livro 3.....	73
Quadro 11 - Identificação de tipos de tarefas e suas respectivas técnicas de resolução.....	79
Quadro 12 - Tipos de tarefas identificadas no livro 4	83
Quadro 13 - Técnicas identificadas no livro 4.....	84
Quadro 14 - Identificação dos tipos de tarefas e suas respectivas técnicas de resolução.....	89
Quadro 15 – Tipos de tarefas identificados no livro 5	92
Quadro 16 – Técnicas identificadas no livro 5	92
Quadro 17 – Quadro resumo dos tipos de tarefas identificados ao longo da coleção	96
Quadro 18 – Resumo dos tipos de tarefas identificados na coleção.....	96
Quadro 19 – Identificação dos tipos de tarefas e suas respectivas técnicas de resolução	97
Quadro 20 – Resumo das técnicas identificadas na coleção	97

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Trabalhos de Geometria voltados às séries iniciais do ensino fundamental apresentados no ENEM (1987 a 2001).....	30
Tabela 2 - Trabalhos de Geometria voltados às séries iniciais do ensino fundamental apresentados no ENEM (2004 a 2013).....	30
Tabela 3 - Quantitativo de tipos de tarefas identificadas no livro 1	61
Tabela 4 - Quantitativo de tipos de tarefas identificadas no livro 2	69
Tabela 5 - Quantitativo de tipos de tarefas identificados no livro 3.....	79
Tabela 6 - Quantitativo de tipos de tarefas identificados no livro 4.....	81
Tabela 7 - Quantitativo de tipos de tarefas identificados no livro 5.....	90

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Percentual de tarefas, por livro, que articulam poliedros com polígonos 100

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	19
2.1 PESQUISAS RELACIONADAS AO ENSINO DE GEOMETRIA	19
2.2 A GEOMETRIA E A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	25
2.3 ENSINO DE GEOMETRIA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL ...	27
2.4 O LIVRO DIDÁTICO E O PNLD	31
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	37
3.1 QUESTÃO DE PESQUISA	37
3.2 OBJETIVOS DA PESQUISA	38
3.3 TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO – TAD	38
4 ANÁLISE DA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS.....	43
4.1 PANORAMA GERAL DA COLEÇÃO ANALISADA.....	43
4.2 ANÁLISE DO LIVRO 1	45
4.2.1 Organização Matemática	46
4.2.2 Organização Didática	54
4.2.2.1Técnicas didáticas.....	54
4.2.3 Considerações relacionadas às análises do livro 1.....	61
4.3 ANÁLISE DO LIVRO 2	62
4.3.1 Organização Matemática	63
4.3.2 Organização Didática	66
4.3.2.1Técnicas didáticas.....	66
4.3.3 Considerações relacionadas às análises do livro 2.....	69
4.4 ANÁLISE DO LIVRO 3	70
4.4.1 Organização Matemática	71
4.4.2 Organização Didática	74
4.4.2.1Técnicas didáticas.....	74
4.4.3 Considerações relacionadas às análises do livro 3.....	78
4.5 ANÁLISE DO LIVRO 4	80
4.5.1 Organização Matemática	80
4.5.3 Organização Didática	84
4.5.3.1Técnicas didáticas.....	84
4.5.4 Considerações relacionadas às análises do livro 4.....	88

4.6 ANÁLISE DO LIVRO 5	89
4.6.1 Organização Matemática	90
4.6.2 Organização Didática	93
4.6.2.1 Técnicas didáticas.....	93
4.6.3 Considerações relacionadas às análises do livro 5.....	95
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	99
REFERÊNCIAS	102
APÊNDICES.....	107
APÊNDICE A	107
Quantitativo de tarefas matemáticas identificadas no volume1 e suas respectivas técnicas de resolução.....	107
APÊNDICE B.....	108
Quantitativo de tarefas matemáticas identificadas no volume 2 e suas respectivas técnicas de resolução.....	108
APÊNDICE C.....	109
Quantitativo de tarefas matemáticas identificadas no volume 3 e suas respectivas técnicas de resolução.....	109
APÊNDICE D	110
Quantitativo de tarefas matemáticas identificadas no volume 4 e suas respectivas técnicas de resolução.....	110
APÊNDICE E.....	111
Quantitativo de tarefas matemáticas identificadas no volume 5 e suas respectivas técnicas de resolução.....	111
APÊNDICE F.....	112
Quadro quantitativo das tarefas por livro	112
APÊNDICE G	113
Identificação das tarefas e quantitativo das mesmas por volume.....	113

1 INTRODUÇÃO

Na minha formação inicial em Licenciatura em Matemática participei, durante dois anos, de um Projeto de Extensão¹ em Geometria no qual foram aparecendo as minhas primeiras inquietações acerca dos conhecimentos geométricos dos alunos participantes desse projeto. Essas inquietações estavam voltadas para a aprendizagem da Geometria pelos alunos dos anos finais do ensino fundamental. Em busca do aprimoramento da minha prática profissional e de respostas aos meus questionamentos, optei por fazer o mestrado na esperança de viabilizar uma investigação voltada para os aspectos do ensino da Geometria nos anos iniciais uma vez que é nesse nível de ensino que são trabalhadas as primeiras ideias de qualquer disciplina.

Com a finalização da graduação, em 2012, ainda permaneciam as inquietações geradas naquele projeto. Assim sendo, decidi aprofundar os estudos acerca dessa temática. Com essa intenção, participei e fui aprovada no processo seletivo do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul.

Em busca da definição do objeto de pesquisa, expressei o interesse em investigar questões relacionadas ao ensino de Geometria. Assim sendo, o passo seguinte foi pensar no objeto matemático a ser investigado. Em meio às reflexões acerca dessa escolha, levamos² em conta a abrangência da Geometria, e buscamos delimitar o objeto de investigação.

Buscando responder às inquietações mencionadas anteriormente, decidimos investigar a articulação entre o ensino de polígonos e de poliedros em uma coleção de livros didáticos dos anos iniciais do ensino fundamental aprovada pelo Programa Nacional do Livro Didático – PNLD, de 2013. Tal escolha se deve pelo fato de que documentos oficiais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, sugerem que o ensino da geometria plana deve partir da abordagem da geometria espacial, por meio do aspecto experimental (BRASIL, 1997).

Determinamos como critério para a escolha da coleção analisada, aquela que fosse a mais distribuída pelo PNLD. Tendo em vista a definição do objetivo da nossa pesquisa, iniciamos as leituras de documentos oficiais tais como: PCN e Guia do PNLD/2013. Julgamos

¹Projeto de Extensão da Universidade Estadual de Feira de Santana – UEFS (BA), intitulado: O Visual e o Concreto no Ensino de Geometria: Uma Abordagem Sobre a Observação, Estudo e Construção de Objetos Geométricos com a Participação de Alunos da Rede Pública de Ensino de Feira de Santana (RESOLUÇÃO CONSEPE 070/2009), desenvolvido com alunos dos anos finais do ensino fundamental em escolas públicas estaduais no município de Feira de Santana.

² A partir deste ponto passo a escrever na primeira pessoa do plural, uma vez que me refiro a ações realizadas juntamente com minha orientadora.

necessário realizar a leitura desses documentos, haja vista que é a partir das sugestões dos PCN e das resenhas das coleções de livros didáticos contidas no Guia do PNLD, que os gestores das escolas, juntamente com os professores, escolhem quais livros contém as propostas que mais se aproximam do Projeto Político Pedagógico – PPP e do professor.

Partindo dessa consideração nasce a nossa proposta de pesquisa com o intuito de compreender que ensino pode vir a ser praticado em sala de aula. Para tanto investigamos o ensino proposto nos livros didáticos e, portanto, definimos como nossa questão de pesquisa: *Como é proposta a articulação entre o ensino de polígonos e de poliedros em uma coleção de livros didáticos dos anos iniciais do ensino fundamental?*

As abordagens relativas ao ensino de polígonos e de figuras espaciais formadas por polígonos, propostas pelo livro didático escolhido para a realização dessa pesquisa foram analisadas à luz da Teoria Antropológica do Didático – TAD, desenvolvida por Chevallard (1999) que tem como eixo central estudar o homem e suas relações com o saber matemático diante de situações matemáticas. A escolha por esta teoria se deu pelo fato de que a mesma nos permite identificar as organizações matemática e didática, propostas em/por uma determinada instituição. Na Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1999), a palavra instituição tem um significado mais abrangente que a utilizada frequentemente; nessa teoria, instituição pode ser um local físico (escola, sala de aula), um curso, a família ou o próprio aluno. No caso dessa pesquisa, as organizações a serem analisadas referem-se a *articulação entre o ensino de polígonos e de poliedros*, no sentido de identificar a matemática proposta e de que maneira a mesma está sendo apresentada, e a instituição é o livro didático.

Esta dissertação está estruturada em cinco capítulos. O primeiro capítulo é constituído pela *Introdução*, na qual trazemos desde a motivação que nos levou à escolha da temática investigada nessa pesquisa, perpassando pelas nossas escolhas acerca do objeto matemático de investigação até a seleção da coleção analisada. O capítulo dois apresenta a *Fundamentação Teórica* à qual recorreremos para discutir algumas temáticas que julgamos pertinentes para subsidiar nossa pesquisa, a saber: o ensino de Geometria; a Geometria e a Educação Matemática; um breve histórico da Geometria na Educação Matemática; o ensino de Geometria nos anos iniciais do ensino fundamental; a formação do professor que ensina Matemática nesse nível de ensino e a importância do livro didático na relação professor-aluno-saber. Os *Procedimentos Metodológicos* são apresentados no terceiro capítulo e trazem, inicialmente, o processo de escolha da coleção de livros didáticos analisados nesta pesquisa,

que vem a ser, *Ápis: alfabetização matemática*³, composta de cinco livros referentes aos anos iniciais do ensino fundamental bem como a definição dos objetivos e o nosso aporte teórico-metodológico, a Teoria Antropológica do Didático, buscando discutir, de modo especial, elementos dessa teoria utilizados em nossa pesquisa. No capítulo quatro, *Análise da coleção de livros didáticos*, apresentamos um panorama geral acerca dos cinco volumes que compõem a coleção analisada, em seguida a apresentação das organizações matemática e didática propostas em cada um dos livros, bem como as considerações preliminares dos mesmos. Por fim, no quinto e último capítulo, trazemos as considerações finais acerca do conjunto da obra analisada.

³O termo alfabetização matemática será discutido na seção voltada para as análises do livro didático

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo trazemos, inicialmente, uma breve revisão bibliográfica com o objetivo de situar nossa pesquisa dentre outras já realizadas. Em seguida apresentamos algumas discussões acerca de temas que julgamos pertinentes abordar: o ensino da Geometria, a importância do ensino da Geometria nos anos iniciais, a formação dos professores de Matemática dos anos iniciais e por fim a importância do livro didático como mediador dos processos de ensino e de aprendizagem.

2.1 PESQUISAS RELACIONADAS AO ENSINO DE GEOMETRIA

Para fundamentar esta investigação, a princípio buscamos no banco de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Ensino Superior (CAPES), bem como na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD) de algumas instituições, pesquisas que tivessem como objeto de estudo o ensino de Geometria proposto em livros didáticos. A seguir discutimos aquelas que julgamos pertinentes para a compreensão do nosso objeto de estudo.

Carvalho (2008) analisou a organização das atividades relacionadas à Geometria Espacial Métrica, nos três livros didáticos da 2ª série do ensino médio, aprovados pelo Plano Nacional do Livro do Ensino Médio – PNLEM, de 2006, mais adotados pelas escolas da Diretoria de Ensino de São Bernardo do Campo (SP), e se essa organização favorece a construção do pensamento geométrico dos alunos. Para realizar as análises o autor utilizou, como aporte teórico, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 1995)⁴, as

⁴Duval (1995 apud CARVALHO 2008, p.77) teoriza acerca da apreensão do saber matemático por meio dos registros de representação, ou seja, para que o sujeito possa colocar um conhecimento em funcionamento é necessário que, esse conhecimento, seja apreendido por meio da mobilização de pelo menos dois registros de representação e que esse sujeito saiba coordená-los.

Quatro Dimensões de Análise dos Conteúdos a Ensinar (ROBERT, 1998)⁵ e o modelo de classificação de Geometria (PARSYSZ, 2000)⁶.

Nessa pesquisa o autor concluiu que a construção do pensamento geométrico espacial é atendida de forma parcial nos livros didáticos analisados, uma vez que há poucas atividades que exploram o desenvolvimento da visualização, assim como não há estímulo à representação no plano das figuras tridimensionais. Foi constatada, ainda, a ausência de atividades possíveis de serem desenvolvidas em software educacional.

Assim como Carvalho (2008), Carlovich (2005) também utilizou o modelo de classificação de Geometria (PARSYSZ, 2000) para analisar a proposta de ensino da Geometria dedutiva nas coleções de livros didáticos do 3º e 4º ciclos do ensino fundamental, mais utilizadas, em duas épocas, nas escolas públicas do estado de São Paulo. A primeira época foi no início dos anos 1990, caracterizada pelo declínio do Movimento da Matemática Moderna no Brasil e pelo surgimento da Didática da Matemática no Brasil, que trouxe discussões acerca do ensino da Geometria dedutiva por meio do enfoque heurístico, que estimula o envolvimento dos alunos nas descobertas das demonstrações. A segunda época foi no início dos anos 2000, influenciada pela Didática da Matemática, pelo PNLD (BRASIL, 1995) e pelos PCN (BRASIL, 1998). Para desenvolver essa pesquisa a autora utilizou como aporte teórico, além do modelo de classificação das Geometrias (PARSYSZ, 2000), a Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1999) e a História das Disciplinas Escolares (CHERVEL, 1990)⁷. O resultado dessa pesquisa mostrou que as coleções das duas épocas analisadas contemplaram parcialmente as discussões apresentadas pelos estudos da Didática da Matemática, sendo que as coleções da segunda época analisada acenavam para o enfoque heurístico no ensino da Geometria dedutiva.

⁵Robert (1998 apud CARVALHO 2008, p.82) classifica em três níveis o funcionamento dos conhecimentos pelos alunos, a saber, técnico, mobilizável e disponível. Segundo esta autora, o conhecimento de nível técnico é posto em funcionamento pelo aluno quando há alguma indicação do método de resolução a ser utilizado, por exemplo, a aplicação de uma propriedade, definição, teorema ou fórmula, de modo imediato. No nível mobilizável, embora os conhecimentos a serem utilizados sejam bem identificados, há a necessidade de adaptá-los ou repeti-los antes que o seu funcionamento seja colocado em prática. Já no nível disponível é necessário que o aluno encontre as informações nos conhecimentos anteriores, uma vez que não há qualquer sugestão ou indicação fornecida previamente.

⁶Parsysz (2000 apud CARVALHO 2008, p.79-80) destaca quatro etapas no desenvolvimento do pensamento geométrico por meio do modelo um quadro teórico do ensino de Geometria. O nível G0, representa a Geometria concreta, o qual parte da realidade;

O nível G1, faz referência às representações figurais e gráficas, no qual por meio de desenhos produzidos a partir de instrumentos de medida, justifica-se a propriedade por meio do “olhar”; O nível G2, no qual a partir de premissas aceitas pelos alunos de modo intuitivo são feitas as demonstrações de teoremas e, o nível G3 traz a explicitação completa dos axiomas.

⁷Chervel (1990 apud CARLOVICH2005, p.27) apresenta estudos que ressaltam a importância de estudar acerca da história das disciplinas escolares, como contribuição para a história da educação, bem como a cultural.

Também no âmbito da Geometria dedutiva, Pasini (2007) analisou o tratamento da argumentação e prova de conteúdos relacionados ao Teorema de Pitágoras, Retas Paralelas e Propriedades dos triângulos, em uma coleção de livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental, buscando identificar de que maneira são propostas as atividades relacionadas à passagem do empirismo à dedução. Para tanto, a autora utilizou como aporte teórico os tipos de prova (BALACHEFF, 1988)⁸ e as funções de prova (DE VILLIERS, 2001)⁹. Além de analisar a coleção, a autora desenvolveu uma sequência de atividades relacionadas a esses conteúdos, com alunos do 9º ano do ensino fundamental de uma escola pública estadual em São Paulo, com o intuito de verificar o desempenho dos mesmos na resolução de atividades referentes ao tema investigado. Por meio do desenvolvimento da sequência didática, também buscou identificar as intervenções e estratégias que o professor dessa série precisa mobilizar para que essa passagem, do empirismo à dedução, ocorra de forma espontânea. Essa pesquisa apresentou como resultado que, embora essa coleção se constitua como uma ferramenta que favorece a exploração desses conteúdos, a mesma apresenta o problema da passagem brusca de exercícios empíricos para demonstrações formais, levando o professor a fazer intervenções no sentido de ajudar o aluno a compreender o que está sendo proposto nas atividades e revisar conteúdos necessários à resolução das mesmas.

Embora Carlovich (2005) e Pasini (2007) tenham realizado suas pesquisas voltadas para discussões acerca da Geometria dedutiva, a primeira autora pesquisou exclusivamente a proposta de ensino no livro didático, enquanto que a segunda investigou a tríade professor – livro didático – aluno.

Santos (2005), além de ter investigado o livro didático voltado para os anos finais do ensino fundamental, investigou, também as possíveis relações entre a abordagem da área do paralelogramo e os procedimentos utilizados pelos alunos de uma 8ª série¹⁰ de uma escola pública da cidade do Recife, na resolução de problemas relativos a esse tema. Para tanto a autora utilizou como aporte teórico o modelo de área como grandeza, proposto por Douady &

⁸Balacheff (1988 apud PASINI2007, p.146) afirma que as provas produzidas por alunos são divididas em duas categorias: pragmáticas e intelectuais ou conceituais. As provas pragmáticas decorrem de ações diretas acerca de determinadas representações de objetos matemáticos. As provas intelectuais ou conceituais, por sua vez, têm nas ações interiorizadas, bem como no discurso lógico-dedutivo, o controle das relações dos objetos entre si, além de não dependerem exclusivamente da efetiva ação sobre a representação.

⁹Segundo De Villiers (2001 apud PASINI2007, p.41) a prova não é vista apenas como verificação, mas também como alguns processos, a saber, descoberta, sistematização e explicação, além de desafio intelectual e comunicação.

¹⁰ Atual 9º ano.

Perrin-Glorian (1989)¹¹ e Bellemain & Lima (2002)¹² e as noções de contrato didático e variável didática, elementos teóricos da Teoria das Situações Didáticas desenvolvida por Brousseau (1986)¹³.

Os procedimentos metodológicos utilizados nessa pesquisa consistiram em analisar a 1ª edição de livros didáticos de Matemática, dos autores da coleção, editada em 2000, intitulada: *Matemática*, de autoria de Luiz Márcio Imenes e Marcelo Lellis. Em seguida, foi aplicado um teste com alunos da 8ª série de uma escola pública da cidade de Recife (PE), usuários dessa coleção. Essa pesquisa apontou algumas convergências entre o proposto no livro didático e os procedimentos realizados pelos alunos, por exemplo, tanto o livro didático quanto o aluno tomam como base do paralelogramo, o lado que se encontra na posição horizontal; já em relação às divergências, a autora apresenta estudos que afirmam que o trabalho, primeiro, da área enquanto medida e depois, enquanto grandeza, pode favorecer confusão entre essas grandezas, no entanto, os resultados das atividades propostas nessa pesquisa evidenciaram que os alunos conseguiam distinguir essas duas grandezas.

Também focando o trabalho com área, embora com conteúdo diferente, Silva (2011) analisou as abordagens relativas a comprimento, perímetro e área em oito livros didáticos do 6º ano do ensino fundamental, de 16 coleções aprovadas pelo PNLD/2008. Na análise desses livros o autor identificou os tipos de tarefa contemplados e os tipos de tarefas predominantes referentes a esses conteúdos. Foram analisados os mesmos conteúdos, em dois livros didáticos do mesmo ano escolar, de duas coleções aprovadas pelo PNLD/2011 sendo que, essas duas coleções foram aprovadas tanto pelo PNLD/2011 quanto pelo PNLD/2008. Nesses dois livros foram identificados os blocos saber-fazer e saber (CHEVALLARD, 1999). O autor concluiu que a maioria das obras analisadas privilegia o trabalho com a medida, em detrimento da grandeza. Os tipos de tarefa que predominam são: a conversão de unidades de comprimento, o cálculo de perímetro e o cálculo da área de figuras planas. As operações fundamentais, as

¹¹Perrin-Glorian & Douady (1989 apud SANTOS2005, p.27) afirmam que quando é feita a abordagem do conceito de área enquanto grandeza, há um favorecimento relativo à construção das relações necessárias entre os aspectos geométrico e numérico. Essas autoras ressaltam que nessa abordagem é necessária a distinção de três quadros, a saber, quadro geométrico, quadro numérico e quadro das grandezas.

¹²Bellemain & Lima (2002 apud SANTOS2005, p.29) trazem, em relação à área de superfícies planas, uma estrutura matemática de acordo com a modelização, desenvolvida por Douady & Perrin-Glorian (1989), a qual considera uma superfície como um subconjunto limitado do plano euclidiano. No que concerne à grandeza comprimento, Bellemain & Lima (2004) apresentam a proposta na qual o comprimento é definido por meio de uma classe equivalente de curvas de mesma medida, assim sendo, é chamado de perímetro, o comprimento de uma curva fechada, sendo ela poligonal ou não.

¹³O contrato didático Brousseau (1986 apud SANTOS2005, p.37) está inserido na Teoria das Situações Didáticas, e é um elemento teórico desenvolvido nos estudos voltados à Didática da Matemática, e que diz respeito às relações entre alunos e professores no que concerne ao ensino do saber matemático.

propriedades das figuras geométricas e o campo das grandezas e medidas fundamentam o bloco tecnológico-teórico.

Também utilizando a Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1999) como referencial teórico, Almeida (2012) pesquisou a articulação das organizações matemática e didática na abordagem do conteúdo de polígonos regulares inscritos na circunferência, em seis livros didáticos do 9º ano do ensino fundamental, entre as nove coleções aprovadas pelo PNLD/2011. Almeida (2012) concluiu que os livros analisados mostram que há uma articulação entre as organizações didática e matemática, pois o conteúdo investigado, além de ser apresentado por meio de tarefas claras, também disponibiliza o discurso prático-técnico e tecnológico-teórico.

Assim como Silva (2011) e Almeida (2012), Farias (2008) utilizou a Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1999) para analisar o livro didático e investigou a proposta de ensino das representações¹⁴ de sólidos geométricos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), no Guia do PNLD/2007 (BRASIL, 2007) e em quatro coleções de livros didáticos voltados para os anos iniciais do ensino fundamental, consideradas, segundo a autora, “bem avaliadas”, entre 35 coleções aprovadas pelo PNLD/2007. Nos PCN (BRASIL, 1998), a autora buscou as orientações relacionadas ao estudo do seu objeto de pesquisa. No Guia do PNLD/2007 (BRASIL, 2007) foram observadas as orientações de cunho metodológico que o mesmo apresenta acerca do tema proposto. Em suas conclusões, a autora aponta a valorização do estudo da Geometria, a relevância de se relacionar diversos tipos de representação, bem como articular diferentes linguagens nesse estudo.

Enquanto Farias voltou sua pesquisa para os anos iniciais do ensino fundamental, Albuquerque (2011) ampliou o seu olhar e pesquisou, além dos anos iniciais, os anos finais do ensino fundamental. O autor investigou, em 13 coleções de livros didáticos dos anos iniciais e em 10 coleções destinadas aos anos finais do ensino fundamental, aprovados, respectivamente, nos Guias do PNLD/2010 e 2011¹⁵, dois aspectos, sendo que, o primeiro refere-se aos tipos de associações que ocorrem: objetos físicos entre si (F-F), objetos geométricos entre si (G-G) e objetos físicos e objetos geométricos (F-G), e o segundo aspecto é relativo às expressões verbais utilizadas nas associações referentes à ideia de semelhança, tais como: lembrar, parecer e ter a mesma forma. Para investigar esses dois aspectos, o autor

¹⁴ O termo “representações” utilizado pela autora faz referência aos registros ostensivos, e não aos registros de representação discutidos por Raymond Duval, na Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

¹⁵ O PNLD/2010 traz a lista das coleções de livros didáticos do 1º ao 5º ano do ensino fundamental aprovadas e o PNLD/2011, por sua vez, a lista das coleções de livros didáticos do 6º ao 9º ano do ensino fundamental aprovadas.

extraiu textos encontrados nas 23 coleções de livros didáticos aprovados nos PNLD/2010 e 2011, respectivamente, e analisou todo material textual que mostrasse indícios de associação entre entes da Geometria, a saber, atividades propostas, exemplos, explicações, respostas sugeridas para as atividades e comentários direcionados ao professor. Vale ressaltar que a escolha do autor em analisar as coleções de livros didáticos do 1º ao 9º ano, ocorreu devido a um dos seus objetivos específicos que se propunha a analisar a evolução, tanto nos tipos de associações ocorridas entre os entes geométricos, quanto às expressões verbais utilizadas em tais associações.

Em relação ao primeiro aspecto o autor concluiu que há predominância do tipo de associação objetos físicos e objetos geométricos nos livros dos anos iniciais, já nos livros dos anos finais predominam o tipo de associação objetos geométricos entre si. No que se refere ao segundo aspecto, nos livros dos anos iniciais, há o predomínio de expressões que, ou envolvem o termo “forma”, ou que são da linguagem usual. No entanto, nos livros dos anos finais predominam expressões que têm origem no termo “semelhança”.

Ao final da apresentação de algumas pesquisas que abordam o ensino de Geometria, julgamos pertinente tecer algumas considerações acerca da relação das mesmas com a nossa investigação.

Lembrando que o nosso objeto matemático de investigação são os poliedros e polígonos, vale ressaltar que, para que os alunos dos anos finais do ensino fundamental, possam ser encaminhados pelo viés do trabalho com a Geometria dedutiva, investigada nas pesquisas de Carlovich (2005) e Pasini (2007), é necessário que os mesmos tenham se apropriado de características e propriedades que são trabalhadas nos primeiros anos desse nível de ensino. Assim sendo, entendemos que os resultados obtidos nessas pesquisas, podem ser reflexo do que tem sido proposto, seja pelo livro didático ou pelo professor, nos anos iniciais.

Nesse sentido, outro aspecto que consideramos relevante apontar é que, segundo Imenes (1987, p. 60) “[...] quando se enfatiza a importância da Geometria dedutiva [...]. Trata-se de apresentar, em momentos adequados, um pequeno número de proposições que se encadeiam logicamente, numa sequência de teoremas”. Assim sendo, em consonância com Almouloud (2003) que evidencia a importância do papel heurístico da figura na apropriação do raciocínio dedutivo, sugerindo, inicialmente, compreender, por meio da visualização e do estatuto, o seu raciocínio, entendemos que a figura é útil, pois além de favorecer à visualização, contribui para o raciocínio no desenvolvimento de uma demonstração matemática. A abordagem às figuras geométricas e a articulação entre o ensino de poliedros e

figuras planas é o objeto de investigação em nossa pesquisa, entendemos assim a relevância da compreensão acerca da proposta de ensino dos poliedros e polígonos nos anos iniciais do ensino fundamental.

Consideramos relevante, ainda, retomar um apontamento feito na pesquisa de Santos (2005), relacionado à questão do posicionamento do paralelogramo. Observações assistemáticas realizadas na pesquisa de Santos (2005), indicam que o problema da posição do paralelogramo está vinculado às abordagens feitas pelo livro didático e pelo professor. Nesse contexto, a nossa proposta de investigação pode confirmar se tais abordagens se iniciam desde os anos iniciais, visto que, o paralelogramo, enquanto figura plana (polígono), é parte do nosso objeto matemático de investigação.

Por último, e não menos importante, destacamos na pesquisa de Silva (2011), a relação das abordagens relativas a comprimento e área, e o nosso objeto de investigação, haja vista que, a apreensão das propriedades das figuras geométricas favorecem a aprendizagem desses conceitos matemáticos. Assim sendo, com a verificação, por meio do delineamento da proposta de ensino dos polígonos nos anos iniciais do ensino fundamental, se é feito o trabalho com as propriedades das figuras geométricas, temos indícios do nível de conhecimento que os alunos, oriundos dos anos iniciais, terão nos anos posteriores.

Em meio as pesquisas apresentadas destacamos, ainda, as pesquisas de Farias (2008) e de Albuquerque (2011) como as que mais se aproximaram da nossa, no que se refere tanto ao referencial teórico quanto ao nível de ensino. A partir da definição do objeto matemático de investigação, as duas pesquisas distanciam-se da nossa, uma vez que, Farias (2008) focou seus estudos nas representações dos sólidos geométricos de uma forma geral, Albuquerque (2012) voltou sua investigação tanto para os anos iniciais quanto para os anos finais do ensino fundamental e a nossa teve como nível de ensino os anos iniciais e o como objeto matemático, os polígonos e figuras espaciais formadas por polígonos.

2.2 A GEOMETRIA E A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A pesquisa em Educação Matemática tem como objeto de estudo “[...] a compreensão, a interpretação e a descrição de fenômenos referentes ao ensino e à aprendizagem da matemática, nos diversos níveis de escolaridade, tanto na sua dimensão teórica, quanto prática [...]” (GARCIA; MACHADO, 2007, p. 1). Para Bicudo (1993, p. 5), a pesquisa em Educação Matemática “[...] permite que se compreenda a Matemática, o modo pelo qual ela é construída, os significados da Matemática no mundo [...]”.

Nos últimos anos a pesquisa em Educação Matemática avançou bastante. De acordo com Filho *et. al* (2008), todo ano acontecem, no Brasil, aproximadamente 20 eventos nessa área, isso sem levar em consideração as publicações especializadas e as pesquisas desenvolvidas nos Programas de Pós-Graduação *strictu-sensu* (mestrado e doutorado). Essas produções discutem acerca de diversas temáticas, sendo que nesta pesquisa abordamos especificamente as que estão diretamente ligadas ao nosso objeto de investigação.

Inicialmente trazemos algumas discussões para refletirmos sobre a importância do ensino da Geometria.

“Por que aprender Geometria?”. Tal questionamento feito por Lorenzato (1995), talvez seja compartilhado por alguns professores e principalmente pelos alunos. Como resposta, esse autor afirma que:

Sem a Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. (LORENZATTO, 1995, p.5)

Concordamos com Lorenzato (1995), pois em todo lugar nos deparamos com elementos geométricos e o conhecimento acerca desses elementos é de fundamental importância para compreendê-los, e fazer uso dos mesmos, se necessário.

Em meio às várias discussões sobre o ensino de Geometria, destacamos a pesquisa de Pavanello (1987) que discute o abandono da mesma trazendo, nesse sentido, reflexões acerca da retomada da Geometria na escola visando reverter o quadro apontado. Essas discussões não ficaram restritas apenas ao âmbito nacional. Uma conferência¹⁶ realizada na Itália, em 1995, trouxe em seus debates, discussões sobre a necessidade de se ensinar Geometria e também sobre como ocorre o desenvolvimento do pensamento geométrico. Os debates acerca dos objetivos do ensino de Geometria em todos os níveis de ensino, também foi tema nessa conferência. Nacarato e Passos (2003) apresentam as principais recomendações sugeridas pela conferência:

1. O currículo de Matemática do ensino primário deve incluir geometria bi e tridimensional para que os alunos sejam capazes de descrever, desenhar e classificar figuras; de investigar e prever o resultado de combinar, subdividir e transformar figuras; de desenvolver a percepção espacial; de relacionar ideias geométricas com ideias numéricas e de medição; de reconhecer e apreciar a geometria dentro do seu mundo.
2. Deve-se evitar substituir o programa de geometria pelos tópicos sobre medidas.

¹⁶Conferência intitulada: “Perspectivas para o Ensino da Geometria no Século XX”. Realizada na Catânia (Sicília-Itália). (NACARATO; PASSOS, 2003, p. 28).

3. Merecem menos atenção atividades centradas na memorização de vocabulário, fatos e relações.
4. Nos seis primeiros anos de escolaridade o programa deve ser essencialmente centrado em atividades e não em teoria sobre tópicos geométricos.
5. Os alunos devem ter contato com atividades geométricas durante todo o ano letivo e não somente em um determinado período de tempo do ano.
6. São recomendáveis atividades que façam conexões com áreas afins como Artes, Geografia e Física.
7. Havendo condições e se os professores estiverem preparados, devem ser organizadas atividades com tópicos não convencionais e que fogem da tradição euclidiana; teoria de nós, etc.
8. O currículo de geometria, principalmente a partir da 7ª série, deve ter fortes conexões com aplicações e situações reais.
9. Rudimentos de geometria analítica podem ser antecipados sem ênfase em demasiada na notação.
10. É possível uma abordagem de natureza histórico-epistemológica, de que a geometria é rica em significados.
11. Instituições como universidades e secretarias de educação devem organizar programas para capacitação dos professores para o ensino da geometria.
12. A geometria deve ser considerada um instrumento para a compreensão, descrição e interação com o espaço em que se vive, por ser o campo mais intuitivo e concreto da matemática e o mais ligado à realidade.
13. As novas tecnologias têm afetado profundamente nossa sociedade. Atividades tradicionais, como o desenho técnico feito à mão tornaram-se obsoletas. Novas profissões estão surgindo. É fato que os indivíduos deste final de século, todos, necessitam de uma Educação Visual. A geometria tem como cumprir esse papel.(NACARATO; PASSOS, 2003, p. 28-30).

Segundo Nacarato e Passos (2003), essas recomendações deveriam ser amplamente divulgadas entre os professores e instituições, com o intuito de serem analisadas e verificada a viabilidade de sua implementação.

Tal resultado nos leva a refletir e propor discussões acerca da importância do ensino de Geometria nos anos iniciais do ensino fundamental, como trazemos a seguir.

2.3 ENSINO DE GEOMETRIA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Tendo em vista as situações cotidianas que vivenciamos, o conhecimento geométrico contribui para o desenvolvimento de habilidades práticas: utilização de mapas, confecção de roupas, elaboração de táticas e estratégias em jogos, entre outras. O ensino da Geometria é de fundamental importância para que o indivíduo desenvolva o pensamento geométrico. Vale ressaltar que a mobilização do pensamento geométrico em nosso cotidiano é apenas um dos exemplos da importância de trabalhar os conteúdos geométricos na escola. Nesse sentido os PCN afirmam que:

A Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois

estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. (BRASIL, 1997, p. 39).

Nessa perspectiva, acreditamos que é importante que a Geometria seja trabalhada desde os primeiros anos da escolarização. A construção do pensamento geométrico pelos alunos dos anos iniciais do ensino fundamental está diretamente ligada à representação que as crianças têm sobre o espaço (BRASIL, 1997).

Estudos sobre a construção do espaço pela criança destacam que a estruturação espacial se inicia, desde muito cedo, pela constituição de um sistema de coordenadas relativo ao seu próprio corpo. É a fase chamada egocêntrica, no sentido de que, para se orientar, a criança é incapaz de considerar qualquer outro elemento, que não o seu próprio corpo, como ponto de referência. Aos poucos, ela toma consciência de que os diferentes aspectos sob os quais os objetos se apresentam para ela são perfis de uma mesma coisa, ou seja, ela gradualmente toma consciência dos movimentos de seu próprio corpo, de seu deslocamento. Essa capacidade de deslocar-se mentalmente e de perceber o espaço de diferentes pontos de vista são condições necessárias à coordenação espacial e nesse processo está a origem das noções de direção, sentido, distância, ângulo e muitas outras essenciais à construção do pensamento geométrico. (BRASIL, 1997, p. 81).

Consideramos essa fase propícia para que as primeiras noções acerca da Geometria sejam exploradas tomando como ponto de partida o espaço em que a criança está inserida. Assim sendo, espera-se que o professor dos anos iniciais do ensino fundamental proporcione situações que favoreçam os processos que envolvem a construção do pensamento geométrico pelos alunos.

Passos (2000) desenvolveu estudos voltados para a investigação das representações e interpretações geométricas feitas pelo aluno, em diferentes registros, bem como as ações do professor frente a essas interpretações. Como a pesquisa focou os processos de ensino e aprendizagem, questões relativas à formação didático-metodológica dos professores que atuam nos anos iniciais do ensino fundamental, também foram discutidas. Em suas considerações, a autora ressalta que os professores apresentavam resistência e dificuldades em trabalhar com conceitos geométricos mostrando não terem conhecimentos suficientes para ensinar Geometria. Tais considerações se deram frente à observação das seguintes ocorrências: situações de insegurança na ministração de alguns conteúdos, incorreções na utilização de alguns conceitos e momentos de hesitação e, até mesmo, de desconhecimento de conceitos a serem ensinados. Concordamos com Passos (2000) de que tal realidade pode culminar no comprometimento dos processos de ensino e aprendizagem desses alunos.

Vasconcelos (2005) identificou e analisou dificuldades de alunos da 4ª série do ensino fundamental no que se refere à diferenciação entre as figuras geométricas planas e não-planas e as concepções de professores quanto a essa diferenciação. Com essa pesquisa a autora

concluiu, em relação aos alunos, que de um modo geral, as dificuldades dos mesmos estão associadas à incompatibilidade do nível de desenvolvimento do seu pensamento geométrico. E em relação aos professores, concluiu que os professores alegam desconhecimento da importância da Geometria, valorização de outros conteúdos em detrimento da mesma e a falta de conhecimento suficiente de conteúdos geométricos.

Baumann (2009) discutiu de que modo se apresenta o projeto de formação de professores de Matemática dos anos iniciais do ensino fundamental nos cursos de Licenciatura em Matemática e em Pedagogia, levantando, assim, dois temas fomentadores de várias pesquisas relacionadas à Educação, que abordam debates acerca da formação do professor de Matemática dos anos iniciais. O primeiro diz respeito à formação do pedagogo, e o segundo à do Licenciado em Matemática. A autora aponta observações relacionadas a esses professores no que concerne às concepções apresentadas pelos mesmos. Os licenciandos em Matemática consideram como elementares os conteúdos matemáticos abordados nos primeiros ciclos do ensino fundamental, no entanto, os mesmos apresentam dificuldades em ensiná-lo aos alunos desse nível escolar. Além disso, os graduandos em Matemática reconhecem a falta de preparo para lidar com a dependência que esses alunos têm do professor, isso somado à falta de compromisso da turma e às questões como falta de comportamento, travessuras e falta de controle emocional dos mesmos. Os graduandos em Pedagogia por sua vez, defendem que não possuem afinidade com o conteúdo matemático, e afirmam que tal realidade é fruto da formação como estudantes do ensino fundamental.

Embora essas pesquisas evidenciem o problema da formação e atuação de professores que ensinam Geometria nos anos iniciais do ensino fundamental, de modo algum, trazemos essas discussões com o intuito de desrespeitar ou culpabilizar esse profissional. Nosso objetivo é refletir ainda mais acerca dessa problemática e de ressaltar a relação direta que há entre o professor que ensina Matemática nos anos iniciais e o nosso objeto de investigação que é a articulação do ensino de polígonos e poliedros em uma coleção de livros didáticos dos anos iniciais do ensino fundamental, haja vista que esses profissionais são os sujeitos da discussão anterior. Entendemos que as discussões relativas ao ensino de Geometria se fazem presente por meio da produção de pesquisas. Assim sendo, buscamos obter um panorama acerca das produções nessa temática. Nacarato (2007), em palestra intitulada: *O ensino de Geometria nas séries iniciais*, analisou o número de pesquisas apresentadas em sete edições do Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM, no período de 1987 a 2001, tendo como base os estudos de Andrade (2004). Nessa palestra, Nacarato apresentou a quantidade de trabalhos cuja temática era a Geometria, bem como o nível de ensino contemplado pelos

mesmos. A Tabela 1, a seguir, mostra a quantidade de trabalhos voltados à Geometria e, desses, aqueles dedicados aos anos iniciais do ensino fundamental.

Tabela 1 - Trabalhos de Geometria voltados às séries iniciais do ensino fundamental apresentados no ENEM (1987 a 2001)

ENEM	Local	Total de trabalhos de Geometria	Trabalhos voltados às séries iniciais
I (1987)	PUC/PR	10	2
II (1988)	Maringá/PR	37	5
III (1990)	UFRN	43	1
IV (1992)	Blumenau/ SC	27	2
V (1995)	UFS/SE	61	4
VI (1998)	Unisinos/RS	106	7
VII (2001)	UFRJ/RJ	79	1

Fonte: Andrade (2004)

Nessa tabela, segundo Nacarato (2007), se por um lado os números apontam para um aumento no número de pesquisas que investigaram a Geometria, por outro lado, esses mesmos números revelam que as produções científicas relativas aos anos iniciais do ensino fundamental ainda são preocupantes.

Entendendo que os dados apresentados no Quadro 1 fazem referência até o VII ENEM, realizado em 2001, e que, desde então até os dias atuais já ocorreram mais quatro edições desse evento, julgamos ser necessário apresentarmos dados dessas edições para termos um panorama atualizado acerca dessas produções. Nesse sentido, realizamos uma busca nos anais do VIII ENEM, ocorrido em 2004, até o XI ENEM, realizado em 2013, com o intuito de observar se houve alguma mudança no panorama apresentado por Nacarato (2007). Na Tabela 2, são expressos os números relativos às produções científicas nas edições do ENEM realizadas no período de 2004 a 2013.

Tabela 2 - Trabalhos de Geometria voltados às séries iniciais do ensino fundamental apresentados no ENEM (2004 a 2013)

ENEM	Local	Total de trabalhos de Geometria	Trabalhos voltados às séries iniciais
VIII (2004)	UFG/GO	74	5
IX (2007)	UFMG/MG	79	5
X (2010)	Salvador/BA	116	10
XI (2013)	PUC/PR	94	5

Fonte: Produção da autora da pesquisa

Os dados referentes aos trabalhos voltados à Geometria apresentados no Quadro 2, somados aos dados da respectiva coluna do Quadro 1 perfazem um total de 726 produções apresentadas nas onze edições do ENEM. Desse total, apenas 47 trabalhos são voltados aos anos iniciais do ensino fundamental, o que corresponde a aproximadamente 6,5% do total de produções sobre Geometria. Nesse sentido, pode-se constatar que o número de produções voltadas para os anos iniciais do ensino fundamental ainda é pouco expressivo, o que nos leva a nos questionarmos acerca das razões do pouco interesse acerca da investigação dessa temática nesse nível de ensino.

2.4 O LIVRO DIDÁTICO E O PNLD

Entendemos que o livro didático se constitui como uma ferramenta utilizada tanto pelo professor, quanto pelo aluno, e que para cada um desses o mesmo exerce papéis diferentes. Em linhas gerais, consideramos que o livro didático tem a função semelhante a de um mediador entre professor, aluno e saber. De acordo com Carvalho *et. al.* (2006):

O texto [livro] didático contribui para o processo de ensino-aprendizagem como mais um interlocutor que passa a dialogar com o professor e com o aluno. Nesse diálogo, tal texto é portador de uma perspectiva sobre o saber a ser estudado e sobre o modo de se conseguir aprendê-lo mais eficazmente. (CARVALHO *et. al.*, 2006, p. 15)

Vale ressaltar que, o livro didático possui funções distintas na mediação entre aluno e professor. Gérard e Roegiers (1998 apud CARVALHO *et. al.* 2006, p. 15), apontam algumas funções do livro didático relacionadas ao aluno:

- favorecer a aquisição de conhecimentos socialmente relevantes;
- propiciar o desenvolvimento de competências cognitivas, que contribuam para aumentar a autonomia;
- consolidar, ampliar, aprofundar e integrar os conhecimentos adquiridos;
- auxiliar na auto avaliação da aprendizagem;
- contribuir para a formação social e cultural e desenvolver a capacidade de convivência e de exercício da cidadania. (GERARD; ROEGIERS, 1998, *apud* CARVALHO *et. al.* 2006, p. 15)

Já, em relação ao professor, são ressaltadas as seguintes funções do livro didático:

- auxiliar no planejamento e na gestão das aulas, seja pela explanação de conteúdos curriculares, seja pelas atividades, exercícios e trabalhos propostos;
- favorecer a aquisição dos conhecimentos, assumindo o papel de texto de referência;
- favorecer a formação didático-pedagógica;

□ auxiliar na avaliação da aprendizagem do aluno. (GERARD; ROEGIERS, 1998 *apud* CARVALHO et. al. 2006, p. 15)

Nessa perspectiva, o livro didático entra em cena como mediador entre professor, aluno e saber. Segundo Lajolo (1996), reconhecer a importância que o livro didático assume nas práticas de ensino é imprescindível, uma vez que, como afirma o Guia do PNLD (BRASIL, 2005, p. 196): “O livro didático exerce grande influência sobre a atuação do professor em sala de aula, pois ele se torna freqüentemente a única ferramenta disponível para o seu trabalho”. Desse modo, torna-se fundamental analisar como o livro didático propõe essas práticas de ensino e o quanto esse instrumento, que serve de apoio aos processos de ensino e de aprendizagem, vem ditando de que maneira os professores devem abordar este ou aquele conteúdo, mais especificamente em nossa pesquisa, como é proposto o ensino de poliedros e polígonos em uma coleção de livros didáticos dos anos iniciais e se em meio a essa proposta há a articulação entre o ensino de ambos.

Frente a importância atribuída ao livro didático junto ao professor que ensina Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, entendemos ser necessário pontuar o trabalho realizado pelo PNLD em relação à distribuição do livro didático. O PNLD foi instituído a partir do Decreto nº 91.542, de 19 de agosto de 1985 (BRASIL, 1985), para substituir o Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental – PLIDEF que, por sua vez, foi desenvolvido pelo Instituto Nacional do Livro – INL (BRASIL, 1937).

A cada três anos o MEC recebe das editoras coleções de livros didáticos destinados a um nível de escolaridade, para avaliação e possível aprovação pelo PNLD. As coleções aprovadas constam no Guia de Livros Didáticos do PNLD que orienta o professor quanto à escolha do livro didático a ser adotado pela instituição de ensino, uma vez que, essa só pode adquirir livros que constem nesse Guia.

O PNLD tem por finalidade, além de distribuir livros didáticos de todas as disciplinas, do respectivo nível de ensino, aos alunos e professores da educação básica de escolas públicas subsidiar o trabalho do professor, por meio dos resultados das análises dos livros didáticos, com críticas positivas e negativas dos livros, permitindo ao professor ver as potencialidades e limites de cada coleção. Além disso, no que diz respeito às críticas negativas, sugere estratégias para que o professor tenha condições de realizar um trabalho *satisfatório* contribuindo, assim, para que o docente possa utilizar o livro didático como apoio pedagógico. Mais do que apoio pedagógico, como menciona o Guia do PNLD, consideramos

que esse seja um importante apoio didático o que possibilita aos alunos autonomia nos estudos.

Assim, o livro didático como um registro escrito detém grande influência no processo de ensino e aprendizagem: é visto como capaz de organizar, sistematizar e ainda qualificar a aprendizagem, além de configurar não só o que se ensina e se aprende, como também o que se avalia dentro e fora da escola. (VIEIRA, 2013, p. 25)

Assim como Vieira (2013), consideramos que o livro didático interfere nos processos de ensino e aprendizagem, sendo um dos principais elementos no mesmo, sobretudo nos anos iniciais do ensino fundamental devido à questões, discutidas na subseção 2.1.3, relativas à formação do professor que ensina Matemática nesse nível de ensino. Assim sendo, nos propusemos analisar a proposta de ensino de polígonos e figuras espaciais formadas por polígonos, em uma coleção de livros didáticos dos anos iniciais do ensino fundamental.

O livro didático, além exercer a função de mediador entre professor, aluno e saber (CARVALHO *et. al*, 2006), também passou a ser objeto de estudo no campo da Educação. Pesquisas apontam que o interesse pelo livro didático como objeto de investigação, por parte de pesquisadores, tem aumentado (CHOPIN, 2004). Este interesse pode ser comprovado devido ao aumento de publicações sobre o tema em eventos como o ENEM, Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática – EBRAPEM, Conferência Internacional de Educação Matemática – CIEM, entre outros, revistas e periódicos voltados à Educação e/ou à Educação Matemática, dissertações, teses, entre outros.

O EBRAPEM é um evento voltado para a discussão de pesquisas de Pós-graduação em Educação Matemática que reúne alunos e professores de pós-graduação para realizarem debates acerca das pesquisas realizadas na área. Os encontros promovidos têm por objetivos, discutir a elaboração, sugerir possíveis encaminhamentos, contribuir para a sugestão de métodos, bem como de referenciais teóricos, além de observar os processos pelos quais passam as pesquisas. Considerando que um expressivo número de pesquisas produzidas pelos Programas de Pós-graduação em Educação Matemática no Brasil são discutidas nesses encontros, podemos inferir pelo recorte apresentado, que apesar da importância do livro didático para os processos de ensino e aprendizagem, o número de pesquisas que investigam as propostas de ensino contidas nestes materiais, ainda se mostra tímido.

Pensando em uma reflexão mais pontual no que se refere a pesquisas relativas ao livro didático, fizemos um recorte¹⁷ de cinco edições do EBRAPEM, e neste recorte, apresentamos

¹⁷Escolhemos o recorte a partir do X EBRAPEM, por optarmos por um período de tempo mais recente.

a distribuição de trabalhos que analisaram livros didáticos independentemente do nível de ensino. Para realizar tal levantamento de dados analisamos os cadernos de resumos dos XIII e XIV EBRAPEM, bem como os CDs-ROM do X, XI e XII EBRAPEM. O objetivo desse recorte foi saber o “quanto”, e o “que” tem sido produzido nesse evento, em relação a pesquisas que investigam acerca do ensino de Geometria nos anos iniciais, e se essas pesquisas abrangem o livro didático desse nível de ensino, para assim, situarmos nossa pesquisa em meio às mesmas, além de localizar se o nosso objeto de investigação já vem sendo discutido, podendo, assim, trazer mais elementos para “encorpar” as discussões acerca do mesmo.

Nesse sentido, a análise dos dados foi feita levando-se em conta a observação do número de pesquisas produzidas tendo o livro didático como objeto de investigação e, nessas os seus respectivos focos de estudo.

Quadro 1 - Distribuição dos trabalhos que analisaram livro didático, por nível de ensino

Evento/ Ano	Livros didáticos dos anos iniciais do ensino fundamental	Livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental	Livros didáticos do ensino médio	Livros didáticos da Educação de Jovens e Adultos (EJA)	Livros didáticos do ensino superior	Total
X EBRAPEM (2006)	-	01	-	-	02	03
XI EBRAPEM (2007)	03	02	03	-	-	08
XII EBRAPEM (2008)	01	04	01	-	-	06
XIII EBRAPEM (2009)	02	07	01	01	01	12
XIV EBRAPEM (2010)	02	05	-	01	01	09
Total por nível de ensino	08	19	05	02	04	
Total geral						38

Fonte: Produção da autora da pesquisa.

O Quadro 1 tem por objetivo fornecer uma visão geral de quais são os níveis de ensino que o livro didático está sendo pesquisado. Nesse sentido, observamos que os anos finais do ensino fundamental são os mais privilegiados pelas pesquisas acerca de livros didáticos. Apesar de os resultados apontarem para uma preferência de pesquisa para os anos finais, não discutiremos em nossa pesquisa as motivações que causam tal escolha.

O Quadro 2, a seguir, mostra as pesquisas voltadas para os anos iniciais do ensino fundamental, buscamos destacar dentre as mesmas, quais têm como foco o objeto matemático. Dos 08 trabalhos voltados para a análise de livro didático dos anos iniciais do ensino fundamental, 04 trazem como foco o objeto matemático; os demais se distribuem entre uma abordagem histórica da Matemática ou da Educação Matemática, e a influência do livro didático nas práticas pedagógicas dos professores desse nível de ensino.

Quadro 2 – Distribuição dos trabalhos que propõem análise de livro didático com foco no objeto matemático

Evento/ Ano	Livros didáticos das séries iniciais do ensino fundamental	Livros didáticos das séries finais do ensino fundamental	Livros didáticos do ensino médio	Livros didáticos da Educação de Jovens e Adultos (EJA)	Livros didáticos do Ensino Superior
X EBRAPEM (2006)	-	01	-	-	02
XI EBRAPEM (2007)	02 em 03	01	03	-	-
XII EBRAPEM (2008)	01 em 01	04	01	-	-
XIII EBRAPEM (2009)	01 em 02	07	01	01	01
XIV EBRAPEM (2010)	0 em 02	05	-	-	01
Total por nível de ensino	04 em 08	18	05	01	04
Total geral	32				

Fonte: Produção da autora da pesquisa

A primeira edição analisada do EBRAPEM (2006) não apresentou trabalhos referentes ao livro didático dos anos iniciais do ensino fundamental; os mesmos começaram a aparecer a partir do XI EBRAPEM, com Farias (2007) e Ribeiro (2007). O primeiro trabalho identificou, em quatro coleções de livros didáticos, os principais recursos ostensivos (desenhos, fotos, modelos materiais e a linguagem), relativos ao estudo dos sólidos geométricos. O segundo utilizou o objeto matemático também como objeto histórico, uma vez que a abordagem proposta no livro didático fornece indícios das tendências de ensino que são disseminadas em determinados períodos, e é por meio desse olhar que a autora traz como objetivo principal analisar a Educação Matemática presente no ensino de Primeiras Letras no Brasil. Nesse sentido, a autora apresenta a trajetória do ensino de Geometria no ensino primário no período de 1850-1860, mostrando como foi se reconfigurando a matemática escolar nessa época.

Na XII edição do EBRAPEM, Amarilha (2008), enfatizando que a concepção sobre o corpo possibilita uma abordagem em relação à orientação corporal e espacial para a elaboração de conhecimentos pela criança, investigou a contextualização do estudo da

Geometria nos livros didáticos dos anos iniciais do ensino fundamental. Na edição seguinte, XIII EBRAPEM, Santos (2009) propôs discussões sobre a contextualização entre o bloco de Grandezas e Medidas e o Tema Transversal Meio Ambiente. No XIV EBRAPEM não houve trabalhos que fizessem referência à análise de livros didáticos com foco no objeto matemático.

Considerado como material didático¹⁸, o livro didático se explorado em suas potencialidades, na sala de aula, pode influenciar os processos de ensino e de aprendizagem de alunos em qualquer nível de ensino.

Como sugere o adjetivo didático, [...] o livro didático é instrumento específico e importantíssimo de ensino e de aprendizagem formal. [...] ele pode ser decisivo para a qualidade do aprendizado resultante das atividades escolares. (LAJOLO, 1996, p. 4)

O livro didático na categoria referente a material didático traz, implicitamente, algumas concepções. Batista (1999, p. 534) traz como livro didático: “Aquele livro impresso empregado pela escola, para desenvolvimento de um processo de ensino ou de formação, conceito que o autor constrói a partir de conceituações de outros autores”. De acordo com Pais (2013, p. 47-48): “A presença extensiva que o livro didático ocupa na educação escolar indica a existência de um recurso pedagógico consolidado, porque resistiu às diversas mudanças ocorridas na educação e no uso das tecnologias da comunicação.”

Embora concordemos com a importância do papel do livro didático como recurso que auxilia o professor, ressaltamos que não buscaremos discutir os termos técnicos ou gramaticais acerca do livro didático, e sim quais propostas de ensino o mesmo apresenta, e de que maneira sugere é proposta a *articulação entre o ensino de polígonos e figuras espaciais formadas por polígonos*.

No próximo capítulo trazemos os procedimentos metodológicos que nos permitiram realizar esta pesquisa.

¹⁸O material didático pode ser definido amplamente como produtos pedagógicos utilizados na educação, e especificamente, como o material instrucional que se elabora com finalidade didática. (BANDEIRA, 2011, p.14)

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A escolha da coleção de livros didáticos a ser analisada foi o ponto de partida do caminho metodológico dessa pesquisa. Assim sendo, tomamos como critério para a escolha da mesma, a mais adotada no país¹⁹, segundo os dados de venda do FNDE (BRASIL, 2013). Definida a coleção, buscamos nos documentos oficiais, a saber, PCN (BRASIL, 1997) e Guia do PNLD (BRASIL, 2011) informações que nos permitissem ter uma visão do que se propõe, oficialmente, acerca do ensino de Geometria.

Vale ressaltar que, embora o Guia do PNLD traga análises referentes às coleções aprovadas, o resultado apresentado no Guia visa contribuir para a escolha das coleções a serem adotadas pelos professores, enquanto que essa pesquisa busca realizar uma análise mais refinada acerca da proposta de ensino de um objeto matemático específico.

Cumpridas essas duas primeiras etapas, partimos em busca de um referencial que fundamentasse a análise das propostas de ensino referente ao nosso objeto de investigação. Nessa perspectiva, optamos pela Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1999), que tem sido utilizada por pesquisadores, na área de Educação e de Educação Matemática, na análise de propostas de ensino contidas em livros didáticos de Matemática.

Entendemos que a TAD é um referencial teórico e metodológico que nos fornece recursos para que se possa analisar um livro didático, uma vez que a mesma nos permite modelar qual o saber matemático em jogo e como o mesmo pode ser ensinado. Nesse sentido, tomando como base as noções de organização praxeológica apresentadas por essa teoria, tencionamos investigar qual a matemática proposta e como a mesma é proposta nesta coleção de livros didáticos escolhida para análise.

3.1 QUESTÃO DE PESQUISA

Como fruto das reflexões trazidas anteriormente, chegamos então à questão norteadora da nossa pesquisa: *Como é proposta a articulação entre o ensino de polígonos e de poliedros em uma coleção de livros didáticos dos anos iniciais do ensino fundamental?*

¹⁹Consulta realizada junto ao Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação – FNDE. Disponível em: <<http://www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/livro-didatico-dados-estatisticos>> Acesso em: 03. jul. 2013.

3.2 OBJETIVOS DA PESQUISA

Para responder nossa questão de pesquisa, definimos como objetivo geral; Investigar a articulação entre o ensino *de polígonos e de poliedros*, em uma coleção de livros didáticos aprovada pelo PNLD/2013, anos iniciais do ensino fundamental.

Para atingir o objetivo geral definimos os seguintes objetivos específicos:

- Identificar e analisar os aspectos matemáticos referentes a articulação do ensino de polígonos e de poliedros em uma coleção de livros didáticos dos anos iniciais.

Com esse objetivo queremos identificar e analisar propriedades, definições, procedimentos e algoritmos presentes na coleção analisada.

- Identificar e analisar as escolhas didáticas, referentes a articulação entre o ensino de polígonos e de poliedros, propostas pelo autor da coleção.

Temos claro que há maneiras didáticas diferentes de apresentar um mesmo conteúdo, o que significa que as escolhas didáticas permitem identificar como a Matemática é apresentada.

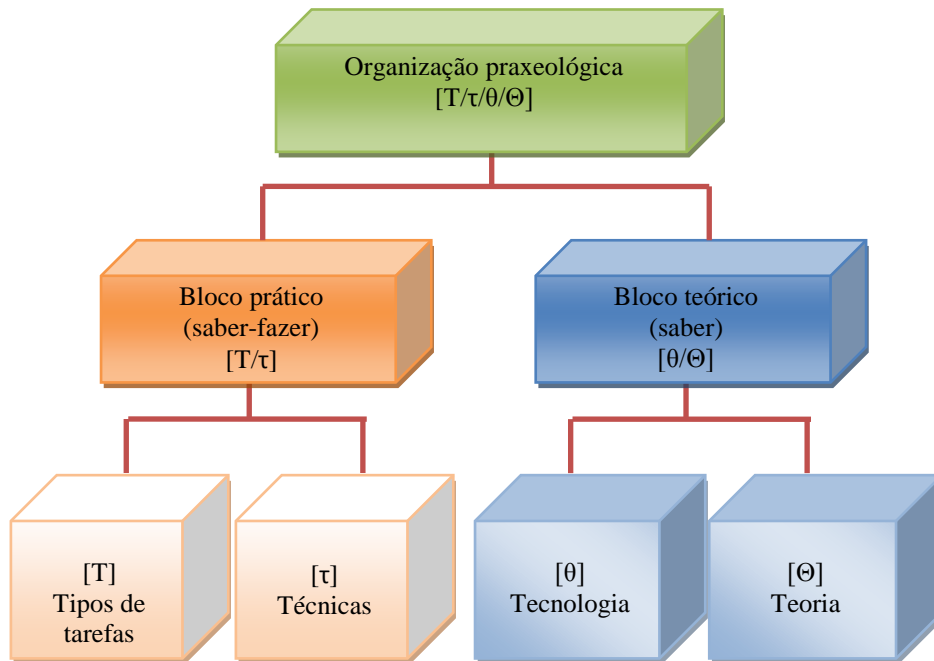
A seguir discutimos alguns pressupostos dessa teoria, especialmente aqueles que são usados em nossa investigação.

3.3 TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO – TAD

A Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1999) situa o estudo da Matemática dentro das instituições sociais e dos sistemas didáticos e tem por objetivo compreender a realidade matemática em uma determinada instituição. Nessa teoria, atividades humanas simples tais como: abrir uma porta, subir uma escada, escrever um recado, são tarefas que necessitam de técnicas para serem realizadas, e a atividade do estudo de matemática está situada nesse conjunto de atividades humanas. Nesse sentido, atividades matemáticas como: classificar sólidos geométricos, construir uma figura geométrica e identificar figuras planas, também são tarefas que precisam de técnicas para serem resolvidas.

A necessidade de resolver uma tarefa gera a praxeologia ou organização praxeológica, Figura 1, a seguir, que segundo a TAD, é composta pelo quarteto representado por $[T/\tau/\theta/\Theta]$ em que cada um desses elementos, que trazemos mais detalhados posteriormente, representa respectivamente: (T) tipo de tarefa, (τ) técnica, (θ) tecnologia e (Θ) teoria.

Figura 1 – Organização Praxeológica



Fonte: Produção da autora da pesquisa com base em Chevallard (1999).

A palavra praxeologia vem de **práxis** (representada pelo bloco saber fazer composto pelo tipo de tarefa e a técnica) e **logos** (representado pelo bloco do saber composto pela tecnologia e pela teoria).

Não há práxis sem logos, mas também não há logos sem práxis. Ao unir as duas faces da atividade matemática, obtemos a noção de praxeologia: para responder a um determinado tipo de questão matemática é necessário elaborar uma praxeologia matemática constituída por um tipo de problema determinado por uma ou várias técnicas, sua tecnologia e a teoria correspondente (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001, p. 275).

Chevallard (1999) traz dois tipos de organização praxeológica: a praxeologia matemática ou Organização Matemática – OM, que surge com a necessidade de resposta a uma situação matemática; e a praxeologia didática ou Organização Didática – OD, que se refere à maneira como a OM será estudada.

A OM é definida a partir do modelo, para a compreensão das práticas utilizadas na resolução de situações matemáticas; esse modelo consiste no quarteto representado por $[T/\tau/\theta/\Theta]$.

Segundo a TAD, toda atividade humana se constitui em realizar uma tarefa, expressa por um verbo, que pertence a um conjunto de tarefas do mesmo tipo (T) e que necessita de uma técnica para ser resolvida. A técnica (τ) constitui a maneira de realizar um determinado

tipo de tarefa. Nesta pesquisa, por exemplo, para resolver uma tarefa do tipo classificar sólidos geométricos é preciso primeiro mobilizar a técnica, *observar as características dos sólidos geométricos*, no entanto apenas observar essas características não é suficiente para que seja feita uma classificação; nessa resolução cabe ainda a mobilização de outra técnica, que pode ser, *identificar características semelhantes dos sólidos geométricos*. É importante ressaltar que uma mesma tarefa pode ser resolvida por várias técnicas, mas não necessariamente isso deve acontecer; as técnicas de resolução por sua vez, necessitam de uma tecnologia (θ) que as justifique. Vale salientar também, que os exemplos de técnicas sugeridas são de caráter não algoritmizáveis e serão discutidas no capítulo referente às análises da coleção.

A tecnologia (θ) compreende o discurso racional institucional que justifica e/ou explica a utilização da técnica empregada para resolver o tipo de tarefa. Para fundamentar a tecnologia utilizada, torna-se necessária outra justificativa maior que é a teoria (Θ). Para o desenvolvimento de uma praxeologia matemática é preciso de uma praxeologia didática, como discutimos a seguir.

A OD ou praxeologia didática, em nossa pesquisa, são as respostas obtidas a partir de questões do tipo “Como realizar o estudo de polígonos e de poliedros?”. Tal organização faz referência às escolhas didáticas feitas para a abordagem do conteúdo, por exemplo, o autor de um livro didático pode optar por iniciar o estudo de uma organização matemática a partir da proposta de um problema que proporcione ao aluno a oportunidade de resolvê-lo, ou a partir da definição, ou ainda a partir de resoluções de questões. A organização didática é caracterizada por momentos de estudos ou momentos didáticos os quais são definidos da seguinte maneira:

1º momento: acontece o primeiro encontro do aluno com a organização matemática, esse primeiro contato do aluno com as tarefas pode ocorrer a partir de uma situação problema, do conceito/definição do objeto matemático ou da resolução de um exemplo referente ao conteúdo a ser estudado. O primeiro encontro pode acontecer em situações diferentes para cada aluno, e também não necessariamente em sala de aula com o professor, por exemplo, um aluno pode ter o seu primeiro encontro com a organização matemática, em casa por meio do livro didático, no momento de resolver os exercícios propostos pelo professor.

2º momento: exploração dos tipos de tarefa e da elaboração das técnicas que serão utilizadas. Nesse momento devem ser propostas tarefas que permitam a criação ou aperfeiçoamento da técnica para resolução de problemas do mesmo tipo. Apesar da tendência à algoritmização das técnicas, nem sempre a mesma será de natureza algorítmica. Por

exemplo, as técnicas de resolução de uma tarefa do tipo, identificar sólidos geométricos, ou associar sólidos geométricos à figuras planas, não são algoritmizáveis uma vez que o aluno pode apenas observar as características de sólidos e de figuras planas e encontrar características semelhantes para classificar e/ou comparar as mesmas.

3º momento: esse é o momento de construção das justificativas das técnicas escolhidas que vem a ser o momento de construção do entorno tecnológico-teórico;

4º momento: esse momento tem como objetivo pôr em prática as técnicas escolhidas na resolução de diferentes tipos de tarefas, bem como aperfeiçoá-las no intuito de chegar a uma técnica que permita a resolução do tipo de tarefa de uma maneira mais rápida;

5º momento: acontece a institucionalização, o professor, ou o autor do livro didático formaliza os elementos que farão parte definitivamente da organização matemática;

6º momento: avaliação da praxeologia. Esse é o momento, em que é proposto um (ou mais) problemas que permita ao aluno perceber se a técnica utilizada até então, é eficiente ou tem um domínio de validade limitado.

Vale ressaltar que esses momentos didáticos não precisam estar necessariamente em sequência, podem ocorrer de uma vez, podem ainda ocorrer somente dois ou três deles, podem se repetir no decorrer do estudo, ou seja, a noção desses momentos não é necessariamente cronológica.

A TAD traz ainda discussões relativas à dialética do ostensivo e do não-ostensivo (BOSCH; CHEVALLARD, 1999). Ostensivo, Figura 2, é tudo aquilo que é mostrado e pode ser percebido pelos órgãos dos sentidos; são objetos que podem ser representados por meio de escrita, grafismo, som, gesto, etc. Os não-ostensivos, por sua vez, estão no campo das ideias, são os conceitos, as definições, os axiomas, os postulados, etc. A TAD defende que a resolução de uma atividade matemática articula variados objetos ostensivos e não-ostensivos; não existe ostensivo sem não-ostensivo e vice-versa.

Tomemos como exemplo de ostensivo a figura geométrica a seguir.

Figura 2 – Ostensivo gráfico relacionado a cubo



Fonte: Livro 1 – Glossário, p. 259.

Para resolver questões que envolvem a ideia de cubo, a partir de suas características e/ou propriedades geométricas (não-ostensivo), é necessário associar essa ideia a uma imagem que faça alusão a esse sólido (ostensivo). A própria palavra cubo e a imagem que a simboliza são objetos ostensivos. De uma forma geral, a possibilidade de algum tipo de manipulação é o que distingue os ostensivos dos não-ostensivos.

Toda atividade humana pode ser descrita, no aspecto aparente, como uma manipulação de objetos ostensivos. Mas, uma análise mais sumária revela que o operador humano somente pode realizar (e não sabe eventualmente perceber isso) evocando ou invocando, com ajuda de objetos ostensivos apropriados, objetos *não ostensivos* que não aparecem forçosamente específicos da atividade.²⁰ (BOSCH; CHEVALLARD, 1999, p.14, tradução nossa).

Compreendemos que nessa etapa da escolaridade, devido ao nível de desenvolvimento cognitivo dos alunos, o ensino é baseado nos ostensivos, uma vez que consideramos que as primeiras noções espaciais são construídas pela criança por meio de alguns órgãos dos sentidos, tato e visão utilizados na exploração dos sólidos geométricos, de modo que a visualização física do objeto é o ponto de partida no que tange à construção do pensamento geométrico.

²⁰ Toute activité humaine se laisse décrire en apparence comme une manipulation d'objets ostensifs. Mais l'analyse la plus sommaire révèle que l'opérateur humain ne peut la réaliser (et ne sait éventuellement en rendre compte) qu'en évoquant ou en invoquant, à l'aide d'objets ostensifs appropriés, des objets *non ostensifs* qui n'apparaissent pas forcément spécifiques de l'activité. (BOSCH; CHEVALLARD, 1999, p.14, grifos dos autores).

4 ANÁLISE DA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS

4.1 PANORAMA GERAL DA COLEÇÃO ANALISADA

Antes trazer os aspectos da coleção analisada, segundo a perspectiva do PNLD/2013, julgamos necessário apresentar o que está posto acerca do termo *alfabetização matemática*, o qual consta no título da coleção, já mencionado anteriormente. Para tanto, buscamos estudos acerca dessa temática como mostramos a seguir.

Para Danyluk (2002), *alfabetização matemática* refere-se à perspectiva da leitura da linguagem matemática, a qual compreende o período do 1º ao 3º ano, e está relacionada aos atos de aprender a ler e escrever a linguagem matemática:

Compreende a alfabetização matemática, como fenômeno que trata da compreensão da interpretação e da comunicação dos conteúdos matemáticos ensinados na escola, tidos como iniciais para a construção do conhecimento matemático. Ser alfabetizado em matemática então, é compreender o que se lê e escrever o que se compreende a respeito das primeiras noções de lógica, aritmética e de geometria. (DANYLUK, 2002, p.20)

Nesse sentido, as coleções de livros didáticos dos anos iniciais do ensino fundamental são subdivididas em dois blocos: os três primeiros livros do 1º ao 3º ano, voltados para a alfabetização matemática, formam o primeiro bloco, e os dois últimos, 4º e 5º ano, compõem o segundo bloco, sendo que este não possui uma nomenclatura específica.

A visão geral acerca da coleção, segundo o Guia do PNLD (BRASIL, 2013a), aponta para a valorização da interação e da discussão entre os alunos trazendo, no entanto, uma ressalva acerca do fato de as atividades serem muito diretivas não possibilitando aos alunos desenvolverem suas próprias estratégias. Além disso, embora a coleção apresente situações problema cujos procedimentos são explicados e haja diversidade de atividades propostas, a maior parte das mesmas não favorece, nos alunos, o desenvolvimento da capacidade investigativa.

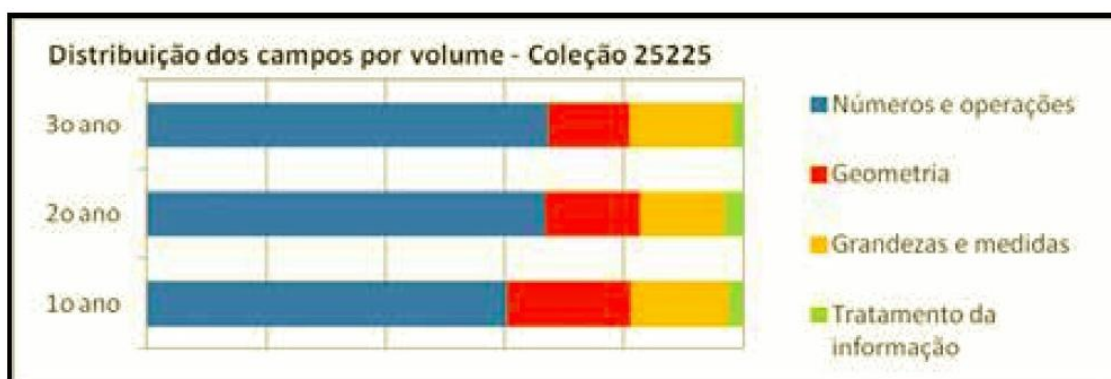
Em relação a análise da obra, a resenha aponta que especialmente nos livros 2 e 3, há o privilégio pela abordagem de conteúdos de números e operações em detrimento dos demais campos da matemática. No que concerne a abordagem da Geometria na coleção, o Guia destaca a proposta de trabalho com figuras geométricas planas, feito do espacial para o plano, no entanto ressalta o apoio em muitas classificações e em nomenclatura trazidos, principalmente, nos livros 4 e 5.

A avaliação dos livros 1, 2 e 3 acerca da metodologia de ensino e aprendizagem dos conteúdos aponta para o trabalho a partir de explanações iniciais seguidas de diversas atividades de aplicação, entretanto essas atividades trazem aplicações diretas dos conteúdos não oportunizando a construção de estratégias pelo aluno. A abordagem nos livros 4 e 5 incentiva a elaboração e verificação de estratégias, por parte dos alunos, no que se refere a solução e formulação de problemas. Além disso, em todos os volumes da coleção há articulação entre outras áreas do conhecimento, bem como contextualizações de situações pertencentes ao mundo infantil. O Guia finaliza sua resenha com uma síntese dos pontos positivos e negativos da coleção, além de trazer sugestões para que o professor possa realizar um trabalho considerado satisfatório.

Frente aos apontamentos apresentados no Guia do PNLD (BRASIL, 2013a), trazemos nossas análises que, como já mencionado, busca trazer os aspectos matemáticos e didáticos da coleção de maneira mais detalhada.

Levando em conta o fato de que o livro 1 traz apenas um capítulo destinado à Geometria, e que nesse nível de ensino a prioridade é o trabalho com o bloco referente ao conteúdo de Números e Operações em detrimento dos demais, o espaço destinado ao bloco Espaço e Forma aparece em quantidade satisfatória como mostra a seguir (Figura 3), a distribuição dos blocos de conteúdos matemáticos mostrados no PNLD/2013.

Figura 3 - Distribuição dos blocos de conteúdos matemáticos na coleção analisada



Fonte: (BRASIL, 2013a, p. 49)

A seguir trazemos a análise referente ao livro 1, buscando discutir a proposta do autor.

4.2 ANÁLISE DO LIVRO 1

Antes de apresentarmos tarefas identificadas no livro 1, é importante esclarecer a diferença entre tarefa, no sentido do nosso referencial teórico (TAD), e atividade.

A TAD, (CHEVALLARD, 1999), considera uma tarefa (t) como parte de um tipo de tarefa (T), ou seja, $t \in T$. Os tipos de tarefas (T) são abrangentes, haja vista que trazem dentro de si um conjunto de tarefas (t) que a compõem, por exemplo: *Identificar sólidos geométricos* é um tipo de tarefa (T), nesse sentido, consideramos como tarefas (t) *identificar formas geométricas espaciais*; *desenhar objetos com formas geométricas espaciais* ou *nomear objetos com formas geométricas espaciais*, como sendo tarefas que pertencem ao tipo de tarefa exemplificado.

Chamamos de atividades os exercícios, propostos ou resolvidos, presentes no Livro Didático. Desse modo, uma atividade, pode fazer menção a um, ou mais tipos de tarefa, como exemplificado a seguir (Figura 4).

Figura 4 - Exemplo de atividade e tarefa

3 COMPLETE COM INFORMAÇÕES SOBRE O CUBO.

- NÚMERO DE VÉRTICES: 8
- NÚMERO DE FACES: 6
- NÚMERO DE ARESTAS: 12

AGORA RESPONDA:

A) COMO SÃO AS FACES DO CUBO?

Tipo de tarefa T_1 – *Identificar e contar elementos que compõem os sólidos*

Tipo de tarefa T_2 – *Identificar a forma geométrica das faces de um sólido*

Atividade

Fonte: Livro 2, p. 47 – Atividade 03.

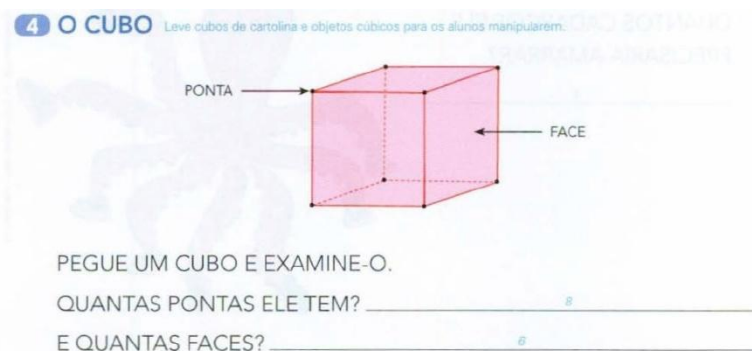
Nesse exemplo (Figura 4) a atividade é composta por dois tipos de tarefas, T_1 : *Identificar e contar elementos que compõem os sólidos geométricos* e T_2 : *Identificar e classificar sólidos geométricos*.

Apresentamos, a seguir, alguns exemplos de tarefas e de tipos de tarefas identificados no livro 1 e escolhidos de modo que nos permitisse realizar o delineamento do ensino ao qual nos propusemos a investigar. Além disso, trazemos algumas das técnicas identificadas para a resolução das mesmas e, por fim, apresentamos quadros contendo todos os tipos de tarefa (T),

e todas as técnicas identificadas nesse primeiro volume da coleção. Ao final deste bloco, apresentamos quadros e tabelas com todos os tipos tarefas e as técnicas de resolução propostas no livro 1 da coleção analisada.

A primeira tarefa proposta pelo autor ($t_{1.1}$), relacionada ao nosso objeto de investigação, foi identificada no capítulo destinado ao campo dos Números e Operações e consiste em *Identificar e contar elementos que compõem o cubo* (Figura 5). Tal tarefa pertence ao tipo de tarefa T_1 : *Identificar e contar elementos que compõem os sólidos geométricos*. Vale ressaltar que apesar de trazer a identificação da face e da ‘ponta’ do ostensivo gráfico que faz alusão ao cubo, a abordagem limita-se apenas ao âmbito relativo às operações matemáticas.

Figura 5 - Exemplo de tarefa $t_{1.1}$



Fonte: Livro 1, p. 62 – Atividade 4

Para a apresentação desta tarefa nos deparamos ao mesmo tempo com uma tarefa e uma técnica didática, como discutiremos posteriormente no tópico 4.2.2.1.

4.2.1 Organização Matemática

O livro 1 é composto por oito capítulos sendo que apenas o capítulo 4, intitulado de *Figuras Geométricas*, é voltado para o trabalho com o nosso objeto de investigação. Dentro desse capítulo, trazemos a seguir, (Figura 6), a primeira tarefa, referente ao nosso objeto de investigação por meio do primeiro exercício proposto no livro 1: $t_{2.1.1}$ – *Identificar formas geométricas espaciais de objetos*.

t_{2.1.1} – Identificar formas geométricas espaciais de objetos

Figura 6 - Exemplo de tarefa *t_{2.1}*

Via o Manual do Professor

SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

EM CASA E NA ESCOLA VEMOS E USAMOS OBJETOS QUE TÊM FORMAS ESPACIAIS. ELES DÃO A IDEIA DE FIGURAS CHAMADAS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS.

Objetivos

- Reconhecer objetos que tenham sólidos geométricos: cubo, esfera e balaço;
- Reconhecer as figuras planas que têm a forma de quadrado, do retângulo, do triângulo e do círculo;
- Localizar no espaço e no plano.

Para este capítulo, providencie vários geometrisos e objetos de mesma forma para a aula: moedas, fuso, maçãs e desenhos simétricos e diferentes entre eles.

As imagens não estão representadas em proporção.

1 DESCUBRA AO SEU REDOR OUTROS OBJETOS COM FORMAS GEOMÉTRICAS ESPACIAIS. FAÇA DESENHOS OU COLAGENS E ESCREVA O NOME DELES EM UMA FOLHA DE PAPEL SULFITE.

Sugestões: amêijoas, estalojo em forma de bolaco, tampado, lápis, etc.

Fonte: Livro 1, p. 88 – Atividade 1

Observamos que o autor inicia a abordagem referente a sólidos geométricos mostrando objetos com os quais provavelmente as crianças, nesse nível de ensino, já tenham tido contato. Assim sendo, entendemos que o autor estabelece uma comparação entre os objetos aos quais os alunos têm acesso e a ideia de formas geométricas espaciais. Em seguida o mesmo apresenta um exercício proposto por meio de três tarefas: estabelecer as comparações, mencionadas anteriormente, e, assim, perceber à sua volta outros objetos que correspondam a sólidos geométricos; representar tais objetos, por meio de desenhos ou colagens, e, por fim, escrever os nomes de cada um deles.

Nessa proposta de atividade, modelamos três tarefas: *t_{2.1.1}: Identificar formas geométricas espaciais de objetos*; *t_{2.1.2}: Desenhar objetos com formas geométricas espaciais e*

$t_{2.1.10}$: *Listar objetos com formas geométricas espaciais*. Após a identificação das tarefas a passamos então à discussão da(s) técnica(s) mobilizada(s) para a resolução das mesmas.

Refletindo sobre um algoritmo que possibilite ao aluno resolver, por exemplo, a $t_{2.1.1}$, observamos que não existe tal algoritmo; podemos então pensar em alguns procedimentos. Em consonância com Chevallard (1999, p. 2) que afirma que: “[...] τ não é necessariamente de natureza algorítmica ou quase algorítmica: é assim em alguns casos poucos freqüentes [...]”, concluímos que as técnicas que identificamos, são não algoritmizáveis.

A tarefa pode ser resolvida da seguinte maneira: primeiro observar as características dos objetos mostrados na atividade proposta (Figura 6), feito isto, identificar, nos objetos à sua volta, outros com características semelhantes à dos objetos mostrados na figura citada anteriormente, assim identificar as formas geométricas espaciais dos objetos que nos rodeiam. Buscando uma sistematização das técnicas, denominamos de τ_1 : *Observar as características dos sólidos ou de figuras geométricas* e de τ_2 : *Identificar as características semelhantes dos sólidos ou de figuras geométricas*.

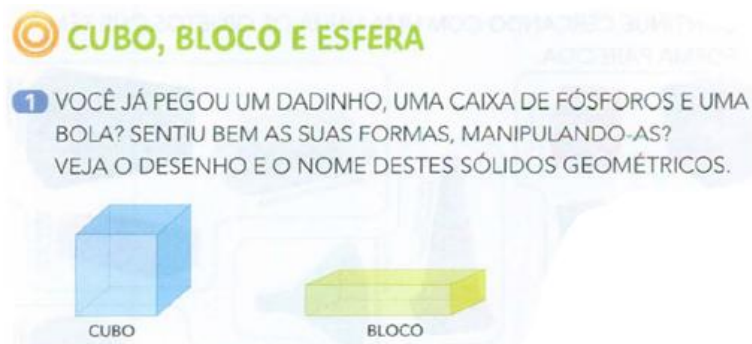
Consideramos que tarefas do tipo T_2 : *Identificar e classificar sólidos geométricos*, que exploram as formas geométricas espaciais de objetos que possivelmente as crianças têm contato, buscam relacionar os desenhos que fazem alusão aos ostensivos gráficos apresentados e o mundo que os cerca. Em relação a tarefas desse tipo os PCN trazem que:

[...] o espaço se apresenta para a criança de forma essencialmente prática: ela constrói suas primeiras noções espaciais por meio dos sentidos e dos movimentos. Esse espaço percebido pela criança — espaço perceptivo, em que o conhecimento dos objetos resulta de um contato direto com eles — lhe possibilitará a construção de um espaço representativo — em que ela é, por exemplo, capaz de evocar os objetos em sua ausência. (BRASIL, 1997, p. 81)

Posteriormente são apresentadas tarefas que propõem ao aluno que relacione os objetos aos sólidos mostrados por meio dos ostensivos gráficos

A atividade, a seguir, (Figura 7) traz a presença de ostensivos antes da proposta da tarefa. O autor apresenta, por ostensão, a ideia de um cubo e de um bloco, possibilitando que o aluno associe a palavra/ideia dos sólidos geométricos às figuras mostradas, ou seja, quando o aluno ver ou pegar um objeto de forma semelhante à dos ostensivos mostrados, entenderá que tal objeto, ou tem a forma semelhante a de um cubo ou bloco, ou então, “é” o próprio cubo ou bloco.

Figura 7 - Exemplo de trabalho com ostensivos



Fonte: Livro 1, p. 90 –Atividade 01

Após a apresentação dos ostensivos é trazida a tarefa $t_{2.1.6}$: *Associar sólidos geométricos a objetos*, que também deve ser resolvida por meio das técnicas τ_1 e τ_2 . Cabe ressaltar que, nesse caso específico, é a primeira vez que o autor utiliza os ostensivos gráficos, no sentido de definir por ostensão o que é um cubo e um bloco. No trabalho com tarefas semelhantes à da Figura 8, a seguir, enfatiza-se que o mais importante não é guardar os nomes, e sim ficar atento às características e propriedades desses sólidos geométricos.

$t_{2.1.6}$: *Associar sólidos geométricos a objetos*

Figura 8 - Exemplo de tarefa $t_{2.1.6}$ 


Fonte: Livro 1, p. 90 –Atividade 01

A tarefa $t_{2.1.9}$ – *Identificar objetos que rolam ou não rolam*, exemplificada na Figura 9, além de trabalhar a relação citada no exemplo anterior, explora, também, outros aspectos, por exemplo, a forma geométrica das faces, se as faces são planas ou não, se tem o mesmo número de faces, e se há semelhanças e diferenças entre estas faces, que podem contribuir para o ensino dos poliedros.

$t_{2.1.9}$ – *Identificar objetos que rolam ou não rolam*

Figura 9 - Exemplo de tarefa $t_{2.1.9}$

4 ATIVIDADE EM GRUPO
 TRAGA PARA A SALA DE AULA CAIXAS, BLOCOS E OUTROS OBJETOS. JUNTE COM OS DE SEUS COLEGAS. DEPOIS SEPEM TODOS EM DOIS GRUPOS: O DOS QUE ROLAM E O DOS QUE NÃO ROLAM.



Possíveis respostas: um deles rola, o outro não; um desliza, o outro rola; um pode ser empilhado, o outro não; um tem pontas, o outro não; um tem quinas, o outro não; um é redondo, o outro não; um tem partes achatadas, o outro não.

Fonte: Livro 1, p. 94 – Atividade 4.

Consideramos que as tarefas que oportunizam a exploração dos sólidos geométricos por meio da técnica τ_2 : *manipular sólidos geométricos*, enfatizam o trabalho dos diversos tipos de classificação das formas geométricas. Por exemplo, na parte específica do manual do professor, página 82, é ressaltada a classificação relacionada a objetos que “rolam ou rodam facilmente dos que não rolam ou não rodam”, alegando que tal classificação é muito importante do ponto de vista matemático, pois prepara para uma classificação mais rigorosa: a de corpos redondos e não redondos.

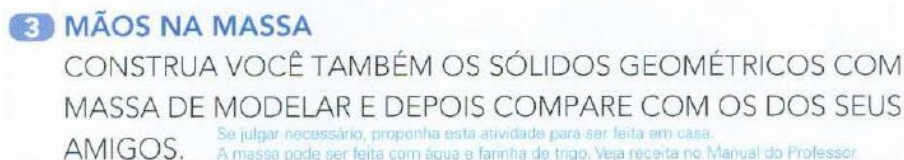
Julgamos que a classificação de tarefas do tipo “rolam ou não rolam” é importante, uma vez que é o início da preparação para a sistematização da classificação dos sólidos em dois grupos: os poliedros (caracterizados por faces planas e contornos formados por segmentos de retas) e os corpos redondos (caracterizados por contornos arredondados). Nessa perspectiva, afirma-se no Guia do PNLD (BRASIL, 2013a, p. 145) que “[...] a experimentação é um recurso importante para a compreensão das propriedades das figuras geométricas”.

Em seguida são propostos tipos de tarefas que trazem a possibilidade de construção de sólidos geométricos, primeiro por meio da utilização de massa de modelar e depois partindo da planificação. Em uma tarefa do tipo T_3 (Figura 10) é proposta a construção de sólidos

geométricos com massa de modelar, Essa tarefa é denominada de $t_{3.1.1}$ – *Construir sólidos geométricos com massa de modelar*.

$t_{3.1.1}$ – *Construir sólidos geométricos com massa de modelar*

Figura 10 - Exemplo de tarefa $t_{3.1.1}$

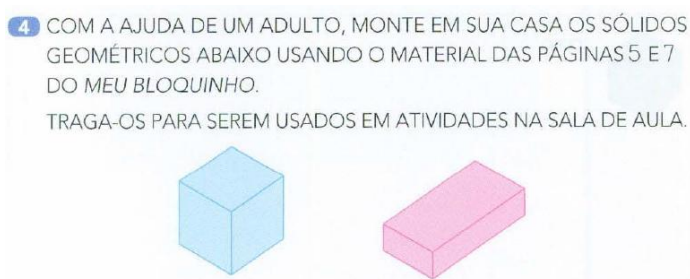


Fonte: Livro 1, p. 91 – Atividade 03

Embora, aparentemente, essa tarefa não contribua para a articulação entre o ensino de poliedros e de polígonos, consideramos que para o nível cognitivo da criança que utiliza o livro 1, uma tarefa que proporciona a manipulação no sentido de “construir” sólidos geométricos, no real sentido da palavra “sólido” como algo maciço, no caso da construção do sólido com massa de modelar, favorece o trabalho com as características dos sólidos de um modo diferente do trabalho dos sólidos montados a partir da sua planificação (Figura 11).

T_6 : *Montar sólidos geométricos.*

Figura 11 - Exemplo de tarefa do tipo T_6



Fonte: Livro 1, p. 91 – Atividade 04

Embora a tarefa $t_{3.1.1}$ e o tipo de tarefa T_6 sejam resolvidos com as mesmas técnicas, entendemos que ambos são de naturezas diferentes, haja vista que a primeira propõe a construção do sólido e o segundo traz como proposta a montagem do mesmo. Cabe ressaltar que não é discutida uma diferenciação entre o sólido “maciço” (de massa de modelar) e o planificado “casca”.

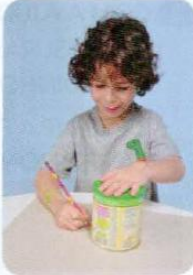
Para resolver o tipo de tarefa a seguir, Figura 12, T_5 : *Desenhar figuras planas* é necessário desenhar a figura plana solicitada por utilizando a técnica τ_5 : *Contornar sólidos geométricos*.

T_5 : Desenhar figuras planas

Figura 12 - Exemplo de tarefa do tipo T_5

3 VEJA COMO O GAROTO ESTÁ FAZENDO PARA DESENHAR UM CÍRCULO.
USE OS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS QUE VOCÊ MONTOU E OUTROS OBJETOS E FAÇA COMO ELE.
DESENHE EM FOLHA DE PAPEL SULFITE:

- UM TRIÂNGULO;
- UM QUADRADO;
- UM RETÂNGULO;
- UM CÍRCULO.



Fonte: Livro 1, p. 98 – Atividade 03

Consideramos que tarefas dessa natureza permitem ao aluno uma verificação diferente, uma vez que, ao manusear o aluno pode “sentir” algumas propriedades diferentes de outras percebidas pela observação. Nesse sentido, entendemos ainda que manipulação que deve ser feita para resolver essa tarefa prepara o aluno para a realização de tarefas do tipo T_4 : *Associar figuras planas correspondentes a faces de objetos*, como a exemplificada na Figura 13, a seguir.

T_4 : Associar figuras planas correspondentes a faces de objetos

Figura 13 - Exemplo de tarefa do tipo T_4

4 LIGUE CADA OBJETO COM A FIGURA PLANA QUE SERÁ OBTIDA CONTORNANDO A FACE APOIADA NA MESA.



Fonte: Livro 1, p. 98 – Atividade 04

Consideramos que essa tarefa também oportuniza a contagem dos vértices das faces e das arestas e que, mesmo informalmente o aluno já possui condições de identificá-las como sendo elementos que compõem os sólidos. Nessa perspectiva, menciona-se, na parte específica do manual do professor, página 84, que “Espera-se que os alunos percebam que todas as partes (faces) do cubo têm a mesma forma (quadrado) e tamanho, enquanto no bloco são duas a duas as faces de mesma forma e tamanho.”

Entendemos que as tarefas dos tipos T_4 e T_5 , que exploram a figura obtida por meio do contorno de sólidos geométricos, explicitam a articulação entre o ensino de poliedros e de polígonos. Além disso, consideramos que, por meio da utilização da técnica τ_6 : *Identificar figuras geométricas planas que representam o sólido*, inicia-se um tipo de abstração, haja vista que relaciona os ostensivos gráficos com os, conceitos geométricos, não ostensivos.

De um modo geral, ao final da apresentação de algumas tarefas identificadas no livro 1, podemos dizer que a organização matemática do mesmo é composta basicamente por seis tipos de tarefas como apresentamos, Quadro 3, a seguir.

Quadro 3 - Tipos de tarefas identificadas no livro 1

Identificação do tipos de tarefas	Tipos de tarefas
T_1	Identificar e contar elementos que compõem os sólidos
T_2	Identificar e classificar sólidos
T_3	Construir sólidos geométricos
T_4	Associar figuras planas correspondentes a faces de objetos
T_5	Desenhar figuras planas contornando sólidos geométricos
T_6	Montar (sólidos) objetos de formas geométricas espaciais

Fonte: Dados da pesquisa

Para a resolução dos tipos de tarefa listados, foram identificadas seis técnicas mostradas no Quadro 4, a seguir.

Quadro 4 - Técnicas identificadas no livro 1

Identificação da técnica	Técnica
τ_1	Observar as características (dos sólidos, das figuras)
τ_2	Identificar as características semelhantes (dos sólidos, das figuras)
τ_3	Identificar as diferenças (dos sólidos, das figuras)
τ_4	Manipular sólidos geométricos
τ_5	Contornar sólidos geométricos
τ_6	Identificar figuras geométricas planas que representam o sólido

Fonte: Dados da pesquisa

Os resultados referentes às técnicas identificadas no livro 1, serão discutidas na subseção 4.2.3.

4.2.2 Organização Didática

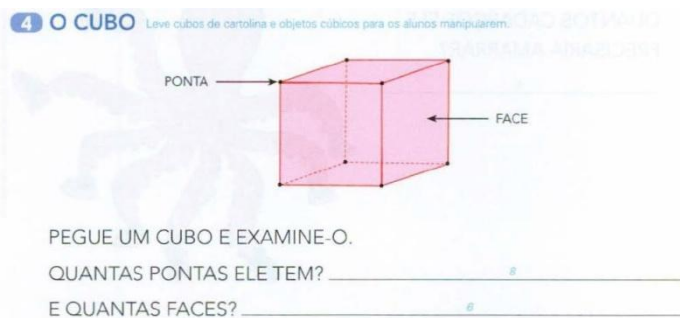
Antes de trazermos a organização didática identificada no livro 1, entendemos ser necessário discutirmos acerca das técnicas didáticas, haja vista que as mesmas referem-se às escolhas didáticas sugeridas pelo autor, da coleção analisada, para o professor.

4.2.2.1 Técnicas didáticas

Como mencionado anteriormente, trazemos, a partir da apresentação da tarefa $t_{1.1.1}$: *Identificar e contar elementos que compõem o cubo*, uma discussão acerca de técnicas didáticas.

Consideremos que o aluno tem uma atividade matemática para fazer, entretanto devido ao nível cognitivo em que o mesmo se encontra e devido ao fato de que não existe uma técnica algoritmizável que possibilite a resolução, o autor propõe, implicitamente, uma técnica que denominamos de técnica didática ostensiva como mostrado na Figura 14, a seguir.

Figura 14 - Exemplo de proposta de técnica didática



Fonte: Livro 1, p. 62 – Atividade 4

Na tarefa didática de ensinar a identificar os elementos de um poliedro, devido a ausência de uma técnica matemática, o professor ensina, sugerindo que o aluno pegue, manipule e manuseie o objeto (ostensivo). Nesse caso denominamos tais técnicas de ostensivas, ou seja, o professor recorre à utilização de ostensivos gráficos (desenhos que

fazem alusão ao sólido) ou reais (sólidos geométricos ou objetos que correspondam a esses sólidos).

Ainda relacionado à tarefa didática de ensinar a identificar os elementos de um poliedro, o autor institucionaliza uma técnica, também didática, constituída por quatro passos bem destacados: 1º pegar um objeto material de forma poliédrica; 2º examinar esse material; 3º contar o número de pontas (vértices) e 4º contar o número de faces. Ressaltamos a importância da utilização dos ostensivos no que diz respeito à operacionalidade da técnica didática.

Ainda nessa perspectiva, observamos que a tarefa $t_{2.1.9}$: *Identificar objetos (sólidos) que rolam ou não rolam* (Figura 15), de cunho essencialmente exploratório, tem como objetivo possibilitar ao aluno, durante o desenvolvimento da tarefa, que o mesmo perceba as particularidades das características, arredondadas e planas, dos objetos manipulados e os agrupe de acordo com as mesmas. , ressaltamos a sugestão do autor para que o professor “estímule os alunos a discutir por que um rola e outro não”.

Entendemos que, para que o aluno possa concluir quais objetos possuem faces planas e diferenciá-los dos objetos redondos é necessário que o mesmo pegue, manuseie, olhe e observe suas características, assim sendo, dizemos tratar-se de uma técnica didática, uma vez que o autor sugere que o professor a utilize para o trabalho da tarefa com o aluno.

Figura 15 - Exemplo de tarefa $t_{2.1.9}$

ROLA OU NÃO ROLA

As imagens não estão representadas em proporção.

1 PEGUE UMA BOLA. EMPURRE-A.
ELA ROLA? SIM NÃO

2 PEGUE O CUBO QUE VOCÊ MONTOU. EMPURRE-O.
ELE ROLA? SIM NÃO

3 PEGUE O BLOCO QUE VOCÊ MONTOU. EMPURRE-O.
ELE ROLA? SIM NÃO

Estímule os alunos a discutir por que um rola e o outro não

Fonte: Livro 1, p. 94 – Atividades 1, 2 e 3.

Apoiados nas noções de momento didático, propostas por Chevallard (1999), delineamos de que maneira a proposta de articulação entre o ensino de polígonos e de poliedros é apresentada nessa coleção.

A noção de momento não se refere apenas à aparência da estrutura temporal do processo de estudo. Um momento, no sentido dado à palavra aqui, é em primeiro lugar uma *dimensão* em um espaço multidimensional, um *fator* em um processo multifatorial. Bem entendido, [pelo professor], uma boa gestão do estudo exige que cada um dos momentos didáticos se realize *em um bom momento*, ou mais exatamente, *em bons momentos*: pois um momento de estudo se realiza várias vezes, sob a forma de uma multiplicidade de episódios que rompem com o tempo. Nesta visão, indicar-se-á que a ordem colocada, depois, sobre os diferentes momentos didáticos é, de fato, amplamente arbitrária, por que os momentos didáticos são em primeiro lugar uma realidade *funcional* do estudo, antes de ser uma realidade cronológica.²¹ (CHEVALLARD, 1999, p. 19-20, tradução nossa).

Vale ressaltar que o conceito de momento didático apresentado pela TAD não é cronológico, não está ligado à ideia de tempo e, sim, a uma maneira de organizar o estudo em partes ou etapas, ou seja, os momentos referem-se às escolhas do(s) autor(es) da coleção, para a proposta de ensino. Por exemplo, há diversas formas para iniciar o estudo de um determinado tema, tais como: começar com definições e propriedades; pela apresentação de um problema, pelo enunciado do que vai fazer, ou ainda por exemplos propostos. O mesmo ocorre com a sequência do estudo. Desse modo, a análise dos momentos didáticos permitirá dizer como é proposta a realização do estudo com os alunos.

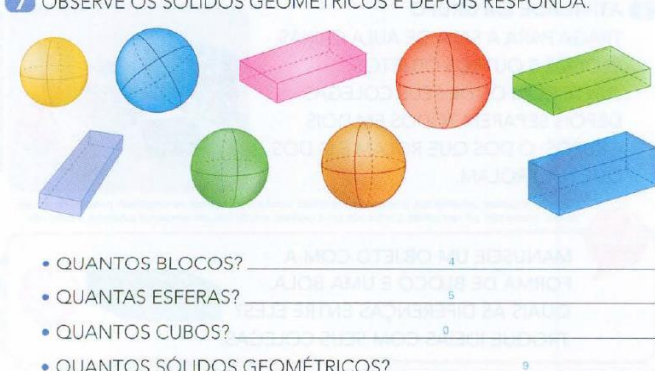
A figura 15 (subseção 4.2.2.1) traz o 1º encontro com a organização matemática relativa a sólidos geométricos, por meio do tipo de tarefa T₁: *Identificar e contar elementos que compõem os sólidos*. Vale ressaltar que, além do 1º momento ocorrer em meio aos exercícios propostos no capítulo destinado aos *Números e Operações* buscando explorar os aspectos matemáticos da mesma, o mesmo apareceu de maneira isolada sem ser proposta novamente no decorrer do capítulo destinado aos *Sólidos Geométricos*. Tal acontecimento nos leva a inferir que, possivelmente, esse fato se deva a uma tentativa do autor em articular a Geometria com os números e operações visando atender a uma demanda dos PCN.

²¹ La notion de moment ne renvoie qu'en apparence à la structure temporelle du processus d'étude. Un moment, au sens donné à ce mot ici, est d'abord une *dimension* dans un espace multidimensionnel, un *facteur* dans un processus multifactoriel. Bien entendu, une saine gestion de l'étude exige que acundês moments didactiques se réalise *au bon moment*, ou, plus exactement, *aux bons moments*: car un moment de l'étude se réalise généralement *en plusieurs fois*, sous la forme d'une multiplicité d'épisodes éclatés dans le temps. À cet égard, on notera que l'ordre mis, ci-après, sur les différents moments didactiques est en fait largement arbitraire, parce que les moments didactiques sont d'abord une réalité *fonctionnelle* de l'étude, avant d'en être une réalité chronologique. (CHEVALLARD, 1999, p. 19-20)

Entendemos que a exploração desse tipo de tarefa tem como objetivo preparar o aluno para a resolução das tarefas semelhantes à mostrada a seguir (Figura 18).

Figura 18– Subtarefa $t_{2.1}$: Identificar sólidos geométricos

7 OBSERVE OS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS E DEPOIS RESPONDA.



- QUANTOS BLOCOS? _____ 4
- QUANTAS ESFERAS? _____ 5
- QUANTOS CUBOS? _____ 0
- QUANTOS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS? _____ 9

Fonte: Livro 1, p. 103 – Atividade 07.

Após tais atividades é trazida ainda outra tarefa (Figura 19) que proporciona mais trabalho com as técnicas τ_1 e τ_2 anunciadas, o que fica explícito inclusive pelo título da seção: “Vamos ver de novo?”.

Figura 19 - Tarefa $t_{2.1.6}$: Associar sólidos geométricos com objetos

BETO SEPAROU ALGUNS OBJETOS PARA LEVAR À ESCOLA.
ASSINALE O ÚNICO QUE NÃO TEM A FORMA DE CUBO.

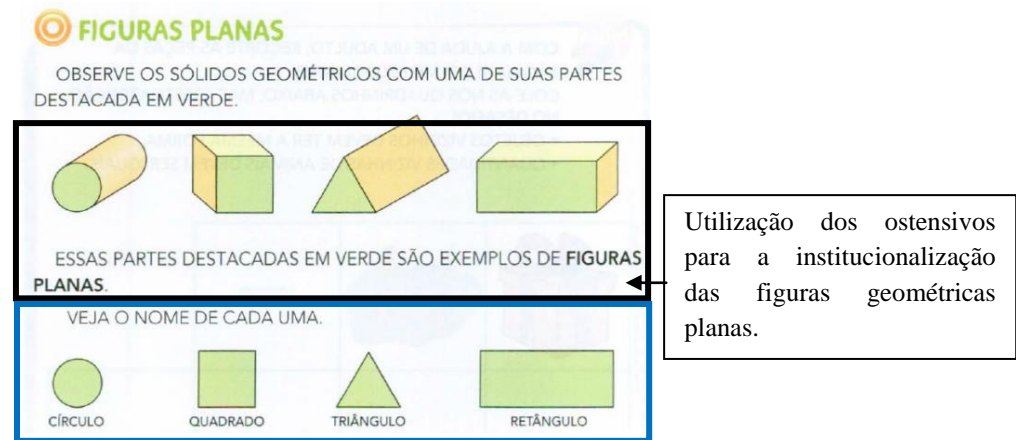


As imagens não estão representadas em proporção.

Fonte: Livro 1, subseção *Vamos ver de novo?* p.107.

Ao final das tarefas voltadas para os sólidos geométricos, acontece o 1º encontro com a organização matemática relacionado às figuras planas (Figura 20), a seguir.

Figura 20 - Exemplo de 1º e 5º momentos da OD relativa a figuras geométricas planas




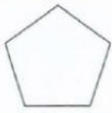







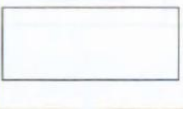

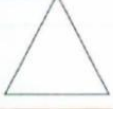
Fonte: Livro 1, p. 96.

Observamos que o autor proporciona esse momento por meio da institucionalização, ou seja, ocorrem, simultaneamente, o primeiro e o quinto momento da organização didática (destacados, por nós, por meio da representação de um retângulo em negrito). São apresentados os ostensivos referentes a círculo, quadrado, triângulo e retângulo, e afirma-se que os mesmos são exemplos de figuras planas. Ocorre então, que a institucionalização só foi possível de ser realizada por meio da presença desses ostensivos. Verificamos que a abordagem das figuras planas é efetivada a partir das espaciais, o que, segundo o PNLD (BRASIL, 2013a), é apropriado. Concordamos que a abordagem de figuras planas nesse viés é importante para a construção do pensamento geométrico, no que diz respeito às figuras planas, uma vez que, durante o desenvolvimento desses tipos de tarefa, o aluno tem a oportunidade de perceber a relação direta entre as faces do sólido geométrico e a figura plana originada do mesmo.

Em seguida é proposta a resolução de uma tarefa do tipo T_4 : *Associar figuras planas correspondentes a faces de objetos* (Figura 21) a seguir. Para realizar essa tarefa é necessária a elaboração de uma nova técnica, a τ_6 : *Identificar figuras geométricas planas que representam o sólido*. Além da tarefa apresentada na Figura 21, o autor propõem mais 5 tarefas desse tipo, proporcionando por meio das mesmas, o 4º momento, que consiste em trabalhar a nova técnica elaborada, a τ_6 .

Figura 21 - 2º momento da OD, T₄: *Associar figuras planas correspondentes a faces de objetos*

1 EM CADA LINHA DA TABELA, ASSINALE E PINTE A FIGURA PLANA QUE APARECE EM UMA PARTE DO OBJETO DA FOTO À ESQUERDA. USE A MESMA COR DO OBJETO.

			 amarelo
		 vermelho	
		 verde	

Fonte: Livro 1, p. 96 – Atividade 1.

O capítulo referente à Geometria é finalizado com a institucionalização, 5º momento da OD, referente à sólidos geométricos (Figura 22), na subseção “*O que estudamos*”. Tal subseção parece ter como objetivo revisar, institucionalizar e validar os conteúdos.

Figura 22 - Institucionalização acerca dos sólidos geométricos

 **O que estudamos**

RECONHECEMOS NAS EMBALAGENS E NOS OBJETOS A FORMA DE FIGURAS CHAMADAS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS.

		
 CUBO	 BLOCO	 ESFERA

Utilização dos ostensivos para a institucionalização das figuras geométricas espaciais.

Fonte: Livro 1, p.108.

Vale ressaltar que, a importância dos ostensivos apresentados é fundamental para realizar o que consideramos de institucionalização, segundo a teoria, uma vez que a mesma só foi possível por meio da presença dos ostensivos.

4.2.3 Considerações relacionadas às análises do livro 1

O livro 1 é composto por um capítulo voltado para a Geometria, intitulado de *Figuras Geométricas*, o qual é subdividido em dois blocos: o primeiro propõe tarefas referentes a sólidos geométricos e o segundo apresenta tarefas relacionadas a figuras planas. A identificação das praxeologias matemáticas proposta ao longo desse livro 1 mostra que o autor parte do intuitivo, haja vista o privilégio do tipo de tarefa que propõe a identificação e classificação dos sólidos geométricos mostrada na Tabela 3, a seguir.

Tabela 3 - Quantitativo de tipos de tarefas identificados no livro 1

Tipos de tarefa						
Qtde.	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆
	01	14	01	06	04	04

Fonte: Dados da pesquisa

O predomínio desse tipo de tarefa nos leva a destacar uma discussão concernente ao estímulo ao manuseio de materiais concretos dos sólidos geométricos e que proporcionam ao aluno a possibilidade de localizar e identificar os elementos que compõem esses materiais. O autor da coleção de livros didáticos defende que esses momentos de manipulação são propícios para que os alunos possam descobrir semelhanças e diferenças entre eles e que guardar os nomes (em particular nesse ano da escolaridade) não é importante, uma vez que o que mais interessa são as características e as propriedades desses sólidos geométricos. Nesse sentido, segundo os PCN:

O pensamento geométrico desenvolve-se inicialmente pela **visualização**: as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas. As figuras geométricas são reconhecidas por suas **formas**, por sua **aparência física**, em sua totalidade, e não por suas partes ou propriedades. Por meio da **observação** e **experimentação** elas começam a discernir as características de uma figura, e a usar as propriedades para conceituar classes de formas. (BRASIL, 1997, p. 82, grifos nosso).

Nessa perspectiva, ressaltamos que a utilização dos ostensivos é oportuna tanto para explanação dos conteúdos e apresentação das atividades, quanto para a institucionalização e validação dos conteúdos propostos.

A partir da identificação dos tipos de tarefas discutimos ainda as técnicas identificadas no livro 1, haja vista que as mesmas também trazem indícios da opção didática do autor da coleção analisada.

Quadro 5 - Tipos de tarefas e suas respectivas técnicas de resolução

Tipos de tarefas identificadas						
	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆
Técnicas utilizadas	τ_1	τ_1	τ_1	τ_6	τ_5	τ_1
	τ_2	τ_2	τ_2			τ_2
	τ_4	τ_3				τ_4
		τ_4				

Fonte: Dados da pesquisa

Os dados mostrados, Quadro 5 nos permitem observar a predominância da utilização das técnicas τ_1 : *Observar as características dos sólidos ou figuras planas* e τ_2 : *Identificar as características semelhantes dos sólidos ou figuras planas*, para a resolução da maior parte dos tipos de tarefas identificados no livro 1. Tal realidade indica, possivelmente, corroboração do autor com recomendações em pesquisas e estudos e com os PCN (BRASIL, 1997):

Por meio da observação e experimentação elas começam a discernir as características de uma figura, e a usar as propriedades para conceituar classes de formas. Os objetos que povoam o espaço são a fonte principal do trabalho de exploração das formas. (BRASIL, 1997, p. 82).

Embora o tipo de tarefa T₃, mostrado na tabela 1, tenha sido proposto apenas uma vez, ressaltamos a importância desse tipo de tarefa, haja vista que a mesma traz a construção de sólidos com massa de modelar, nesse sentido, entendemos que tarefas dessa natureza valorizam a manipulação e exploração das características e dos elementos, que compõem os sólidos.

Na discussão acerca da organização didática proposta, destacamos a importância das técnicas didáticas, uma vez que, entendemos que as diferentes escolhas didáticas implicarão em diferentes processos de ensino, bem como a importância dos ostensivos para a institucionalização e validação dos conteúdos trabalhados

4.3 ANÁLISE DO LIVRO 2

O livro 2 é composto por dez capítulos, sendo dois destes voltados ao trabalho com Geometria, capítulos 2 e 4 intitulados respectivamente de *Sólidos Geométricos e Regiões planas e seus contornos*. Nas análises referentes a esse livro, trazemos exemplos dos tipos de tarefas que foram inseridas a partir do mesmo. Assim sendo, sempre que necessário faremos referência aos tipos de tarefas já exemplificados no livro 1, sem no entanto, trazê-los novamente. Ao final desse bloco trazemos ainda, quadros e tabelas necessários para a compreensão das análises dos dados obtidos.

4.3.1 Organização Matemática

O livro 2 dá continuidade ao trabalho com as tarefas do tipo T_1 , T_2 , T_5 e T_6 ao passo que os tipos de tarefa T_3 e T_4 são abandonados. Em contrapartida são inseridos dois novos tipos de tarefas, T_7 e T_8 , como mostramos a seguir.

O tipo de tarefa T_7 : *Planificar objetos de formas geométricas espaciais*, Figura 23, é o primeiro que aborda a planificação de sólidos geométricos, nesse caso utilizou-se um objeto de forma geométrica espacial. Para resolver esse tipo de tarefa foi utilizada a técnica τ_7 : *Desmontar sólidos geométricos ou objetos de formas geométricas espaciais*.

T₇: Planificar objetos de formas geométricas espaciais

Figura 23 - Exemplo de tarefa do tipo T_7



Fonte: Livro 2, p.91 – Atividade 04.


Esse tipo de tarefa (T_7), precedeu a tarefa $t_{8.1.2}$: *Identificar a forma geométrica das faces de um paralelepípedo* (destacada por meio do retângulo em negrito na figura 24 a seguir). Observamos que a partir dessa tarefa, é retomado o trabalho com a T_1 , proposta referente aos Números e Operações, e que apareceu no livro 1 de maneira isolada no capítulo relativo a sólidos geométricos.

t_{8.1.2}: Identificar a forma geométrica das faces de um paralelepípedo

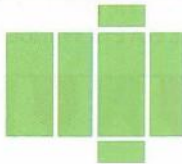
Figura 24 - Exemplo de tarefa t_{8.2}

5 OBSERVE O QUE ACONTECEU NA ATIVIDADE 4 DA PÁGINA ANTERIOR. A CAIXA DE CREME DENTAL TEM A FORMA DE UM PARALELEPÍPEDO. DESMONTANDO-A, OBTEMOS ALGUMAS REGIÕES PLANAS CHAMADAS **REGIÕES RETANGULARES**.

PARALELEPÍPEDO



REGIÕES RETANGULARES



AGORA, RESPONDA DE ACORDO COM OS DESENHOS ACIMA:

A) QUANTAS SÃO AS FACES DO PARALELEPÍPEDO? _____ # _____

B) COMO SÃO AS FACES DO PARALELEPÍPEDO? Retangulares, quatro duas a duas

Fonte: Livro 2, p.92 – Atividade 05.

Entendemos que com a proposta da tarefa t_{8.1.2} busca-se explorar, intencionalmente, as características semelhantes entre os poliedros e os polígonos quando pergunta como são as faces do paralelepípedo.

O trabalho, de modo rápido no livro 1, com o tipo de tarefa T₅, acerca do contorno do sólido geométrico para obtenção da figura plana, é retomado no livro 2, o que indica, claramente, a proposta da coleção de realizar a passagem do espaço para o plano, como exemplificado na Figura 25.

Figura 25 - Articulação entre as figuras geométricas espaciais e figuras planas

CONTORNOS

1 RAFAEL USOU UMA LATA DE ERVILHA, QUE TEM A FORMA DE UM CILINDRO. ELE FEZ DOIS DESENHOS.





NO PRIMEIRO ELE PINTOU O INTERIOR E OBTVEU UMA **REGIÃO PLANA**, O CÍRCULO.

NO SEGUNDO ELE NÃO PINTOU O INTERIOR. ELE FICOU COM O **CONTORNO** DESSA REGIÃO PLANA.

FAÇA O MESMO COM UMA CAIXA DE FÓSFOROS VAZIA NA POSIÇÃO INDICADA. DESENHE A REGIÃO PLANA E SEU CONTORNO.





Na falta de caixa de fósforos pode ser usado qualquer objeto que tenha uma face plana, como uma borracha, por exemplo.

Fonte: Livro 2, p.100 – Atividade 01.

Sugerindo que o aluno repita tal atividade com uma caixa de fósforos, ou qualquer objeto que tenha uma face plana, traz em seguida exercícios que fazem a institucionalização das figuras planas, como mostramos na discussão, acerca da organização didática, realizada na subseção 4.3.3.

Para finalizar a organização matemática do livro 2, trazemos a seguir, Quadro 6, todos os tipos de tarefas identificados e no Quadro 7, todas as técnicas utilizadas para a resolução das mesmas.

Quadro 6- Tipos de tarefas identificados no livro 2

Identificação dos tipos de tarefas	Tipos de tarefas
T ₁	Identificar e contar elementos que compõem os sólidos
T ₂	Identificar e classificar sólidos
T ₃	Desenhar figuras planas contornando sólidos geométricos
T ₆	Montar (sólidos) objetos de formas geométricas espaciais
T ₇	Planificar (sólidos) objetos de formas geométricas espaciais
T ₈	Identificar a forma geométrica das faces do sólido geométrico

Fonte: Dados da pesquisa.

Quadro 7 - Técnicas identificadas no livro 2

Identificação das técnicas	Técnicas
τ_1	Observar as características (dos sólidos, das figuras)
τ_2	Identificar as características semelhantes (dos sólidos, das figuras)
τ_4	Manipular sólidos geométricos
τ_5	Contornar sólidos geométricos
τ_6	Identificar figuras geométricas planas que representam o sólido
τ_7	Desmontar sólidos geométricos (objetos de formas geométricas espaciais)

Fonte: Dados da pesquisa.

Na subseção, a seguir, trazemos as discussões acerca das tarefas e técnicas didáticas propostas, no livro 2, pelo autor da coleção.

4.3.2 Organização Didática

4.3.2.1 Técnicas didáticas

Assim como no livro 1, as técnicas didáticas estão presentes, reiterando as opções didáticas propostas pelo autor da coleção. Nesse sentido, trazemos exemplos de alguns tipos de tarefas em que são utilizadas as técnicas ostensivas, buscando evidenciar ainda a importância dos ostensivos gráficos nas técnicas didáticas.

A figura 26, a seguir, apresenta o exemplo de uma técnica didática para o ensino de sólidos geométricos. Nessa tarefa, observamos a ênfase na manipulação e exploração dos sólidos para a apropriação das características dos mesmos, posteriormente à exploração, são mostrados os ostensivos gráficos correspondentes aos objetos manipulados.

Figura 26 - Exemplo de técnica didática para o ensino de sólidos geométricos

Veja o Manual do Professor.
Procure trazer sólidos à sala de aula para que os alunos possam vê-los e manipulá-los.

O CUBO, O PARALELEPÍPEDO E A ESFERA

Pede aos alunos que tragam objetos e embalagens que lembrem os sólidos geométricos.
Faça os alunos manipularem esses objetos e descobrirem suas características.

1 PEGUE UM DADO, UMA CAIXA DE CREME DENTAL E UMA BOLA.
OBSERVE BEM AS FORMAS DESSES OBJETOS.
MANIPULE-OS EXPLORANDO TODAS AS SUAS PARTES.
VEJA AGORA O DESENHO E O NOME DESTES SÓLIDOS GEOMÉTRICOS.

Objetivos

- Identificar sólidos geométricos: cubo, esfera, paralelepípedo, cone e cilindro.
- Identificar e contar as faces, as arestas e os vértices em sólidos geométricos.
- Identificar os sólidos geométricos que rodam e os que não rodam.

Explique o significado da palavra manipule com brincadeiras de tato e adivinhação. Por exemplo, coloque os objetos que os alunos trouxeram em um saco de tecido fosco para que eles, em duplas, brinquem de adivinhar qual é o objeto que eles pegaram.

CUBO **PARALELEPÍPEDO** **ESFERA**

CONVERSE COM SEUS COLEGAS E, JUNTOS, RELACIONEM CADA UM DESSES SÓLIDOS COM O OBJETO CORRESPONDENTE.
Cubo-dado, paralelepípedo-caixa, esfera-bola




Fonte: Livro 2, p. 44 – Atividade 1

Do mesmo modo acontece com a tarefa apresentada, Figura 27, a seguir, na qual, após a exploração é mostrado o ostensivo gráfico que faz alusão ao cubo e em seguida a institucionalização dos elementos que o compõem.

Figura 27 - Técnica didática para o ensino dos elementos que compõem o cubo

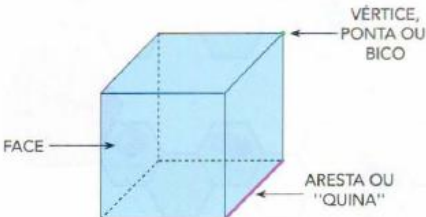
O CUBO

- 1 COM A AJUDA DE UM ADULTO, MONTE O CUBO COM A FIGURA DA PÁGINA 13 DO MEU BLOQUINHO. ELE SERÁ USADO EM VÁRIAS ATIVIDADES DESTE CAPÍTULO.
- 2 OBSERVE COM ATENÇÃO O CUBO QUE VOCÊ MONTOU. APALPE-O, VIRE-O DE LADO E DESCUBRA COMO ELE É.



CONVERSE COM OS SEUS COLEGAS SOBRE ESSE SÓLIDO. PENSEM EM OBJETOS QUE TENHAM A FORMA DE UM CUBO E FAÇAM UMA LISTA. *Por exemplo: dado, cubo mágico, dadinho de chocolate, cubo de gelo, torção de açúcar, etc.*

AGORA, VEJA O DESENHO ABAIXO E CONHEÇA O NOME DE ALGUMAS PARTES DO CUBO.



Fonte: Livro 2, p. 46 – Atividades 1 e 2.


Vale ressaltar que a institucionalização dos elementos que compõem o cubo, foi realizada de maneira ostensiva, ou seja, foi apresentado o ostensivo que faz alusão ao cubo e a partir disso, mostrou-se então (o que) são o vértice, a aresta e a face do sólido.

Em relação aos momentos didáticos trazidos pela TAD, observamos que o 1º encontro com a organização matemática relativa a sólidos geométricos acontece por meio do tipo de tarefa T₇: *Planificar sólidos (objetos) de formas geométricas espaciais* (subseção 4.3.1, Figura 23) na qual é proposta a desmontagem de uma caixa de creme dental. Em seguida são propostas as desmontagens de dois sólidos geométricos: o cubo e a pirâmide, Figuras 28 e 29, a seguir.

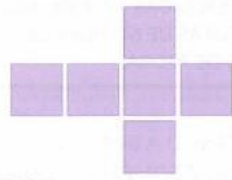
Figura 28 - $t_{1,1}$: *Identificar e contar elementos que compõem o cubo*

7 VAMOS CONTINUAR A BRINCADEIRA DE DESMONTAR?
AGORA É A VEZ DO CUBO. CADA UMA DAS FACES É UMA REGIÃO PLANA CHAMADA **REGIÃO QUADRADA**.

CUBO



REGIÕES QUADRADAS



OBSERVE OS DESENHOS ACIMA E RESPONDA:

A) QUANTAS FACES TEM O CUBO? _____ 6

B) TODAS AS FACES SÃO REGIÕES QUADRADAS? _____ Sim

C) TODAS AS FACES TÊM O MESMO TAMANHO? _____ Sim

Fonte: Livro 2, p. 93 – Atividade 7

Partindo da ideia de planificação de sólidos, são trabalhados concomitantemente nesses exercícios, os tipos de tarefas T_1 e T_8 que são respectivamente, *Identificar e contar elementos que compõem os sólidos* e *Identificar a forma geométrica das faces do sólido geométrico*.

Figura 29 - $t_{1,3}$: *Identificar e contar elementos que compõem uma pirâmide*

10 VOLTANDO À BRINCADEIRA DE DESMONTAR, AGORA É A VEZ DE UM SÓLIDO GEOMÉTRICO CHAMADO **PIRÂMIDE**.
AO DESMONTAR UMA PIRÂMIDE OBTEMOS ALGUMAS REGIÕES PLANAS CHAMADAS **REGIÕES TRIANGULARES**.

PIRÂMIDE



REGIÕES TRIANGULARES E REGIÃO QUADRADA



OBSERVANDO ESSA PIRÂMIDE:

A) QUAL É O NÚMERO TOTAL DE FACES? _____ 5

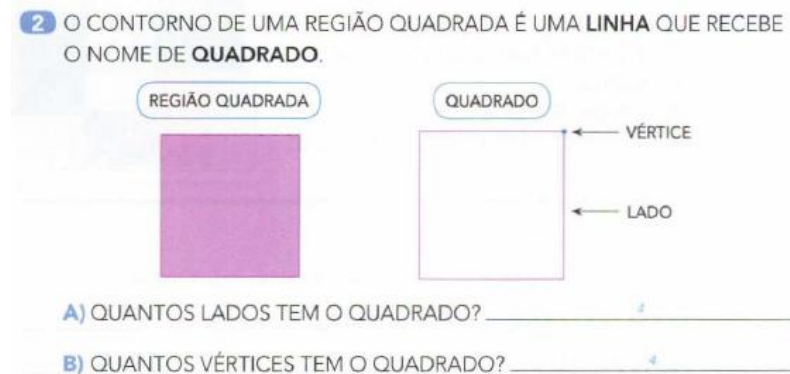
B) QUANTAS FACES SÃO TRIANGULARES? _____ 4

Fonte: Livro 2, p.94 – Atividade 10.

Na reapresentação das praxeologias, algumas tarefas tornam-se rotineiras, assim sendo, consideramos o trabalho com esses tipos de tarefas como sendo o 2º momento da organização didática proposta. Posteriormente a esse momento segue a institucionalização das

figuras planas, 5º momento da organização didática, apresentada por meio da Figura 30, a seguir.

Figura 30 - Institucionalização das figuras planas por ostensão



Fonte: Livro 2, p.100 – Atividade 02.

4.3.3 Considerações relacionadas às análises do livro 2

Como mencionado no início dessa seção, o livro 2 é composto por dois capítulos, intercalados entre si, referentes à Geometria, sendo que o primeiro explora os tipos de tarefa relacionados aos sólidos geométricos e o segundo trabalha com as regiões planas e os seus contornos. Assim como no livro 1, o livro 2 também é composto por seis tipos de tarefas, sendo que não necessariamente as mesmas, uma vez que, os tipos de tarefas T_3 e T_4 são abandonadas e dão lugar aos T_7 e T_8 . A observação relativa ao aumento do número dos tipos de tarefas T_1 , Tabela 4, a seguir, nos permite inferir que o autor busca explorar a intuição no que diz respeito ao trabalho com os elementos que compõem os sólidos geométricos.

Tabela 4 - Quantitativo de tipos de tarefas identificados no livro 2

Tipos de tarefa						
	T_1	T_2	T_5	T_6	T_7	T_8
Qtde.	05	10	03	01	02	04

Fonte: Dados da pesquisa

As tarefas do tipo T_2 foram diminuídas tanto em quantidade quanto em variedade, entretanto continuam sendo exploradas, o que nos leva a reiterar que o trabalho com tarefas desse tipo é a base para a apreensão das características dos sólidos geométricos, que por sua

vez é o princípio para a compreensão das propriedades, conceitos e definições que serão estudados nos anos finais do ensino fundamental.

Os primeiros indícios de articulação entre os sólidos geométricos e os polígonos começam a aparecer no capítulo 4, referente às regiões planas e seus contornos, por meio dos tipos de tarefa T_7 : *Planificar sólidos geométricos*, seguidos dos tipos de tarefa T_8 : *Identificação as formas geométricas das faces dos sólidos*.

O Quadro 8, a seguir, nos mostra um resumo dos tipos de tarefas identificados no livro 1, bem como as técnicas mantidas, abandonadas (τ_3) ou inseridas (τ_7).

Quadro 8 - Tipos de tarefas e suas respectivas técnicas de resolução

Tipos de tarefas identificadas						
	T_1	T_2	T_5	T_6	T_7	T_8
Técnicas utilizadas	τ_1	τ_1	τ_5	τ_1	τ_7	τ_6
	τ_2	τ_2		τ_2		
	τ_4	τ_4		τ_4		

Fonte: Dados da pesquisa

Observamos que as técnicas τ_1, τ_2 e τ_4 , de natureza mais manipulativa, continuam sendo utilizadas recorrentemente, ao passo que as τ_5 e τ_6 são utilizadas na resolução de tipos de tarefas que os aspectos mais manipulativos não são suficientes para resolvê-las.

As técnicas didáticas também estão presentes no livro 2, porém, podemos observar que enquanto que no livro 1 as técnicas didáticas priorizam os aspectos voltados a apreensão das características dos sólidos, as do livro 2 são mais relacionadas à identificação dos elementos que compõem os mesmos.

De modo análogo ao livro 1, a organização didática do livro 2 é composta basicamente pelo 1º encontro, por meio da apresentação de ostensivos gráficos, trabalho com as técnicas, τ_1, τ_2 e τ_4 , e institucionalização, também realizada de modo ostensivo.

4.4 ANÁLISE DO LIVRO 3

O livro 3 também é composto por dez capítulos sendo dois destes voltados para a Geometria e assim como acontece no segundo livro, o capítulo 2 também é intitulado *Sólidos Geométricos* e o capítulo 4 *Regiões planas e seus contornos*. No primeiro capítulo são trabalhados os tipos de tarefas relativas aos sólidos geométricos e no segundo, são explorados os tipos de tarefas referentes às regiões planas e seus contornos. Os tipos de tarefas que

iniciam a articulação entre os sólidos geométricos e as figuras planas, também são encontradas no capítulo voltado para o trabalho com as figuras planas e seus contornos.

Na organização matemática do livro 3, não foram trazidos os exemplos apresentados nos livros 1 e 2, assim sendo apresentamos apenas os novos tipos de tarefas e as novas técnicas identificadas. Os quadros que trazem os dados relacionados à identificação dos tipos de tarefas e técnicas identificadas no livro 3, constam ao final desse bloco.

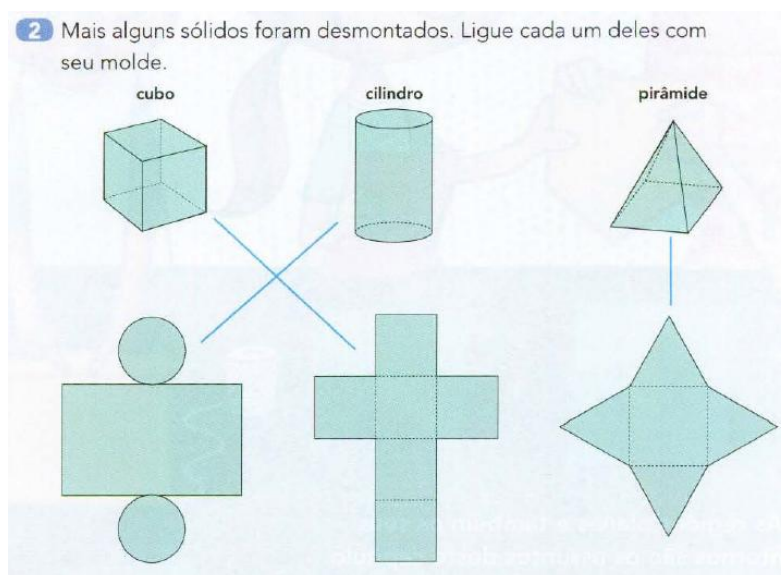
4.4.1 Organização Matemática

O livro 3 apresenta seis tipos de tarefas, sendo que foram mantidos do livro 2 apenas os tipos de tarefas T_1 e T_2 , além de retomar o T_4 que havia sido abandonado no livro anterior, os demais tipos de tarefas foram inseridos como trazemos por meios dos exemplos a seguir.

O tipo de tarefa T_9 , Figura 31 a seguir, propõe a associação do sólido geométrico à sua planificação e nos passa a ideia de retomada e ampliação da T_8 , uma vez que a mesma traz em sua proposta a identificação das formas geométricas das faces do sólido (algumas específicas), ao passo que a T_9 , sugere essa associação relacionada à planificação como um todo, o que nos leva a inferir que o aluno deve levar em consideração todas as faces que compõem a planificação.

T_9 – Associar sólidos geométricos à sua planificação

Figura 31 - Exemplo de tipo de tarefa T_9



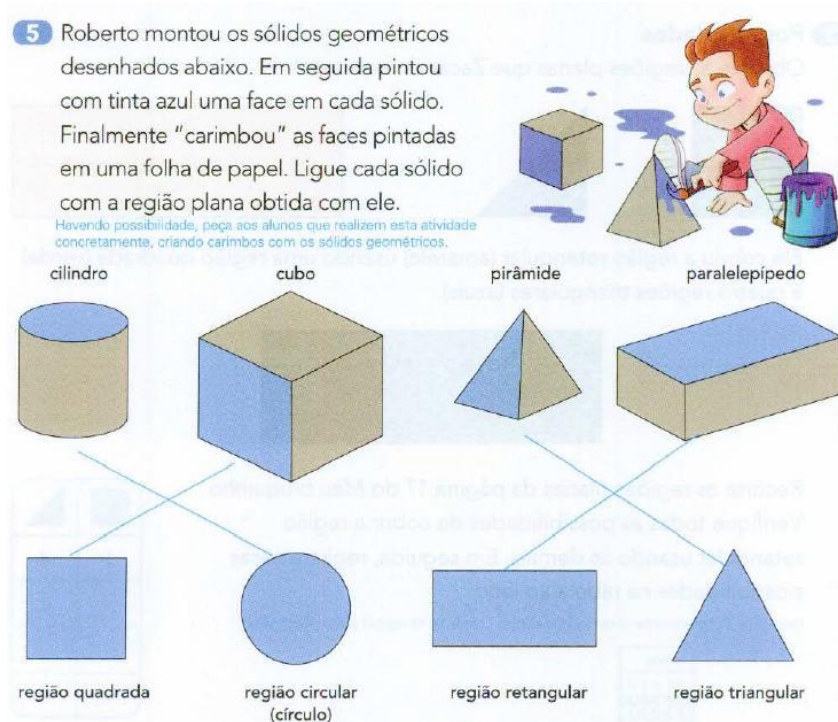
Fonte: Livro 3, p.100 – Atividade 02.

Para resolução da desse tipo de tarefa é utilizada a τ_6 : *Identificar figuras geométricas planas que representam o sólido.*

Passando da T_9 : *Associar sólidos geométricos à sua planificação*, para a T_{10} : *Associar sólidos geométricos à sua região*, (Figura 32), observamos que o segundo tipo foca mais uma das faces, e esse tipo de tarefa traz uma aproximação maior para a articulação entre os sólidos geométricos e suas respectivas figuras planas, utilizando a ideia de “carimbo” para mostrar a passagem do espaço para o plano.

T₁₀ – Associar sólidos geométricos à sua região plana

Figura 32 - Exemplo de tipo de tarefa T_{10}



Fonte: Livro 3, p.102 – Atividade 05.

Consideramos que os sólidos geométricos são recursos para o conhecimento das figuras planas, e que seu estudo tem como fim, perceber propriedades em comum entre si, e que as tarefas trabalhadas desse modo proporcionam a articulação esperada entre o espaço e o plano. Nesse contexto, Kaleff (1994, p. 21) explica que “... a distinção entre figuras planas e figuras não-planas [...] exige um grande cuidado, em função dessa distinção não ser inata às crianças”. Essa autora esclarece, ainda, que, para serem capazes de realizar tal diferenciação, as crianças precisam ter desenvolvido a capacidade de abstrair propriedades relativas às figuras geométricas.

Partindo do princípio da necessidade do desenvolvimento de abstração por parte da criança, e pensando no trabalho com o tipo de tarefa T_8 , identificada no livro 2, podemos supor uma intencionalidade, do autor da coleção, no que diz respeito a abstração relativa às figuras geométricas.

De um modo geral, a praxeologia matemática, apresentada no livro 3, é bem análoga à do livro 2, haja vista a permanência dos tipos de tarefa T_1 , T_2 , T_4 e T_8 e a inserção dos T_9 e T_{10} , que, em nosso ponto de vista, têm a suas origens na T_4 .

Para finalizar esse bloco, apresentamos os Quadros 9 e 10 que trazem, respectivamente, todos os tipos de tarefas e técnicas identificadas ao longo do livro 3.

Quadro 9 - Tipos de tarefas identificadas no livro 3

Identificação dos tipos de tarefas	Tipos de tarefas
T_1	Identificar e contar elementos que compõem os sólidos
T_2	Identificar e classificar sólidos
T_4	Associar figuras planas que correspondam a uma das faces de objetos (figuras geométricas espaciais)
T_8	Identificar a forma geométrica das faces do sólido geométrico
T_9	Associar sólidos à sua planificação
T_{10}	Associar sólidos à sua região plana

Fonte: Dados da pesquisa.

Quadro 10 - Técnicas identificadas no livro 3

Identificação das técnicas	Técnicas
τ_1	Observar as características (dos sólidos, das figuras)
τ_2	Identificar as características semelhantes (dos sólidos, das figuras)
τ_3	Identificar diferenças (dos sólidos, das regiões planas, das figuras)
τ_4	Manipular sólidos geométricos
τ_6	Identificar figuras geométricas planas que representam o sólido

Fonte: Dados da pesquisa.

A seguir trazemos a organização didática, bem como as pontuações acerca das técnicas didáticas, identificada no livro 3.

4.4.2 Organização Didática

4.4.2.1 Técnicas didáticas

Observamos que a utilização de técnicas didáticas não é uma prerrogativa apenas dos livros 1 e 2, no entanto as mesmas vão sendo dispersadas à medida que o nível cognitivo da criança vai avançando. A seguir, na figura 33, trazemos exemplos de algumas dessas técnicas.

Figura 33–Técnica sugerida na tarefa didática de ensinaros sólidos geométricos

4 Observe os sólidos desenhados e responda.

a) Quantas esferas? 2

b) Quantos cilindros? 3

c) Quantos cones? 4

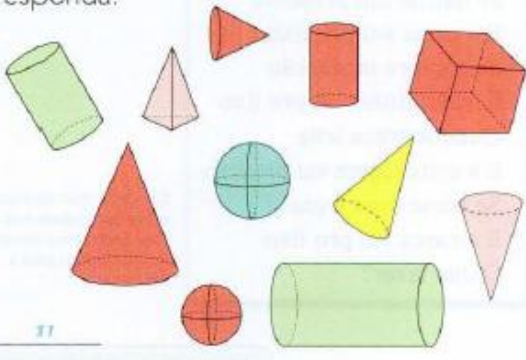
d) Quantos cubos? 1

e) Quantas pirâmides? 1

f) Quantos sólidos geométricos? 11

g) Quantos cones verdes? Nenhum.

h) Há mais cilindros ou cones? Cones. Quantos a mais? 1 a mais (4 - 3 = 1).



Fonte: Livro 3, p. 60 – Atividade 4

Consideramos que a utilização de técnicas didáticas do tipo que estimulam a manipulação dos sólidos (Figura 34), contribui para a apropriação das diferenças entre os sólidos que rolam e dos que não rolam e que, o trabalho por meio dessas técnicas proporciona um embasamento para a sistematização da classificação dos corpos redondos e poliedros.

Figura 34 - Técnica didática (manipulativa) para a diferenciação entre os sólidos que rolam e que não rolam

Sólidos que rolam e sólidos que não rolam

1 Pegue uma bola e os sólidos geométricos que você montou. Teste um a um para ver se é possível ou não fazê-los rolar. Coloque **sim** nos que rolam e **não** nos que não rolam.

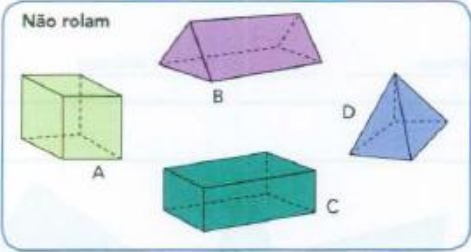
Cubo (Não) Cone (Sim)
 Paralelepípedo (Não) Cilindro (Sim)
 Esfera (Sim) Pirâmide (Não)
 Prisma (Não)

Fonte: Livro 3, p. 61 – Atividade 1

Figura 35 - Técnica didática (observável) para o agrupamento de sólidos que rolam e que não rolam

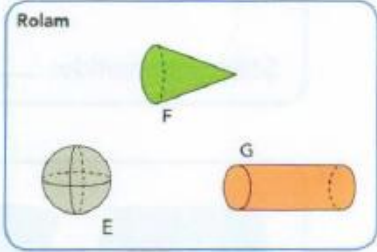
2 Observe os desenhos dos sólidos, que foram separados em dois grupos: o dos que não rolam e o dos que rolam. Escreva o nome de cada um.

Não rolam



A: Cubo
 B: Prisma
 C: Paralelepípedo
 D: Pirâmide

Rolam



E: Esfera
 F: Cone
 G: Cilindro

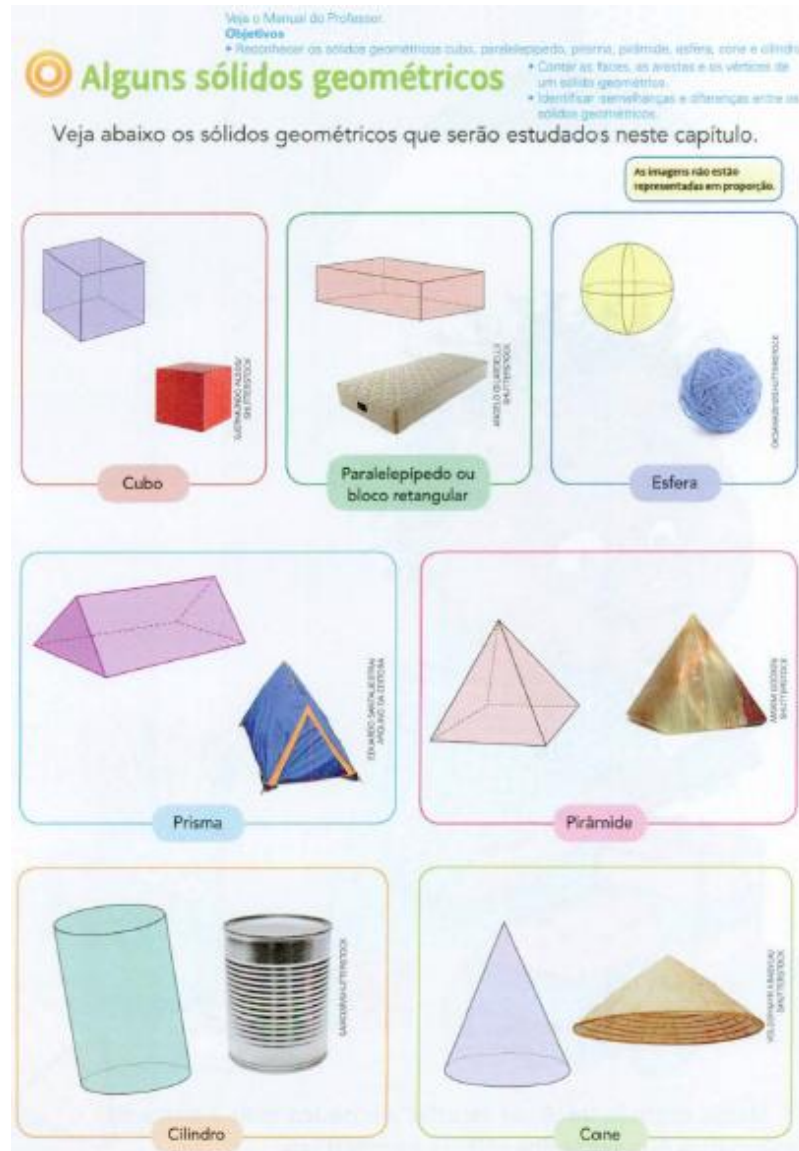
Fonte: Livro 3, p. 61 – Atividade 2

Entendemos ainda que a alternância entre as técnicas didáticas manipulativas, Figura 34, e observáveis, Figura 35, pode contribuir para que o aluno avance, posteriormente, do âmbito intuitivo para o dedutivo.

Em relação à organização didática, observamos que o 1º encontro com a organização matemática se dá pela ocasião da apresentação de vários ostensivos gráficos, Figura 36, que

fazem alusão aos sólidos geométricos, associados a objetos que têm as formas semelhantes aos mesmos.

Figura 36 - 1º encontro com a organização matemática



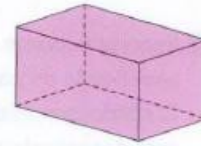
Fonte: Livro 3, p. 52

A proposta das atividades apresentadas, figuras 37, 38 e 39 a seguir mostram o 4º momento didático, ou seja, momento de praticar as técnicas elaboradas, nesse caso específico, as técnicas referidas são: τ_1 e τ_2 .

Figura 37 - Prática das técnicas τ_1 e τ_2

O paralelepípedo ou bloco retangular

- 1 Recorte a figura da página 5 do *Meu bloquinho* e monte o **paralelepípedo**. Ele também pode ser chamado de **bloco retangular**. Veja o desenho ao lado. Manipule-o e descubra com um colega onde ficam os vértices, as arestas e as faces do bloco montado. Agora responda:



- a) Quantos vértices o paralelepípedo tem? 8
- b) Quantas faces? 6
- c) Quantas arestas? 12
- d) O que se forma no encontro de duas faces? Uma aresta.
- e) Como são as faces do paralelepípedo? Respostas possíveis: são diferentes; são retangulares; são iguais duas a duas, etc.



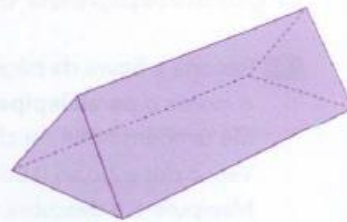
Fonte: Livro 3, p. 55 – Atividade 1

Entendemos que os momentos de exploração e trabalho com a técnica são recorrentes devido ao nível escolar em questão.

Figura 38 - Prática das técnicas τ_1 e τ_2

O prisma

- 1 Recorte e monte a figura do prisma planificado da página 7 do *Meu bloquinho*. O sólido geométrico que você vai obter está desenhado ao lado e é um exemplo de **prisma**. Manipule-o e descubra com seus colegas onde ficam os vértices, as arestas e as faces do prisma montado. Agora responda:



- a) Quantos vértices ele tem? 6
- b) Quantas arestas? 9
- c) Quantas faces? 5
- d) Como são as faces desse prisma? Retangulares e triangulares.
- e) Esse prisma tem quantas faces triangulares? 2
E quantas faces retangulares? 3



Fonte: Livro 3, p. 56 – Atividade 1

Figura 39 – Prática das técnicas τ_1 e τ_2

A pirâmide

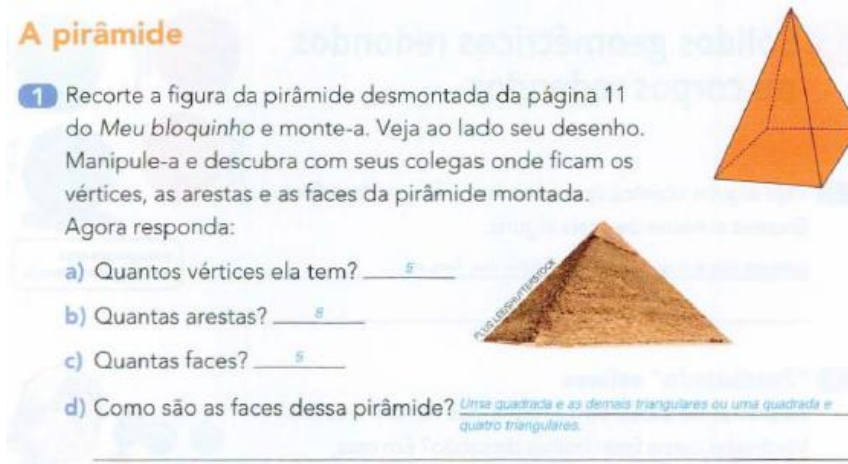
1 Recorte a figura da pirâmide desmontada da página 11 do *Meu bloquinho* e monte-a. Veja ao lado seu desenho. Manipule-a e descubra com seus colegas onde ficam os vértices, as arestas e as faces da pirâmide montada. Agora responda:

a) Quantos vértices ela tem? 5

b) Quantas arestas? 8

c) Quantas faces? 5

d) Como são as faces dessa pirâmide? Uma quadrada e as demais triangulares ou uma quadrada e quatro triangulares.



Fonte: Livro 3, p. 57 – Atividade 1

No exemplo, Figura 40 a seguir, ocorre uma institucionalização, informal e apoiada pelo ostensivo gráfico que faz alusão ao cubo, dos elementos (aresta e vértice). Consideramos essa institucionalização como “informal”, haja vista que a mesma é baseada apenas no que mostra o ostensivo gráfico, além de ser feita por meio da resolução de um exercício.

Figura 40 - Institucionalização de elementos que compõem dos sólidos

O cubo

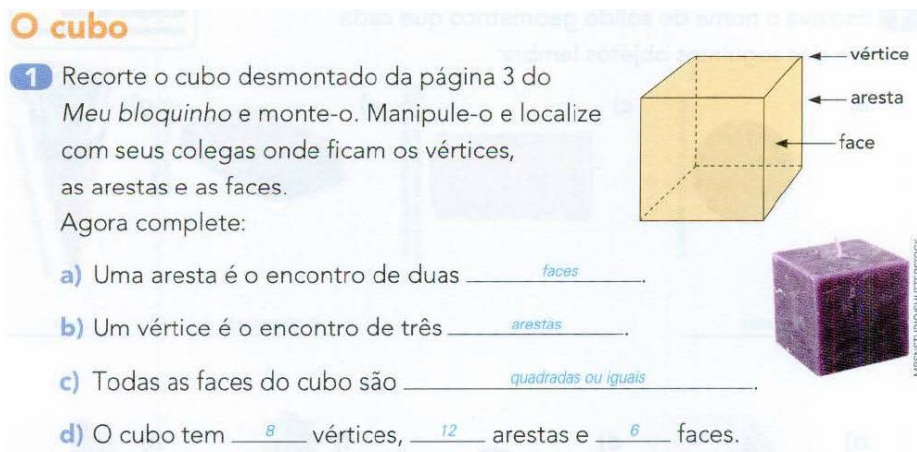
1 Recorte o cubo desmontado da página 3 do *Meu bloquinho* e monte-o. Manipule-o e localize com seus colegas onde ficam os vértices, as arestas e as faces. Agora complete:

a) Uma aresta é o encontro de duas faces.

b) Um vértice é o encontro de três arestas.

c) Todas as faces do cubo são quadradas ou iguais.

d) O cubo tem 8 vértices, 12 arestas e 6 faces.



Fonte: Livro 3, p. 54 – Atividade 1

4.4.3 Considerações relacionadas às análises do livro 3

O livro 3 amplia as abordagens relativas ao trabalho com o T_1 , além de explorar o cubo, a pirâmide e o paralelepípedo inclui também o prisma. Os tipos de tarefas T_2 continuam

sendo trabalhadas e os T₉: *Associar sólidos à sua planificação* e T₁₀: *Associar sólidos à sua região plana* são inseridos como mostrado, Tabela 5, a seguir.

Tabela 5 - Quantitativo de tipos de tarefas identificados no livro 3

Tipos de tarefa						
	T ₁	T ₂	T ₄	T ₈	T ₉	T ₁₀
Qtde.	07	13	01	04	03	03

Fonte: Dados da pesquisa

De modo análogo ao livro 2, a praxeologia matemática é composta por seis tipos de tarefas, sendo que foram mantidas os tipos de tarefas T₁, T₂ e T₄, já identificadas no livro 2. No livro 3 tem início a sistematização de alguns conceitos geométricos, ainda que informais como, por exemplo, a afirmação de que o encontro de duas faces forma uma aresta. A separação dos corpos redondos dos demais sólidos, também tem o seu início a partir desse livro, uma vez que até então nos livros 1 e 2 ainda eram trabalhados juntamente com os poliedros, no entanto, ainda não há a institucionalização dos mesmos.

Os tipos de tarefa T₃: *Construir sólidos geométricos*, T₅: *Desenhar figuras planas contornando sólidos geométricos*, T₆: *Montar sólidos geométricos* e T₇: *Planificar sólidos geométricos*, são abandonados, o que nos levar a inferir que, esses tipos de tarefas de caráter mais manipulativo passam a ser substituídas por tipos de tarefas que proporcionem um pouco mais de abstração para serem resolvidas, nos dando nesse sentido, evidências da evolução das praxeologias identificadas até este livro.

Em relação às técnicas utilizadas nas resoluções dos tipos de tarefas, observamos que ainda há a utilização das τ_1 : *Observar as características dos sólidos*, τ_2 : *Identificar as características semelhantes dos sólidos* e τ_4 : *Manipular sólidos geométricos*, embora a τ_6 : *Identificar figuras geométricas planas que representam o sólido* tenha sido utilizada recorrentemente nos quatro últimos tipos de tarefa como mostra o Quadro 11, a seguir.

Quadro 11 - Identificação de tipos de tarefas e suas respectivas técnicas de resolução

Tipos de tarefas identificadas						
	T ₁	T ₂	T ₄	T ₈	T ₉	T ₁₀
Técnicas utilizadas	τ_1	τ_1	τ_6	τ_6	τ_6	τ_6
	τ_2	τ_2				
	τ_4	τ_3				
		τ_4				

Fonte: Dados da pesquisa

Vale ressaltar que a predominância da técnica τ_6 corrobora nossa consideração acerca da evolução das praxeologias identificadas nos livros anteriores.

Em relação às técnicas didáticas pudemos observar que as mesmas, nesse livro, mostram um equilíbrio no que concerne ao manipulativo e observável, evidenciando, nesse sentido, a intenção do autor de iniciar os aspectos mais abstratos do trabalho com a Geometria.

A organização didática apresentada neste livro, não difere muito em relação aos dois primeiros livros, haja vista que o 1º encontro com a organização matemática e a institucionalização são realizadas por meio dos ostensivos, além do predomínio do, 4º momento didático, trabalho com as técnicas.

4.5 ANÁLISE DO LIVRO 4

A distribuição dos conteúdos geométricos no livro 4 assemelha-se aos demais livros, uma vez que também é composto por dois capítulos, sendo que o primeiro aborda as tarefas relativas aos sólidos geométricos e o segundo, às regiões planas e seus contornos. Podemos observar que até então há a preservação da mesma estrutura na divisão dos conteúdos, lembrando que, nos livros 1 e 2 o capítulo destinado a sólidos geométricos apresenta alguns tipos de tarefas que indicam a articulação entre o espaço e o plano, o que não acontece nos livros 3 e 4 nos quais esses tipos de tarefa aparecem no capítulo destinado a figuras planas e seus contornos. Essa opção didática relativa a abordagem dos conteúdos nos leva a inferir que, possivelmente as crianças que trabalham nos níveis dos livro 1 e 2, necessitem da introdução dessas noções ainda no capítulo relativo a sólidos geométricos, ao passo que nos livros 3 e 4, tais noções devem ser retomadas e ampliadas para o trabalho com tarefas voltadas para a institucionalização das figuras planas.

A seguir apresentamos a praxeologia matemática identificada no livro em questão.

4.5.1 Organização Matemática

A praxeologia matemática do livro 4 é composta por sete tipos de tarefas, sendo que também mantém o trabalho com os tipos de tarefas T_1 e T_2 , estes dois tipos de tarefas estão presentes em todos os livros analisados até aqui.

Os dados apresentados, Tabela 6 a seguir, confirmam a predominância dos tipos de tarefa T_1 e T_2 , mostram o abandono dos tipos de tarefas T_8 e T_{10} ao mesmo tempo em que apontam a inserção de outros três tipos de tarefas, a saber, T_{11} , T_{12} e T_{13} , aos quais exemplificamos a seguir.

Tabela 6 - Quantitativo de tipos de tarefas identificados no livro 4

Tipos de tarefa							
Qtde.	T_1	T_2	T_4	T_9	T_{11}	T_{12}	T_{13}
	09	10	03	03	01	01	03

Fonte: Dados da pesquisa

O tipo de tarefa T_{11} : *Identificar relações existentes entre as quantidades de elementos que compõem os sólidos de bases diversas*, é resolvido a partir da utilização da técnica τ_8 : *Identificar elementos que compõem os sólidos*. Buscando proporcionar uma melhor compreensão do funcionamento dessa técnica, passamos a descrevê-la de maneira detalhada, por meio da resolução da tarefa $t_{11.1}$: *Identificar relações existentes entre as quantidades de elementos que compõem pirâmides de bases diversas* (Figura 41):

$t_{11.1}$ – Identificar relações existentes entre as quantidades de elementos que compõem pirâmides de bases diversas

Figura 41 - Exemplo de tarefa $t_{11.1}$.

2 Esboce no caderno o desenho das pirâmides acima. Depois copie e complete a tabela.

	Número de vértices	Número de faces	Número de arestas
Pirâmide de base triangular	4	4	6
Pirâmide de base quadrada	5	5	8

4 Regularidade
Atividade em dupla
 Comparem o número de vértices e o número de faces em cada pirâmide que aparece nesta página e vocês vão descobrir uma regularidade, comum a todas as pirâmides. *4 e 4, 5 e 5, 6 e 6, 7 e 7*
 Confiram com as demais duplas e registrem essa regularidade no caderno.
Em todas as pirâmides o número de vértices é igual ao número de faces.

Fonte: Livro 4, p.57 – Atividade 02 e 04.

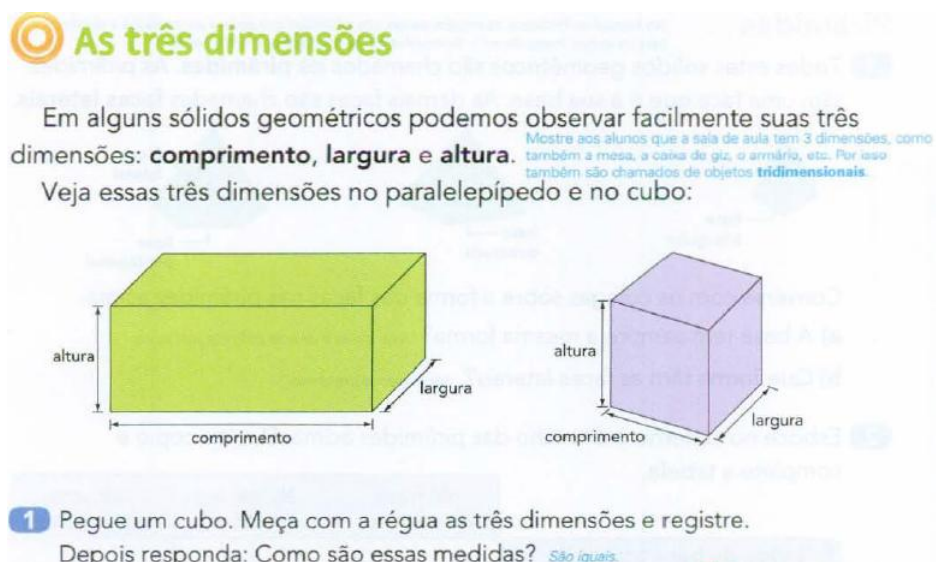
A resolução da tarefa mencionada é iniciada a partir da identificação de cada um dos elementos que compõem os sólidos geométricos (τ_8), para que tal identificação seja possível, é necessário que sejam observadas as características (τ_1), ao mesmo tempo em que são

identificadas as suas semelhanças (τ_2), feito isto, deve-se preencher uma tabela que permitirá perceber a regularidade entre os elementos das pirâmides.

Consideramos que tarefas do tipo T_{12} *Encontrar as medidas das arestas de um sólido*, Figura 42 a seguir, estimulam o aluno a perceberem as dimensões dos sólidos geométricos, uma vez que, os aspectos relacionados às três dimensões podem ter passado despercebidos nas em outras tarefas de cunho manipulativo. Para resolução desse tipo de tarefa é mobilizada a técnica τ_9 : *Utilizar régua*, para realizar a medição.

$t_{12.1}$ – *Encontrar as medidas das arestas de um sólido*

Figura 42 - Exemplo de tarefa $t_{12.1}$



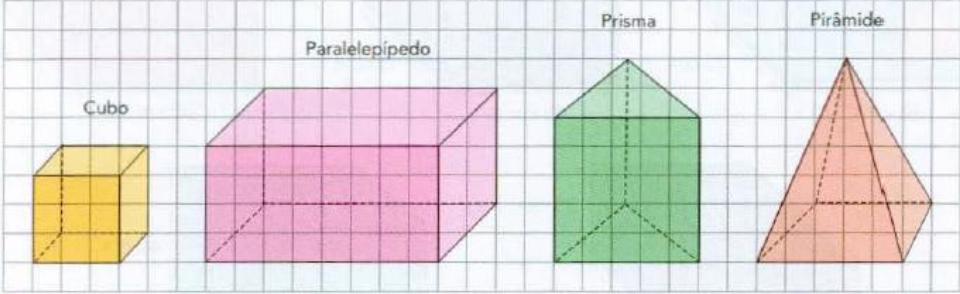
Fonte: Livro 4, p.58 – Atividade 01.

O tipo de tarefa T_{13} : *Reproduzir sólidos*, Figura 43 a seguir, propõe a reprodução de sólidos geométricos em papel quadriculado, bem como a redução do tamanho das mesmas. Entendemos que tarefas dessa natureza podem contribuir para a apropriação das características dos sólidos geométricos, uma vez que são trabalhados de modo explícito os elementos que os compõem.

t_{13.1}– Reproduzir sólidos geométricos em papel quadriculado

Figura 43 - Exemplo de tarefa *t_{13.1}*

5 Observe as figuras:



Use papel quadriculado como este e copie o cubo, o prisma e a pirâmide. Depois reduza o tamanho das arestas do paralelepípedo à metade e desenhe-o. Cole tudo em seu caderno e escreva o nome de cada sólido.

Fonte: Livro4, p.59 – Atividade 05.

Além disso, os tipos de tarefas que exploram as construções, reproduções e planificações valorizam a dimensão experimental proporcionando o equilíbrio entre a visão mais formal e a intuitiva, haja vista que passa da fase da observação para a construção.

Ao final da identificação da praxeologia matemática proposta no livro 4, trazemos, no Quadro 12, todos os tipos de tarefas identificadas no mesmo.

Quadro 12 - Tipos de tarefas identificadas no livro 4

Identificação dos tipos de tarefas	Tipos de tarefas
T ₁	Identificar e contar elementos que compõem os sólidos
T ₂	Identificar e classificar sólidos
T ₄	Associar figuras planas que correspondam a uma das faces de objetos (figuras geométricas espaciais)
T ₉	Associar sólidos à sua planificação
T ₁₁	Identificar relações existentes entre as quantidades de elementos que compõem os sólidos
T ₁₂	Encontrar as medidas das arestas de um sólido
T ₁₃	Reproduzir sólidos

Fonte: Dados da pesquisa.

Cabe ressaltar que a praxeologia matemática apresentada nesse livro, embora ainda mantenha tipos de tarefas, T₁, T₂ e T₄, presentes no livro 1, já mostra um certo distanciamento em relação a tarefas de cunho mais exploratório, apresentadas nos livros 1 e 2, tendo em vista os demais tipos de tarefas propostos, T₉, T₁₁, T₁₂ e T₁₃, que proporcionam ao aluno o trabalho

com aspectos mais abstratos da Geometria. A presença dos tipos de tarefas T_4 e T_9 evidencia a continuidade no trabalho voltado à articulação entre os poliedros e os polígonos.

Em seguida, Quadro 13, apresentamos todas as técnicas utilizadas na resolução dos tipos de tarefas identificadas nesse livro.

Quadro 13 - Técnicas identificadas no livro 4

Identificação das técnicas	Técnicas
τ_1	Observar as características (dos sólidos, das figuras)
τ_2	Identificar as características semelhantes (dos sólidos, das figuras)
τ_4	Manipular sólidos geométricos
τ_6	Identificar figuras geométricas planas que representam o sólido
τ_8	Contar cada um dos elementos que compõem os sólidos e estabelecer a relação existente
τ_9	Utilizar régua
τ_{10}	Contar quadradinhos

Fonte: Dados da pesquisa.

No próximo tópico, apresentamos a praxeologia didática proposta no livro 4, além das discussões acerca das técnicas didáticas.

4.5.3 Organização Didática

4.5.3.1 Técnicas didáticas

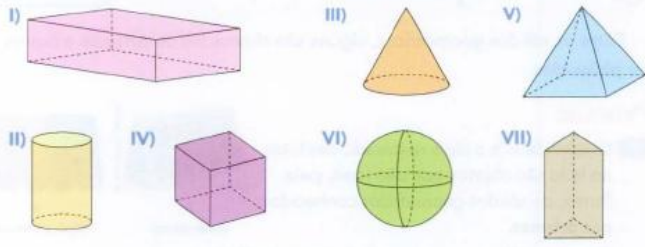
As técnicas didáticas também estão presentes no livro 4 e, embora tenhamos saído do bloco referente à Alfabetização Matemática ainda são encontradas, mesmo que dispersas, algumas delas.

A tarefa didática, Figura 44 a seguir, consiste no ensino de sólidos geométricos e a técnica didática proposta é, observar os ostensivos gráficos, e então a partir dessa observação indicar: quantas faces planas cada figura possui; quais sólidos mostrados possuem partes arredondadas ou quantas faces, vértices e arestas tem um determinado sólido.

Figura 44 - Técnica didática para o ensino de sólidos geométricos

Na atividade 1, não há necessidade de muita precisão nos desenhos que os alunos vão fazer. Peça a eles que comprovem concretamente os casos de sólidos que podem rotular utilizando objetos de mesma forma ou sólidos geométricos, se foram montados.

1 Observe os sólidos geométricos e, no caderno, faça o que se pede.



a) Indique quantas faces planas tem cada figura. *I: 6; II: 2; III: 1; IV: 6; V: 5; VI: nenhuma; VII: 5.*

b) Indique quais têm partes não planas, arredondadas. Esboce seus desenhos e coloque seus nomes. *II: cilindro; III: cone e VI: esfera.*

c) Registre o nome do sólido V e quantas arestas, quantas faces e quantos vértices ele tem. *Prisma: 8 arestas, 5 faces e 5 vértices.*

d) Escreva o nome que é dado ao sólido IV. *Cubo.*

e) Quantas arestas o sólido I tem a mais do que o sólido VII? *3 arestas a mais (12 - 9).*

Fonte: Livro 4, p. 55 – Atividade 1

De modo análogo a Figura 45, a seguir, mostra outra tarefa didática que propõe a manipulação e exploração de sólidos geométricos para o ensino dos sólidos geométricos.

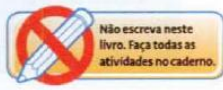
Figura 45 - Técnica didática para o ensino de sólidos geométricos

1 Pegue um cubo. Meça com a régua as três dimensões e registre. Depois responda: Como são essas medidas? *São iguais.*

2 Pegue e manipule uma caixa de sapatos.

a) Que forma ela tem? *De um paralelepípedo ou bloco retangular.*

b) Meça com a régua as três dimensões da caixa. Como são essas medidas? *Não são todas iguais ou cada uma se repete em 4 arestas (4 com a medida da largura, 4 com a medida do comprimento e 4 com a medida da altura).*



Fonte: Livro 4, p. 58 – Atividade 1 e 2

Em prosseguimento aos apontamentos relativos às técnicas didáticas, trazemos a seguir, a praxeologia didática identificada nesse livro.

O 1º encontro com a organização matemática, relativa a sólidos geométricos acontece, por ostensão, quando são mostradas uma variedade de sólidos geométricos associados a objetos cujas formas geométricas assemelham-se aos mesmos, como mostramos no exemplo, Figura 46, a seguir.

Figura 46 - 1º encontro com a organização matemática

Para as atividades deste capítulo, providencie sólidos geométricos e/ou objetos com formatos que lembrem os sólidos aqui estudados. Antes de partir para definições ou para atividades do livro, estimule a manipulação e a experimentação correta com esses sólidos.

Objetivos









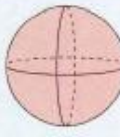


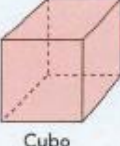


Sólidos geométricos: você já conhece, vamos retomar?

Objetivos

- Reconhecer os sólidos geométricos: cubo, paralelepípedo, prisma, pirâmide, esfera, cone e cilindro.
- Reconhecer os elementos em um sólido geométrico: arestas, vértices e faces.
- Identificar as características dos prismas e das pirâmides entre os sólidos geométricos.
- Identificar as dimensões de uma figura (1, 2 ou 3).

Veja o Manual do Professor.

Muitos dos objetos que nos cercam, pela forma que têm, dão ideia de conhecidos sólidos geométricos. Veja alguns desses sólidos:

				
Cilindro		Cone		
				
Pirâmide		Esfera		Prisma
				
Cubo		Paralelepípedo ou bloco retangular		

As imagens não estão representadas em proporção.

Fonte: Livro 4, p. 52

Em seguida acontece o 2º e 4º momento, exploração dos tipos de tarefas e trabalho com as técnicas, respectivamente, por meio da proposta de tarefa do tipo T_2 : *Identificar e classificar sólidos geométricos*, Figuras 47 e 48, a seguir.

Figura 47 - Tipo de tarefa T_2 (*Identificar e classificar sólidos geométricos*)

1 Atividade em grupo

Conversem e procurem identificar nas figuras abaixo partes que lembrem os sólidos geométricos citados acima.

representadas em proporção.

Prisma e cubo.

Cilindro e cone.

Paralelepípedo e cilindro.


Cone e cilindro.





Fonte: Livro 4, p.52 – Atividade 1


Figura 48 - Tipo de tarefa T₂


2 Os objetos desenhados abaixo lembram sólidos geométricos que você estudou nos anos anteriores. Escreva em seu caderno o nome do sólido geométrico que cada um dos objetos lembra, considerando sua forma.


a)  Esfera.

b)  Paralelepípedo ou bloco retangular.

c)  Cubo.

d)  Cone.

e)  Cilindro.

f)  Pirâmide.

3 Em seu caderno escreva o nome de outros objetos que lembrem:

Respostas pessoais. Exemplos:

a) o paralelepípedo ou bloco retangular;
Peça de domino.

b) o cilindro;
Algumas pilhas.

c) a esfera;
Globo terrestre.

d) o cone;
Cone de sinalização de trânsito.

e) o cubo.
Cubo de gelo.

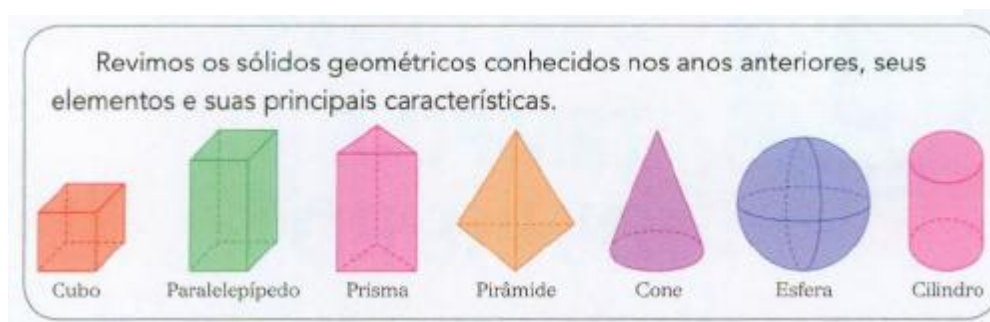
Peça aos alunos que conversem sobre o que escreveram e estimule uma pesquisa em livros e revistas.

ILUSTRAÇÕES: ANA LUSTREZ/ALUNOS DA ESCOLA

Fonte: Livro 4, p. 53 – Atividades 2 e 3

A institucionalização acerca dos sólidos geométricos, apresentada na Figura 49 a seguir, assim como no livro 1, acontece na subseção *O que estudamos*.

Figura 49 - Institucionalização dos sólidos geométricos



Fonte: Livro 4, p. 67– Seção “O que estudamos”

Voltamos a destacar a importância da mobilização dos ostensivos gráficos, sobretudo, na institucionalização, permitindo aos alunos dos anos iniciais do ensino fundamental, o acesso à variedade de figuras geométricas, favorecendo, nesse sentido, a percepção das

características, diferenças e regularidades entre figuras (planas ou não) para que, a partir disso, possam fazer classificações. Nesse sentido, os PCN trazem que:

O pensamento geométrico compreende as relações e representações espaciais que as crianças desenvolvem, desde muito pequenas, inicialmente, pela exploração sensorial dos objetos, das ações e deslocamentos que realizam no meio ambiente, da resolução de problemas. Cada criança constrói um modo particular de conceber o espaço por meio das suas percepções, do contato com a realidade e das soluções que encontra para os problemas. (BRASIL, 1998b, p. 229).

Reiteramos assim, o papel dos ostensivos gráficos no que diz respeito à exploração sensorial e visual desses objetos.

4.5.4 Considerações relacionadas às análises do livro 4

O livro 4, traz além da ampliação dos trabalhos com os tipos de tarefa T_1 : *Identificar e contar elementos que compõem os sólidos*, a exploração das tarefas que envolvem as pirâmides no sentido de abordar as regularidades entre o número de elementos que compõem esses sólidos. Inferimos que as abordagens relacionadas a essas regularidades, visam preparar o aluno para o trabalho com a Relação de Euler, utilizada para a determinação do número de arestas, vértices e faces de qualquer poliedro convexo.

A diminuição da proposta dos tipos de tarefas T_2 : *Identificar e classificar sólidos geométricos*) também deve ser mencionada, haja vista a coerência desse fato no nível de ensino em que são apresentadas tais tarefas. Vale ressaltar que consideramos que a manutenção desses tipos de tarefas, ainda no livro 4, reiteram a ideia de retomada e ampliação dos conteúdos.

O abandono da T_{10} nos leva a refletir na opção didática do autor ao abordar esse tipo de tarefa, até então apenas no livro 3, a qual acreditamos que possivelmente após a identificação da praxeologia do último livro, obtemos uma resposta.

A inserção dos tipos de tarefa T_{11} : *identificar relações existentes entre as quantidades de elementos que compõem os sólidos*, T_{12} : *Encontrar as medidas das arestas de um sólido* e T_{13} : *Reproduzir sólidos*, mostra o amadurecimento nos tipos de tarefas propostas, lembrando que essa evolução influencia na escolha das técnicas de resolução, como mostra o Quadro 14.

Quadro 14 - Identificação dos tipos de tarefas e suas respectivas técnicas de resolução

Tipos de tarefas identificados							
Técnicas utilizadas	T ₁	T ₂	T ₄	T ₉	T ₁₁	T ₁₂	T ₁₃
	τ_1	τ_1	τ_6	τ_6	τ_8	τ_9	τ_{10}
	τ_2	τ_2					
	τ_4	τ_4					

Fonte: Dados da pesquisa

Frente aos dados mostrados no Quadro 14, podemos observar que as τ_1 , τ_2 e τ_4 , se limitam à resolução dos tipos de tarefas T₁ e T₂, ao passo que os demais tipos de tarefas apresentam técnicas de com menor tendência aos aspectos manipulativo e observável, evidenciando, nesse sentido, uma coerência em relação ao amadurecimento cognitivo já comentado acerca dos tipos de tarefa.

Em relação às técnicas didáticas, observamos que a mobilização das mesmas foi diminuindo, gradativamente, ao longo dos livros analisados até então, o que nos leva a inferir que, possivelmente, a utilização das mesmas continue a diminuir.

A organização didática do livro 4 se dá, basicamente, mediante aos seguintes momentos didáticos, a saber, 1º encontro com a organização matemática, 2º momento de exploração dos tipos de tarefas e elaboração das técnicas, 4º momento de trabalho com as técnicas e 5º institucionalização.

Em prosseguimento à investigação proposta, passamos à análise do quinto e último livro da coleção.

4.6 ANÁLISE DO LIVRO 5

O livro 5, assim como os livros 2, 3 e 4, também é dividido, e intercalados entre si, em dois capítulos voltados para a Geometria, mas diferentemente dos quatro primeiros livros, propõe em seu primeiro capítulo, o estudo das figuras planas em meio ao dos sólidos geométricos. O segundo capítulo relativo à Geometria traz o aprofundamento e ampliação acerca dos polígonos. Consideramos tal organização como algo esperado no que tange à articulação entre os polígonos e os poliedros.

De modo análogo aos demais livros, há a continuidade do trabalho com os tipos de tarefas, T₁: *Identificar e contar os elementos que compõem os sólidos geométricos* e T₂: *Identificar e classificar os sólidos geométricos*, presentes em todos os livros, além da inserção

dos tipos de tarefas T_{14} : *Esboçar um poliedro* e T_{15} : *Verificar a Relação de Euler em um poliedro* as quais trazemos exemplificadas a seguir.

4.6.1 Organização Matemática

Os dados apresentados, Tabela 7 a seguir, nos mostram um aumento das propostas dos tipos de tarefa T_1 , observamos, nesse sentido, que o autor vem explorando recorrentemente este tipo de tarefa desde o livro 2 e que no livro 4 focou esse trabalho com a pirâmide de bases diversas. Ressaltamos também a pouca exploração quantitativa dos tipos de tarefa T_{11} : *Identificar relações existentes entre as quantidades de elementos que compõem os sólidos* e T_{15} : *Verificar a relação de Euler em um poliedro*. Consideramos que o trabalho com o tipo de tarefa T_{11} não foi proposto em quantidade suficiente para que o aluno consiga compreender a verificação da Relação de Euler, tendo em vista que foi apresentada apenas uma vez tanto no livro 4 quanto no 5.

Tabela 7 - Quantitativo de tipos de tarefas identificados no livro 5

	T_1	T_2	T_9	T_{11}	T_{14}	T_{15}
Qtde.	10	10	06	01	07	01

Fonte: Dados da pesquisa

Cabe ressaltar que o tipo de tarefa T_9 , que traz explícita a articulação dos poliedros com os polígonos, ainda se faz presente em meio à organização matemática do último livro da coleção, o que nos leva a constatar a efetivação da proposta do autor, no que diz respeito à articulação entre o ensino dos poliedros e dos polígonos.

Passando para os tipos de tarefas inseridos, iniciemos com o exemplo de uma tarefa do tipo T_{14} (Figura 50).

t_{14.1}– Esboçar um Prisma

Figura 50 - Exemplo de tarefa *t_{14.1}*

Dentre os poliedros destacam-se os prismas e as pirâmides.

1 **Prisma** é um poliedro que tem duas bases iguais e paralelas. As demais faces são retangulares. Cada prisma recebe o nome de acordo com a forma das suas bases.


As bases também são faces.

Lápis com forma de prisma.

Prisma de base triangular Prisma de base pentagonal Prisma de base retangular (paralelepípedo) Prisma que tem todas as faces quadradas (cubo)

Prisma de base hexagonal

Faça um esboço do prisma desenhado ao lado e responda: que nome é dado a ele?



Fonte: Livro 5, p. 31 – Atividade 1

O tipo de tarefa T_{14} : *Esboçar um poliedro* é proposto após a apresentação repetida de ostensivos gráficos e de objetos que se assemelhem ao mesmo. Em relação a esse tipo de tarefa, consideramos que desenhar objetos proporciona a possibilidade de interpretar as informações visuais mostradas por meio dos ostensivos gráficos apresentados, oportunizando ainda um reforço relativo às características desses tipos de sólidos. Para a resolução desse tipo de tarefa é necessário a utilização apenas da τ_1 : *Observar as características dos sólidos*, e em seguida tentar reproduzi-las por meio do esboço.

Em prosseguimento a apresentação da praxeologia matemática identificada, trazemos ainda um exemplo de T_{15} , Figura 51, a seguir que consiste em verificar a Relação de Euler em um poliedro.

t_{15.1}– Verificar a relação de Euler em um octaedro

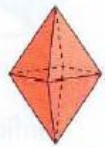
Figura 51–Exemplo de tarefa *t_{15.1}*

5 Observe o poliedro desenhado ao lado e responda no caderno:

a) Ele é um prisma ou uma pirâmide? *Nem prisma e nem pirâmide.*

b) Seu nome é octaedro. Por quê? *Porque tem 8 faces (octo significa oito; edro significa face).*

c) A relação de Euler se verifica nesse poliedro? *Sim. 16 vértices, 8 faces, 12 arestas e $6 + 8 = 12 + 2$*



Fonte: Livro 5, p. 32 Atividade 5

Para resolver esse tipo de tarefa é necessário a utilização da τ_8 , do seguinte modo: partindo da identificação de cada um dos elementos que compõem o poliedro em questão, mobilizando as técnicas τ_1 e τ_2 , para em seguida preencher uma tabela que permitirá perceber a regularidade entre os elementos do poliedro e, assim, observar se a Relação de Euler é de fato verificada.

No Quadro 15, a seguir, apresentamos todos os tipos de tarefas que foram identificados no livro 5, bem como todas as técnicas, Quadro 16.

Quadro 15 – Tipos de tarefas identificados no livro 5

Identificação dos tipos de tarefas	Tipos de tarefas
T_1	Identificar e contar elementos que compõem os sólidos
T_2	Identificar e classificar sólidos
T_9	Associar sólidos à sua planificação
T_{11}	Identificar relações existentes entre as quantidades de elementos que compõem os sólidos
T_{14}	Esboçar um poliedro
T_{15}	Verificar a relação de Euler em um poliedro

Fonte: Dados da pesquisa.

Quadro 16 – Técnicas identificadas no livro 5

Identificação da técnica	Técnica
τ_1	Observar as características (dos sólidos, das regiões planas, das figuras)
τ_2	Identificar as características semelhantes (dos sólidos, das regiões planas, das figuras)
τ_3	Identificar as diferenças (dos sólidos, das regiões planas, das figuras)
τ_4	Manipular sólidos geométricos
τ_6	Identificar figuras geométricas planas que representam o sólido
τ_8	Contar cada um dos elementos e estabelecer relação existente

Fonte: Dados da pesquisa.

Passamos a seguir para as discussões relativas às tarefas e técnicas didáticas utilizadas no livro 5.

4.6.2 Organização Didática

4.6.2.1 Técnicas didáticas

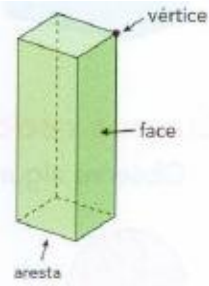
No decorrer da investigação a qual nos propomos, o livro 5 é o único que apresenta apenas uma tarefa, Figura 52, na qual é proposta uma técnica didática, isso se dê talvez por conta do amadurecimento cognitivo esperado no decorrer dos cinco anos de trabalho nesse sentido.

Figura 52 - Técnicas didáticas para o ensino dos elementos que compõem os sólidos

4 Todo poliedro possui faces, arestas e vértices. Pegue um objeto que tenha a forma de um paralelepípedo e, junto com os colegas, identifique as faces, as arestas e os vértices. Depois, copie e complete:

Um paralelepípedo tem faces, arestas e vértices.

6 12 8



Fonte: Livro 5, p. 30 – Atividade 4

No que diz respeito aos momentos didáticos, apresentamos o 1º encontro com a organização matemática acontecendo por meio da apresentação do tipo de tarefa T_2 , exceto no livro 1 todos os demais livros apresentaram o 1º encontro com a organização matemática a partir do trabalho com sólidos geométricos como mostra a Figura 53, a seguir.

Figura 53 - 1º encontro com a organização matemática

Veja o Manual do Professor.

Objetivos

- Reconhecer os sólidos geométricos e identificar os que são poliedros e os que são corpos redondos.
- Entre os poliedros identificar os prismas e as pirâmides.
- Perceber a Relação de Euler.
- Reconhecer regiões planas e seus contornos.
- Retomar a ideia de segmento de reta.
- Identificar um polígono e seus elementos.
- Conhecer a idata e a representação de reta e semirreta.

Sólidos geométricos

1 Você já estudou os principais sólidos geométricos e seus nomes nos anos anteriores. Observe as imagens de objetos que lembram alguns desses sólidos geométricos.

Para as atividades deste capítulo, providencie alguns sólidos geométricos e/ou objetos que lembrem os sólidos aqui estudados. Antes de partir para definições ou para as atividades do livro, estimule a manipulação e a experimentação concreta com esses sólidos.

As imagens não estão representadas em proporção.

Copie os nomes dos sólidos geométricos e, em cada um, faça um esboço de desenho.
Em seguida, relacione-os com cada um dos objetos acima, colocando a letra correspondente.

a) Cone *D* d) Cilindro *E* g) Paralelepípedo ou bloco retangular *F*

b) Prisma *G* e) Esfera *C*

c) Cubo *A* f) Pirâmide *B*

Fonte: Livro 5, p. 28 – Atividade 1

Seguido ao 1º encontro com a organização matemática, é feita a institucionalização dos poliedros, Figura 54. Em meio a institucionalização, o autor traz a diferenciação entre os poliedros e os corpos redondos, além disso, enfatiza a principal característica dos poliedros, suas faces planas, bem como o significado da palavra poliedro.

Figura 54 - Institucionalização dos poliedros

Poliedros e corpos redondos

Entre os sólidos geométricos alguns são chamados de **poliedros**, outros de **corpos redondos**.

Poliedros

A palavra **poliedro** significa **muitas faces**.

Chamaremos de **poliedros** os sólidos geométricos que têm **todas as faces planas**.
Por isso, eles não rolam.

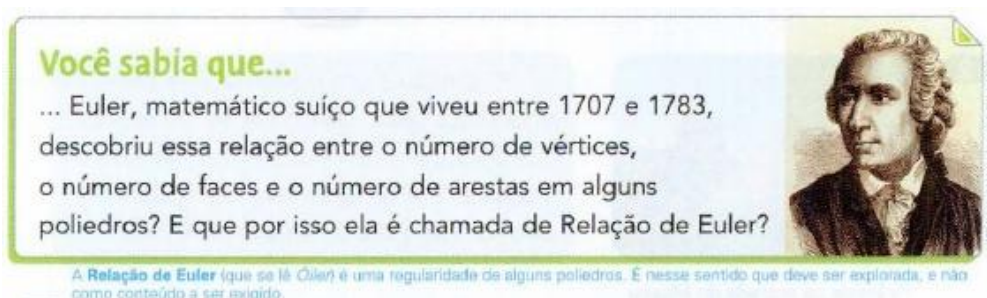
Veja alguns desenhos de poliedros:

Fonte: Livro 5, p. 29

Terminada a institucionalização dos poliedros, são apresentados tipos de tarefas T_2 , para que as técnicas τ_1 e τ_2 sejam mais treinadas. Observamos que partir da institucionalização dos poliedros, o autor passa a utilizar a sua nomenclatura em todos os outros tipos de tarefas apresentados nesse capítulo, haja vista que nos quatro primeiros livros os denominava de sólidos geométricos

Após a institucionalização dos poliedros, é retomado o trabalho com o tipo de tarefa T_{11} (identificar relações existentes entre as quantidades de elementos que compõem os sólidos), por meio do treino da técnica τ_8 , e em seguida é feita institucionalizada a Relação de Euler, Figura 55.

Figura 55 - Institucionalização da Relação de Euler



Fonte: Livro 5, p. 3 – Sub seção “*Você sabia que...*”

4.6.3 Considerações relacionadas às análises do livro 5

Consideramos que o quinto, e último, livro analisado é marcado pelo abandono de muitos tipos de tarefas utilizadas nos livros anteriores, todavia esse abandono é justificado pela evolução das praxeologias ao longo dos cinco anos, o que é de se esperar. Algumas técnicas também deixaram de ser exploradas por esse mesmo motivo. Por outro lado, destacamos que os tipos de tarefas como T_1 e T_2 , estiveram presentes em todos os livros da coleção, reiterando que esses dois tipos de tarefas foram fundamentais para que ocorresse a evolução das praxeologias ao longo da coleção.

Finda a identificação das praxeologias matemática e didática de todos os livros da coleção, trazemos a seguir, Quadro 17, um resumo que mostra a evolução das praxeologias matemáticas no decorrer da coleção, além de evidenciar a permanência e o abandono dos tipos de tarefas identificadas na mesma.

Quadro 17 – Quadro resumo dos tipos de tarefas identificados ao longo da coleção

Livros	Tipos de tarefas														
1	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆									
2	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆	T ₇	T ₈							
3	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆	T ₇	T ₈	T ₉	T ₁₀					
4	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆	T ₇	T ₈	T ₉	T ₁₀	T ₁₁	T ₁₂	T ₁₃		
5	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆	T ₇	T ₈	T ₉	T ₁₀	T ₁₁	T ₁₂	T ₁₃	T ₁₄	T ₁₅

Legenda:

- Tipos de tarefas inauguradas no livro 1
- Tipos de tarefas abandonadas ao longo da coleção
- Tipos de tarefas inseridas
- Tipos de tarefas mantidas em relação ao livro anterior

Fonte: Dados da pesquisa

Os tipos de tarefas T₄, T₅, T₇, T₈, T₉ e T₁₀ trazem explícitas em suas propostas a articulação entre os poliedros e os polígonos, nesse sentido, observamos a partir dos dados mostrados no quadro, que ao longo da coleção sempre está presente um ou mais representantes desses tipos de tarefas, evidenciando assim a preocupação do autor em explorar essa relação entre poliedros e polígonos. O Quadro 18, a seguir traz um resumo de todos os tipos de tarefas identificados na coleção.

Quadro 18 – Resumo dos tipos de tarefas identificados na coleção

Identificação do tipos de tarefas	Tipos de tarefas
T ₁	Identificar e contar elementos que compõem os sólidos
T ₂	Identificar e classificar sólidos
T ₃	Construir sólidos geométricos
T ₄	Associar figuras planas correspondentes a faces de objetos
T ₅	Desenhar figuras planas contornando sólidos geométricos
T ₆	Montar (sólidos) objetos de formas geométricas espaciais
T ₇	Planificar (sólidos) objetos de formas geométricas espaciais
T ₈	Associar sólidos à sua planificação
T ₉	Esboçar um poliedro
T ₁₀	Verificar a relação de Euler em um poliedro
T ₁₁	Reproduzir sólidos

Fonte: Dados da pesquisa

As técnicas também corroboram acerca da evolução das praxeologias propostas na coleção, como discutimos a seguir.

Os dados mostram, Quadro 19, que as técnicas τ_1 , τ_2 , τ_4 e τ_6 estão presentes em toda a coleção, evidenciando assim a tendência da coleção para o trabalho com o intuitivo, haja vista

que as três primeiras técnicas estão voltada basicamente para o aspecto exploratório do ensino.

Quadro 19 – Identificação dos tipos de tarefas e suas respectivas técnicas de resolução

Livros					
Tipos de tarefas	1	2	3	4	5
T ₁	τ_1, τ_2, τ_3 e τ_4	τ_1, τ_2 e τ_4	τ_1, τ_2 e τ_4	τ_1, τ_2 e τ_4	τ_1, τ_2 e τ_4
T ₂	τ_1, τ_2 e τ_4	τ_1, τ_2 e τ_4	τ_1, τ_2 e τ_4	τ_1, τ_2 e τ_4	τ_1, τ_2 e τ_4
T ₃	τ_1 e τ_2				
T ₄	τ_6		τ_6	τ_6	
T ₅	τ_5	τ_5			
T ₆	τ_1, τ_2 e τ_4	τ_1, τ_2 e τ_4			
T ₇		τ_7			
T ₈		τ_6	τ_6		
T ₉			τ_6	τ_6	τ_6
T ₁₀			τ_6		
T ₁₁				τ_8	τ_8
T ₁₂				τ_9	
T ₁₃				τ_{10}	
T ₁₄					τ_1
T ₁₅					τ_8

Fonte: Dados da pesquisa

A recorrência à técnica τ_6 , por sua vez, reitera a proposta de articulação entre os poliedros e os polígonos, uma vez que a prática da mesma, busca a explorar a associação entre as figuras planas e os sólidos correspondentes. A seguir, Quadro 20, apresentamos todas as técnicas elaboradas para a resolução dos tipos de tarefas identificados no decorrer da coleção.

Quadro 20 – Resumo das técnicas identificadas na coleção

Identificação da técnica	Técnica
τ_1	Observar as características (dos sólidos, das figuras)
τ_2	Identificar as características semelhantes (dos sólidos, das figuras)
τ_3	Identificar as diferenças (dos sólidos, das figuras)
τ_4	Manipular sólidos geométricos
τ_5	Contornar sólidos geométricos
τ_6	Identificar figuras geométricas planas que representam o sólido
τ_7	Desmontar sólidos geométricos (objetos de formas geométricas espaciais)
τ_8	Contar cada um dos elementos e estabelecer relação existente
τ_9	Utilizar régua
τ_{10}	Contar quadradinhos

Fonte: Dados da pesquisa

Em relação a organização didática, observamos que a mesma foi basicamente preservada em todos os livros da coleção, conservando a mesma estrutura no modo de ensinar os conteúdos geométricos: 1º encontro sempre por meio da apresentação de uma variedade de ostensivos que se assemelham aos sólidos geométricos, muito treino das técnicas τ_1 e τ_2 em todos os livros, exploração dos tipos de tarefas T_2 , em todos os livros, e T_1 a partir do livro 2.

Trazemos em seguida nossas considerações acerca do conjunto da obra, em relação ao nosso objeto de investigação.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Visando responder nossa questão de pesquisa – “Como é proposta a articulação entre o ensino de polígonos e de poliedros em uma coleção de livros didáticos dos anos iniciais do ensino fundamental”, utilizamos como referencial teórico a TAD que toma como base as noções de organização praxeológica matemática e didática para realização do delineamento da proposta de ensino.

Para a definição da praxeologia matemática, segundo Chevallard (1999), é necessário que modelemos a atividade matemática por meio do quarteto $[T/\tau/\theta/\Theta]$, no entanto, ao término da modelagem das atividades propostas na coleção analisada, observamos que os elementos relacionados ao bloco do saber $[\theta/\Theta]$, ou bloco teórico, raramente aparecem, e quando isso acontece é de modo implícito, o que é compreensível devido ao nível de ensino, dificultando, assim, sua identificação. A organização didática, delineada por meio da identificação dos momentos de estudo, se dá, basicamente, por meio do 1º, 2º, 4º e 5º momentos. Vale ressaltar que, o 3º momento didático, caracterizado por meio da identificação do entorno tecnológico teórico, ao nosso ver, não está definido, haja vista a ausência de indícios de tecnologia e teoria. A abordagem acerca das técnicas didáticas também é um aspecto da praxeologia didática que dá indícios sobre a proposta do autor da coleção, haja vista que as escolhas didáticas influenciam no ensino.

O predomínio dos tipos de tarefas T_2 : *Identificar e classificar sólidos geométricos*, foi de extrema importância para a sistematização das ideias acerca dos sólidos, sobretudo nas tarefas de identificação de sólidos, ou objetos, que rolam e não rolam, pois nessas tarefas primeiro são exploradas características gerais, globais, nessa apreensão global já vai se delineando implicitamente os aspectos voltados as características gerais dos sólidos geométricos. Na exploração de aspectos do tipo se uma rola e a outra não, aparecem os questionamentos: “porque a outra não rola?”, nessas oportunidades de discussão é que surgem algumas conclusões que o professor pode aproveitar e fazer a institucionalização.

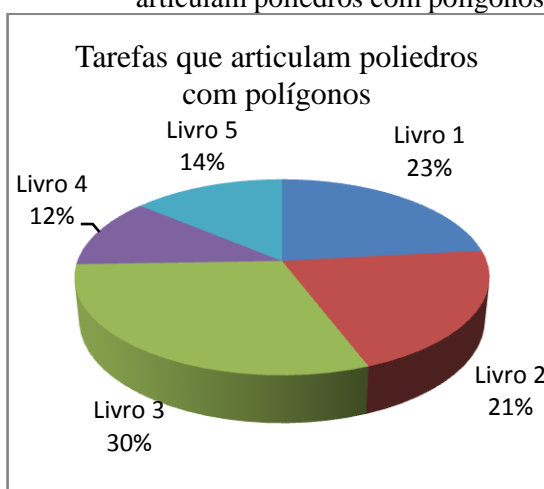
As técnicas elaboradas ao longo da coleção também é um indicativo no que diz respeito à evolução das praxeologias, bem como no amadurecimento cognitivo esperado no decorrer de cada livro. Nesse sentido, evidenciamos a utilização das técnicas didáticas para resolução das tarefas matemáticas ao longo da coleção, sendo que, a medida que o nível de ensino avança, a mobilização das tarefas didáticas diminui, o que consideramos como positivo em relação à abordagem dos conteúdos pelo autor.

A coleção investigada traz a articulação entre os poliedros e o ensino de polígonos, uma vez que o autor começa de modo intuitivo, por meio de diversas tarefas do tipo T_2 , explora os ostensivos gráficos nesse trabalho estimulando a apropriação das características dos sólidos para que possa relacioná-las com os polígonos. Em meio ao trabalho e exploração dos tipos de tarefas T_2 ao longo da coleção, aos poucos por meio da ideia de “carimbo” e contorno vai mostrando que uma das faces do sólido simboliza as figuras planas formadas por polígonos.

Observamos que a praxeologia matemática apresentada ao longo do livro 3 buscou trabalhar todos os tipos de tarefas propostos, até então, nos livros 1 e 2, o que consideramos como uma espécie de “divisor” no sentido de que, a partir deste a quantidade dos tipos de tarefas de cunho mais exploratório diminui dando lugar aos tipos de tarefas com indícios de abstração. Assim sendo, cabe ressaltar que nesse livro são inseridos dois tipos de tarefas (T_9 e T_{10}) bem parecidos, entre si, e que partem da mesma ideia da proposta no tipo de tarefa T_4 : *Identificar figuras planas que representam os sólidos geométricos* (inaugurado no livro 1), porém, mais elaborados.

Na verificação de que a articulação se dá a partir do poliedro para o polígono, destacamos que a abordagem quantitativa dos tipos de tarefas, que propuseram essa articulação, em alguns livros foram mais explorados e em outros menos, como verificamos no Gráfico 1, a seguir.

Gráfico 1 - Percentual de tarefas, por livro, que articulam poliedros com polígonos



Fonte: Dados da pesquisa

Analisando o Gráfico 1, observamos que o percentual de tipos de tarefas, que propõem a articulação entre os poliedros e o polígonos foram maiores nos livros 1, 2 e 3. Tal fato é consequência, possivelmente, da passagem de um livro para outro, por exemplo, nos livros 1, 2 e 3, pertencentes ao bloco denominado de Alfabetização Matemática, predominaram as tarefas que propunham contorno de sólidos geométricos e associação de figuras planas com uma das faces de sólidos. Nos demais livros houve a predominância da tarefa do tipo, T_2 : *Identificar elementos que compõem os sólidos geométricos* e a inserção de outros tipos de tarefas que tinham por objetivo chegar à relação de Euler, ou seja, os dois últimos livros mostraram uma evolução do intuitivo predominante nos três primeiros livros para os primeiros indícios do abstrato, iniciado nos dois últimos.

Em nossas considerações trouxemos em nossa visão, limitada no sentido de que, se voltássemos a nos debruçar nessa investigação, possivelmente observaríamos outros aspectos devido a, característica peculiar à pesquisa de cunho qualitativo, inesgotabilidade das suas fontes, o que conseguimos delinear acerca do que nos propusemos a investigar, a articulação entre polígonos e poliedros em uma coleção de livros didáticos dos anos iniciais do ensino fundamental.

Esperamos que nossa investigação contribua, no sentido de que outros pesquisadores a leiam e possam dizer: “mas... e se olhássemos por esse ponto de vista?”. São questionamentos como esses que fazem com que a pesquisa científica tenha sentido.

REFERÊNCIAS

- ALBUQUERQUE, Ademilton Gleison de. **A ideia de semelhança nas associações entre entidades da Geometria, em livros didáticos de Matemática para o ensino fundamental**. 2012. 185f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Educação Matemática Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.
- ALMEIDA, Gladiston dos Anjos. **Polígonos regulares inscritos no círculo: uma abordagem histórico-praxeológica em livros didáticos de matemática do 9º ano do ensino fundamental**. 2012. 175f. Dissertação (Mestrado) – Linha de Pesquisa: Educação em Ciências e Matemática – Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2012.
- ALMOULOUD, Sadoo Ag. Registros de Representação semiótica e compreensão de conceitos geométricos. *In*: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org). **Aprendizagem em Matemática**. São Paulo: Papyrus, p. 125-147, 2003.
- AMARILHA, Luziette Aparecida da Silva. A Contextualização como Possibilidade para o Estudo da Geometria nos Anos Iniciais da Educação Básica. *In*: Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, XII. Rio Claro, São Paulo. **Anais...** 1 CD-ROM. 2008.
- ANDRADE, José Antônio Araújo. **O ensino de Geometria: uma análise das atuais tendências, tomando como referência as publicações nos anais dos ENEM**. 2004. 249f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2004.
- ANDRADE, José Antônio Araújo; NACARATO, Adair Mendes. Tendências didático-pedagógicas no Ensino de Geometria: um olhar sobre os trabalhos apresentados nos Enems. **Educação Matemática em Revista**. Ano 11, n. 17, 2004. p. 61-70.
- BANDEIRA, Denise. **Material didático: conceito, classificação geral e aspectos da elaboração**. 2011. Disponível em:< <http://www2.videolivrraria.com.br/pdfs/24136.pdf>> Acesso em 12 abr. 2014.
- BATISTA, Antônio Augusto Gomes. Um objeto variável e instável: textos, impressos e livros didáticos. *In*: ABREU, Márcia (org). **Leitura, história e história da leitura**. Mercado das Letras, Campinas-SP, 1999, p. 529-575.
- BAUMANN, Ana Paula Purcina. **Características da formação de professores de Matemática dos anos iniciais do ensino fundamental com foco nos cursos de Pedagogia e Matemática**. 2009. 238f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, 2009.
- BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. **Pesquisa em Educação Matemática**. vol. 4, nº 1 [10]. Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1993.
- BITTAR, Marilena; FREITAS, José Luiz Magalhães de. **Fundamentos e metodologia de matemática para os ciclos iniciais do ensino fundamental**. 2. ed. Campo Grande: UFMS, 2005.

BOSCH, Mariana; CHEVALLARD, Yves. La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs Objet d'étude et problematique. **Recherches em Didactique dès Mathématiques**. vol 19, nº 1, p.77-124, 1999.

BRASIL. **Decreto nº 91.542, de 19 de Agosto de 1985, que Institui o Programa Nacional do Livro Didático, dispõe sobre sua execução e dá outras providências**. Disponível em: <<http://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1980-1987/decreto-91542-19-agosto-1985-441959-publicacaooriginal-1-pe.html>>. Acesso em: 24 jun.2013.

_____. **Decreto-lei nº 9.321, de 21 de Dezembro de 1937, que cria o Instituto Nacional do Livro Didático**. Disponível em: <<http://www2.camara.leg.br/legin/fed/declei/1930-1939/decreto-lei-93-21-dezembro-1937-350842-publicacaooriginal-1-pe.html>>. Acesso em: 24 jun.2013.

_____. **Guia Nacional de Livros Didáticos: Matemática de 5ª a 8ª série**. Programa Nacional do Livro Didático: Brasília, 2005.

_____. **Guia Nacional de Livros Didáticos: Matemática de 6º ao 9º ano**. Programa Nacional do Livro Didático: Brasília, 2011.

_____. **Guia Nacional de Livros Didáticos: Matemática de 1º ao 5º ano**. Programa Nacional do Livro Didático: Brasília, 2013a.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática - ensino de primeira à quarta série**. Brasília: Secretaria de Educação Fundamental, 1997.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática - ensino de quinta à oitava série**. Brasília: Secretaria de Educação Fundamental, 1998a.

_____. **Referencial curricular nacional para educação infantil**. Ministério de Educação e do Desporto. Brasília, DF: MEC, 1998b.

_____. **PNLD 2013b - Valores de negociação por título - Ensino Fundamental (Regular)**. Ministério da Educação: Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília. Disponível em: <<http://www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/livro-didatico-dados-estatisticos>> Acesso em: 03 jul. 2013.

CARLOVICH, Marisa. **A Geometria dedutiva em livros didáticos das escolas públicas do Estado de São Paulo para o 3º e 4º ciclos do ensino fundamental**. 2005. 140f. Dissertação. (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2005.

CARVALHO, João Bosco Pitombeira de; LIMA, Paulo Figueiredo; GITIRANA, Verônica; MANDARINO, Mônica. *In*: Ministério da Educação. Secretaria de Educação à distância. **O Livro Didático em Questão**. Salto para o futuro, boletim, out./2006, p. 18-27.

CARVALHO, Luis Carlos de. **Análise da organização didática da Geometria espacial métrica nos livros didáticos**. Dissertação. 2008. 164f. (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2008.

CHEVALLARD, Yves. Conceitos fundamentais da didática: as perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica. *In*: BRUN, Jean. **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget. Tradução: Maria José Figueiredo. 1992, p. 115 –152.

_____. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, vol. 19, n. 2, p. 221-266, 1999. Tradução em espanhol de Ricardo Barroso Campos. Disponível em: <http://www.uaq.mx/matematicas/redm/art/a1005.pdf> Acesso em: 04 jul. 2013.

CHEVALLARD, Yves.; BOSCH, Mariana.; GASCÓN, Joseph. **Estudar Matemáticas O elo perdido entre o ensino e aprendizagem**. Tradução: Daisy Vaz Moraes, Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

CHOPPIN, Alain. História dos Livros e das Edições Didáticas: Sobre o Estado da Arte. **Educação e Pesquisa**. São Paulo, v. 30, n. 3, 2004.

Livro didático de Matemática: uso ou abuso? Em Aberto, Brasília, v. 16, n. 69, jan./mar. 1996.

DANTE, Luiz Roberto. **Ápis: alfabetização matemática**. Manual do Professor (1º ano). São Paulo: Ática, 2011. 368p.

_____. **Ápis: alfabetização matemática**. Manual do Professor (2º ano). São Paulo: Ática, 2011. 402p.

_____. **Ápis: alfabetização matemática**. Manual do Professor (3º ano). São Paulo: Ática, 2011. 418p.

_____. **Ápis: alfabetização matemática**. Manual do Professor (4º ano). São Paulo: Ática, 2011. 434p.

_____. **Ápis: alfabetização matemática**. Manual do Professor (5º ano). São Paulo: Ática, 2011. 442p.

DANYLUK, Ocsana Sonia. **Alfabetização matemática: as primeiras manifestações da escrita infantil**. Porto Alegre: Sulina; Passo Fundo: Ediupf, 2002. 2ª Ed. 240p.

EBRAPEM (2006). X Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. Belo Horizonte, Minas Gerais. **Anais...** 1 CD-ROM.

_____. (2007). XI Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. Curitiba, Paraná. **Anais...** 1 CD-ROM.

_____. (2008). XII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. Rio Claro, São Paulo. **Anais...** 1 CD-ROM.

_____. (2009). XIII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. Goiânia, Goiás. **Anais...** Universidade Federal de Goiás, 2009.

_____. (2010). XIV Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. Campo Grande, Mato Grosso do Sul. **Anais...** Ed. UFMS, 2010.

FARIAS, Kátia Sebastiana Carvalho dos Santos. **A representação do espaço nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2008. 216f. Dissertação (Mestrado em Educação). - Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2008.

_____. A Dimensão ostensiva no estudo dos sólidos geométricos em Nível dos anos iniciais do ensino fundamental. *In*: Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, XII. Curitiba, Paraná. **Anais...** 1 CD-ROM. 2007.

FILHO, José Aires de Castro; SANTOS, Marcelo Câmara dos; BITTAR, Marilena Desafios para a Pesquisa em Educação Matemática na Sala de Aula. **2º SIPEMAT**, 2008.

GARCIA, Vera Clotilde; MACHADO, Cláudia Rejane **Teorias de Pesquisa em Educação Matemática: a influência dos franceses**. UFRGS, em 2007. Disponível em: <http://143.54.226.61/~vclotilde/disciplinas/pesquisa/CLAUDIA_FRANCESES.DOC.pdf>. Acesso em: 20 nov. 2013.

GASCÓN, Josep. **La necesidad de utilizar modelos em didáctica de la matemáticas**. Educação Matemática e Pesquisa, São Paulo, v. 5, n. 2, pp. 11 – 37, 2003.

IMENES, Luiz Márcio. **A Geometria no 1º grau: experimental ou dedutiva?** Revista de Ensino de Ciências. nº 19, p. 55-61, 1987. Disponível em: <http://www.cienciamao.usp.br/dados/rec/_geometrianoprimeirograu.arquivo.pdf>. Acesso em: 23 set. 2014.

KALEFF, Ana Maria. Tomando o ensino da Geometria em nossas mãos. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo, ano 1, n. 2, p. 19-25, 1994.

LAJOLO, Marisa. Livro didático: um (quase) manual de usuário. **Em Aberto**, Brasília, v. 16, n. 69, jan./mar. 1996.

LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar Geometria? **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, Blumenau, n. 4, p. 3-13, jan./jun. 1995.

NACARATO, Adair Mendes. Geometria no Ensino Fundamental: fundamentos e perspectivas de incorporação no currículo das séries iniciais. *In*: **SISTO**, Fermino.

_____. Geometria no Ensino Fundamental: fundamentos e perspectivas de incorporação no currículo das séries iniciais. *In*: Encontro Nacional de Educação Matemática, IX, 2007, Belo Horizonte. **Anaisdo IX ENEM**. Belo horizonte: UNI-BH, 2007. CD-ROM.

NACARATO, Adair Mendes; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglioni. **A Geometria nas séries iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores**. São Carlos: EdUFcar, 2003. 151p.

PAIS, Luiz Carlos. **Ensinar e Aprender Matemática**. Belo Horizonte. Editora Autêntica, 2013. 152p.

PASINI, Mirtes Fátima. **Argumentação e prova: explorações a partir da análise de uma coleção didática**. 2007. 225f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2007.

PASSOS, Carmem Lúcia Brancaglioni. **Representações, interpretações e prática**

pedagógica: a geometria na sala de aula. 2000. 398f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 2000.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino de geometria e suas implicações no ensino fundamental. In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, VII., 2004. São Paulo. **Anais...** São Paulo: SBEM, 2004. Disponível em: <<http://www.sbempaulista.org.br/epem/>>. Acesso em: 10 abril. 2013.

RIBEIRO, Denise Franco Capello. **A GEOMETRIA E OS LIVROS DIDÁTICOS:** a reconfiguração da Matemática na Escola de Primeiras Letras (1850 – 1950). In: Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, XI. Curitiba, Paraná. **Anais...** 1 CD-ROM. 2007.

SANTOS, Marisa Santos dos. **Resolução de problemas envolvendo área de paralelogramo:** um estudo sob a ótica do contrato didático e das variáveis didáticas. 2005. 150f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) – Curso de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2005.

SANTOS, Daniella Cristina Silva dos. Contribuições dos Livros Didáticos de Matemática para a Formação da Consciência Ambiental. In: XIII Encontro Brasileiro de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2009, Goiânia, Goiás. **Anais...** Universidade Federal de Goiás, 2009.

SILVA, José Valério Gomes da. **Análise da abordagem de comprimento, perímetro e área em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático.** 2011. 195f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Curso de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

VASCONCELLOS, Mônica. **Figuras geométricas não-planas e planas:** a aprendizagem dos alunos da 4ª série e as concepções dos seus professores. 2005. 173f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Católica Dom Bosco, Campo Grande, MS, 2005.

VIEIRA, Gláucia Marcondes. **Professores dos anos iniciais do ensino fundamental e livros didáticos de Matemática.** 2013. 277f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação. Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, 2013.

APÊNDICES

APÊNDICE A

Quantitativo de tarefas matemáticas identificadas no volume1 e suas respectivas técnicas de resolução

Tipos de tarefa	Tarefa	Técnicas (τ)	Número de tarefas
T ₁ – Identificar elementos que compõem os sólidos	t _{1.1} – Identificar e contar elementos que compõem o cubo	τ_1, τ_2 e τ_4	01
T ₂ – Identificar e classificar sólidos	t _{2.1} - Identificar formas geométricas espaciais de objetos	τ_1 e τ_2	01
	t _{2.2} -Desenhar objetos com formas geométricas espaciais	τ_1	01
	t _{2.3} -Nomear objetos com formas geométricas espaciais	τ_1 e τ_2	01
	t _{2.4} -Agrupar objetos de formas semelhantes	τ_1 e τ_2	01
	t _{2.5} -Identificar sólidos geométricos diferentes	τ_1 e τ_3	01
	t _{2.6} -Associar sólidos Geométricos com objetos	τ_1 e τ_2	03
	t _{2.7} -Pintar sólidos com as cores solicitadas	τ_1 e τ_2	01
	t _{2.8} -Pintar objetos de acordo com a forma geométrica correspondente	τ_1 e τ_2	01
	t _{2.9} -Identificar sólidos geométricos	τ_1 e τ_2	01
	t _{2.10} -Identificar objetos (sólidos) que rolam ou não rolam	τ_1, τ_2 e τ_4	04
T ₃ – Construir sólidos geométricos	t _{3.1} - Construir sólidos geométricos com massa de modelar	τ_1 e τ_2	01
T ₄ - Associar figuras planas correspondentes a faces de objetos	t _{4.1} – Associar o triângulo a face do objeto com forma do prisma	τ_6	02
	t _{4.2} – Associar o retângulo a face do objeto com forma do paralelepípedo	τ_6	02
	t _{4.3} – Associar o quadrado a face do objeto com forma do cubo	τ_6	02
T ₅ – Desenhar figuras planas	t _{5.1} - Desenhar um triângulo contornando um sólido geométrico	τ_5	01
	t _{5.2} - Desenhar um retângulo contornando um sólido geométrico	τ_5	01
	t _{5.3} - Desenhar um círculo contornando um sólido geométrico	τ_5	01
	t _{5.4} - Desenhar um quadrado contornando um sólido geométrico	τ_5	01
T ₆ – Montar (sólidos) objetos de formas geométricas espaciais	t _{6.1} - Montar um paralelepípedo a partir da sua planificação	τ_1, τ_2 e τ_4	02
	t _{6.2} - Montar um cubo a partir da sua planificação	τ_1, τ_2 e τ_4	02
06 tipos de tarefas	21 tarefas distintas		31

Fonte: Dados da pesquisa

APÊNDICE B

Quantitativo de tarefas matemáticas identificadas no volume 2 e suas respectivas técnicas de resolução

Tipos de tarefa	Tarefas	Técnicas (τ)	Número de tarefas
T ₁ – Identificar elementos que compõem os sólidos geométricos	t _{1.1} – Identificar e contar elementos que compõem o cubo	τ_1 e τ_2	02
	t _{1.2} – Identificar e contar elementos que compõem o paralelepípedo	τ_1, τ_2 e τ_4 / τ_1 e τ_2	02
	t _{1.3} – Identificar e contar elementos que compõem a pirâmide	τ_1 e τ_2	01
T ₂ – Identificar e classificar sólidos	t _{2.11} - Listar objetos com formas geométricas espaciais	τ_1 e τ_2	01
	t _{2.12} - Diferenciar sólidos geométricos	τ_1 e τ_2	01
	t _{2.13} - Identificar objetos com formas geométricas semelhantes	τ_1 e τ_2	03
	t _{2.10} - Identificar objetos (sólidos) que rolam ou não rolam	τ_1, τ_2 e τ_4	01
	t _{2.14} - Nomear sólidos geométricos	τ_1 e τ_2	02
	t _{2.9} - Identificar sólidos geométricos	τ_1 e τ_2	02
T ₅ – Desenhar figuras planas	t _{5.1} - Desenhar figuras planas contornando objetos	τ_5	02
	t _{5.5} - Desenhar um retângulo contornando um objeto	τ_5	01
T ₆ – Montar (sólidos) objetos de formas geométricas espaciais	t _{6.1} - Montar um paralelepípedo a partir da sua planificação	τ_1, τ_2 e τ_4	01
T ₇ – Planificar (sólidos) objetos de formas geométricas espaciais	t _{7.1} - Desmontar uma caixa de creme dental	τ_7	01
	t _{7.2} - Desmontar uma pirâmide feita de cartolina	τ_7	01
T ₈ – Identificar a forma geométrica das faces do sólido geométrico	t _{8.1} - Identificar a forma geométrica das faces de um cubo	τ_6	02
	t _{8.2} - Identificar a forma geométrica das faces de um paralelepípedo	τ_6	01
	t _{8.3} - Identificar a forma geométrica das faces de umapirâmide	τ_6	01
06 tipos de tarefas	17 tarefas distintas		25

Fonte: Dados da pesquisa

APÊNDICE C

Quantitativo de tarefas matemáticas identificadas no volume 3 e suas respectivas técnicas de resolução

	Tarefas	Técnicas (τ)	Número de tarefas
T ₁ – Identificar elementos que compõem os sólidos geométricos	t _{1.1} – Identificar e contar elementos que compõem o cubo	τ_1, τ_2 e τ_4	01
	t _{1.2} – Identificar e contar elementos que compõem o paralelepípedo	τ_1, τ_2 e τ_4	01
	t _{1.3} – Identificar e contar elementos que compõem pirâmides de bases diversas	τ_1, τ_2 e τ_4 τ_1 e τ_2	03
	t _{1.4} Identificar e contar elementos que compõem o prisma	τ_1 e τ_2 τ_1, τ_2 e τ_4	02
T ₂ – Identificar e classificar sólidos	t _{2.9} – Identificar sólidos geométricos	τ_1 e τ_2	03
	t _{2.11} – Listar objetos de formas geométricas espaciais	τ_1 e τ_2	02
	t _{2.10} – Identificar objetos (sólidos) que rolam ou não rolam	τ_1, τ_2 e τ_4	02
	t _{2.14} – Nomear sólidos geométricos	τ_1 e τ_2	03
	t _{2.5} – Identificar sólidos geométricos diferentes	τ_1 e τ_3	03
T ₄ - Associar figuras planas correspondentes a faces de objetos	t _{4.1} – Associar o triângulo à face do objeto com forma do prisma	τ_6	01
T ₈ – Identificar a forma geométrica das faces do sólido geométrico	t _{8.4} – Identificar a forma geométrica das faces de um prisma	τ_6	02
	t _{8.3} – Identificar a forma geométrica das faces de uma pirâmide	τ_6	02
	t _{8.1} – Identificar a forma geométrica das faces de um cubo	τ_6	01
	t _{8.2} – Identificar a forma geométrica das faces de um paralelepípedo	τ_6	01
T ₉ – Associar sólidos a sua planificação	t _{9.1} – Associar o cubo à sua planificação	τ_6	01
	t _{9.2} – Associar a pirâmide à sua planificação	τ_6	01
	t _{9.3} – Associar o prisma à sua planificação	τ_6	01
T ₁₀ – Associar sólidos a sua região plana	t _{10.1} – Associar o cubo à sua região plana	τ_6	01
	t _{10.2} – Associar a pirâmide à sua região plana	τ_6	01
	t _{10.3} – Associar o paralelepípedo à sua região plana	τ_6	01
7 tipos de tarefa	21 tarefas distintas		34

Fonte: Dados da pesquisa

APÊNDICE D

Quantitativo de tarefas matemáticas identificadas no volume 4 e suas respectivas técnicas de resolução

	Tarefas	Técnicas (τ)	Número de tarefas
T ₁ – Identificar elementos que compõem os sólidos geométricos	t _{1.1} – Identificar e contar elementos que compõem a cubo	τ_1 e τ_2	01
	t _{1.3} – Identificar e contar elementos que compõem a pirâmides de bases diversas	τ_1 e τ_2 τ_1, τ_2 e τ_4	06
	t _{1.2} – Identificar e contar elementos que compõem a paralelepípedo	τ_1 e τ_2	01
	t _{1.4} – Identificar e contar elementos que compõem a prisma	τ_1 e τ_2	01
T ₂ – Identificar e classificar sólidos	t _{2.9} – Identificar sólidos geométricos	τ_1 e τ_2	03
	t _{2.3} – Nomear objetos de formas geométricas espaciais	τ_1 e τ_2	03
	t _{2.6} – Associar sólidos geométricos a objetos	τ_1 e τ_2	02
	t _{2.10} – Identificar objetos (sólidos) que rolam ou não rolam	τ_1 e τ_2	02
T ₄ – Associar figuras planas correspondentes a faces de objetos	t _{4.1} – Associar o triângulo à face do objeto com forma do prisma	τ_6	03
T ₉ – Associar sólidos a sua planificação	t _{9.2} – Associar pirâmide à sua planificação	τ_6	01
	t _{9.3} – Associar prisma à sua planificação	τ_6	01
	t _{9.1} – Associar cubo à sua planificação	τ_6	01
T ₁₁ – Identificar relações existentes entre as quantidades de elementos que compõem os sólidos	t _{11.1} – Identificar relações existentes entre as quantidades de elementos que compõem pirâmides de bases diversas	τ_8	01
T ₁₂ – Medir dimensões	t _{12.1} – Medir as dimensões dos sólidos geométricos (objetos de formas geométricas espaciais)	τ_9	01
T ₁₃ – Reproduzir sólidos	t _{13.1} – Reproduzir sólidos geométricos em papel quadriculado	τ_{10}	03
7 tipos de tarefa	15 tarefas distintas		39

Fonte: Dados da pesquisa

APÊNDICE E

Quantitativo de tarefas matemáticas identificadas no volume 5 e suas respectivas técnicas de resolução

	Tarefas	Técnicas (τ)	Número de tarefas
T ₁ – Identificar elementos que compõem os sólidos geométricos	t _{1.2} – Identificar e contar elementos que compõem o paralelepípedo	τ_1 e τ_2	02
	t _{1.5} – Identificar e contar elementos que compõem um poliedros não- regulares	τ_1 e τ_2	01
	t _{1.6} – Identificar e contar elementos que compõem pirâmides de bases diversas	τ_1 e τ_2	05
	t _{1.6} – Identificar e contar elementos que compõem prismas de bases diversas		02
T ₂ – Identificar e classificar sólidos	t _{2.3} – Nomear objetos com formas geométricas espaciais	τ_1 e τ_2	03
	t _{2.9} – Identificar sólidos geométricos (poliedros)	τ_1 e τ_2	04
	t _{2.15} – Diferenciar poliedros e corpos redondos	τ_1 e τ_2	01
	t _{2.6} – Associar sólidos geométricos a objetos	τ_1, τ_2 e τ_4	01
	t _{2.12} – Diferenciar sólidos geométricos	τ_1 e τ_2	01
T ₁₄ – Esboçar um poliedro (objeto em forma de poliedro)	t _{14.1} – Esboçar um prisma	τ_1	01
	t _{14.2} – Esboçar um objeto em formato de cubo	τ_1	02
	t _{14.3} – Esboçar um objeto em formato de pirâmide	τ_1	01
	t _{14.4} – Esboçar um objeto em formato de prisma	τ_1	01
	t _{14.5} – Esboçar um objeto em formato de paralelepípedo	τ_1	02
T ₁₁ – Identificar relações existentes entre as quantidades de elementos que compõem os sólidos	t _{11.1} – Identificar relações existentes entre as quantidades de elementos que compõem pirâmides de bases diversas	τ_8	01
T ₁₅ – Verificar a relação de Euler em um poliedro	t _{15.1} – Verificar a relação de Euler em um octaedro	τ_8	01
T ₉ – Associar sólidos a sua planificação	t _{9.1} – Associar o cubo à sua planificação	τ_6	01
	t _{9.2} – Associar pirâmide à sua planificação	τ_6	03
	t _{9.3} – Associar prisma à sua planificação	τ_6	02
6 tipos de tarefa	14 tarefas distintas		31

Fonte: Dados da pesquisa

APÊNDICE F

Quadro quantitativo das tarefas por livro

Tipos de tarefas	Quantidade de tipos de tarefas livro					Total de tarefas por livro
	Livro 1	Livro 2	Livro 3	Livro 4	Livro 5	
T ₁	01	05	07	09	10	32
T ₂	14	08	10	07	05	44
T ₃	01	-	-	-	-	01
T ₄	06	04	10	03	-	23
T ₅	04	03	-	-	-	07
T ₆	04	01	-	-	-	05
T ₇	-	02	-	-	-	02
T ₈	-	-	03	03	06	12
T ₉	-	-	-	-	07	07
T ₁₀	-	-	-	-	01	01
T ₁₁	-	-	-	03	-	03
Total de tipos de tarefas por livro	30	23	30	25	29	137

Fonte: Dados da pesquisa

APÊNDICE G

Identificação das tarefas e quantitativo das mesmas por volume

Tipos de Tarefas	Tarefas	Número de tarefas por livro					Total Parc.
		Livro 01	Livro 02	Livro 03	Livro 04	Livro 05	
T ₁ – Identificar elementos que compõem os sólidos geométricos	t _{1,1} – Identificar e contar elementos que compõem o cubo	01	02	01	01	-	05
	t _{1,2} – Identificar e contar elementos que compõem o paralelepípedo	-	02	01	01	02	06
	t _{1,3} – Identificar e contar elementos que compõem uma pirâmide específica	-	01	03	03	-	07
	t _{1,4} – Identificar e contar elementos que compõem poliedros não-regulares	-	-	-	-	01	01
	t _{1,4} – Identificar e contar elementos que compõem prisma	-	-	02	01	02	05
	t _{1,5} – Identificar e contar elementos que compõem pirâmides de bases diversas	-	-	-	03	05	08
T ₂ – Identificar e classificar sólidos	t _{2,1} - Identificar formas geométricas espaciais de objetos	01	-	-	-	-	01
	t _{2,2} - Desenhar objetos com formas geométricas espaciais	01	-	-	-	-	01
	t _{2,3} - Nomear objetos com formas geométricas espaciais	01	-	-	03	03	07
	t _{2,4} - Agrupar objetos de formas semelhantes	01	-	-	-	-	01
	t _{2,5} - Identificar sólidos geométricos diferentes	01	-	03	-	-	04
	t _{2,6} - Associar sólidos geométricos com objetos	03	-	-	02	01	06
	t _{2,7} - Pintar sólidos com as cores solicitadas	01	-	-	-	-	01
	t _{2,8} - Pintar objetos de acordo com a forma geométrica correspondente	01	-	-	-	-	01
	t _{2,9} - Identificar sólidos geométricos	01	02	03	03	04	13
	t _{2,10} - Identificar objetos (sólidos) que rolam ou não rolam	04	01	02	02	-	09
	t _{2,11} – Listar objetos de formas geométricas espaciais	-	01	02	-	-	03
	t _{2,12} – Diferenciar sólidos geométricos	-	01	-	-	01	02
	t _{2,13} - Identificar objetos (sólidos) de formas geométricas semelhantes	-	03	-	-	-	03
	t _{2,14} - Nomear sólidos geométricos	-	02	03	-	-	05
	t _{2,15} – Diferenciar poliedros de corpos redondos	-	-	-	-	01	01
T ₃ – Construir sólidos geométricos	t _{3,1} - Construir sólidos geométricos com massa de modelar	01	-	-	-	-	01
T ₄ – Associar figuras planas correspondentes a faces de objetos	t _{4,1} – Associar o triângulo a face do objeto com forma do prisma	02	-	01	03	-	06
	t _{4,2} – Associar o retângulo a face do objeto com forma do paralelepípedo	02	-	-	-	-	02
	t _{4,3} – Associar o quadrado a face do objeto com forma do cubo	02	-	-	-	-	02
T ₅ – Desenhar figuras planas contornando sólidos geométricos espaciais	t _{5,1} - Desenhar um triângulo contornando um sólido geométrico específico	01	02	-	-	-	03
	t _{5,2} - Desenhar um retângulo contornando um sólido geométrico específico	01	-	-	-	-	01
	t _{5,3} - Desenhar um círculo contornando um sólido geométrico específico	01	-	-	-	-	01
	t _{5,4} - Desenhar um quadrado contornando um sólido geométrico específico	01	-	-	-	-	01

	t _{5,5} - Desenhar um retângulo contornando um objeto específico	-	01	-	-	-	01
T ₆ – Montar (sólidos) objetos de formas geométricas espaciais	t _{6,1} - Montar um paralelepípedo a partir da sua planificação	02	01	-	-	-	03
	t _{6,2} - Montar um cubo a partir da sua planificação	02	-	-	-	-	02
T ₇ – Planificar (sólidos) objetos de formas geométricas espaciais	t _{7,1} - Desmontar uma caixa de creme dental	-	01	-	-	-	01
	t _{7,2} - Desmontar uma pirâmide feita de cartolina	-	01	-	-	-	01
T ₈ – Identificar a forma geométrica das faces do sólido geométrico	t _{8,1} - Identificar a forma geométrica das faces de um cubo	-	02	01	-	-	03
	t _{8,2} - Identificar a forma geométrica das faces de um paralelepípedo		01	01	-	-	02
	t _{8,3} - Identificar a forma geométrica das faces de uma pirâmide	-	01	02	-	-	03
	t _{8,4} - Identificar a forma geométrica das faces de uma prisma	-	-	02	-	-	02
T ₉ – Associar sólidos a sua planificação	t _{9,2} – Associar pirâmide à sua planificação	-	-	01	01	03	05
	t _{9,3} – Associar prisma à sua planificação	-	-	01	01	02	04
	t _{9,1} – Associar cubo à sua planificação	-	-	01	01	01	03
T ₁₀ – Associar sólidos a sua região plana	t _{10,1} – Associar o cubo à sua região plana	-	-	01	-	-	01
	t _{10,2} – Associar a pirâmide à sua região plana	-	-	01	-	-	01
	t _{10,3} – Associar o paralelepípedo à sua região plana	-	-	01	-	-	01
T ₁₁ – Identificar relações existentes entre as quantidades de elementos que compõem os sólidos	t _{11,1} – Identificar relações existentes entre as quantidades de elementos que compõem pirâmides de bases diversas	-	-	-	01	01	02
T ₁₂ – Medir dimensões	t _{12,1} – Medir as dimensões dos sólidos geométricos (objetos de formas geométricas espaciais)	-	-	-	01	-	01
T ₁₃ – Reproduzir sólidos	t _{13,1} – Reproduzir sólidos em papel quadriculado	-	-	-	03	-	03
T ₁₄ – Esboçar um poliedro	t _{14,1} – Esboçar um prisma	-	-	-	-	01	01
	t _{14,2} – Esboçar um objeto em formato de cubo					02	
	t _{14,3} – Esboçar um objeto em formato de pirâmide					01	
	t _{14,4} – Esboçar um objeto em formato de prisma					01	
	t _{14,5} – Esboçar um objeto em formato de paralelepípedo					02	
T ₁₅ – Verificar a relação de Euler em um poliedro	t _{15,1} – Verificar a relação de Euler em um octaedro	-	-	-	-	01	01
16 tipos de tarefas distintas	50 tarefas distintas						
Total geral		31	25	33	30	35	154

Fonte: Dados da pesquisa