ADRIANA BARBOSA DE OLIVEIRA

PRÁTICA PEDAGÓGICA E CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS: UM ESTUDO COM UM PROFESSOR DE MATEMÁTICA EM INÍCIO DE DOCÊNCIA

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
CAMPO GRANDE / MS
2010

ADRIANA BARBOSA DE OLIVEIRA

PRÁTICA PEDAGÓGICA E CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS: UM ESTUDO COM UM PROFESSOR DE MATEMÁTICA EM INÍCIO DE DOCÊNCIA

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado em Educação Matemática, como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática, sob a orientação da Professora Doutora Marilena Bittar.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
CAMPO GRANDE / MS
2010

AGRADECIMENTOS

Nesse momento, tão especial de minha vida, relembro as pessoas que cruzaram meu caminho e contribuíram positivamente para meu crescimento pessoal e profissional.

Minha família. Tive a sorte de nascer em um lar, com pais, irmãos e avós que sempre me apoiaram e incentivaram. A todos eles, meu muito obrigada.

Meu Príncipe. Agradeço sua doação, compreensão, companheirismo, carinho e atenção, principalmente, nesses últimos seis anos em que estive totalmente envolvida com meus estudos. Jamais conseguirei retribuir tanta generosidade.

Prof. Exemplo de profissional e principal responsável por esse momento. Agradeço eternamente sua dedicação e amizade nesse período de convivência diária no PPGEduMat, aprendi muito em sua companhia.

Professor Sérgio. Agradeço sua generosidade ao me aceitar em seu ambiente de trabalho e sua colaboração durante toda a pesquisa. Esse trabalho não seria o mesmo sem sua participação.

Meus colegas de mestrado. Fico grata pelo companheirismo que sempre existiu entre nós. Em especial, agradeço a Rúbia, Maysa e Tarcísio pelas discussões teóricas ocorridas em nossas salas de estudo, meu segundo lar durante o mestrado.

Professora Claude Comiti. Suas contribuições foram valiosas para o desenvolvimento da pesquisa.

Professores do Mestrado e Banca Examinadora. Agradeço a dedicação e as contribuições de todos vocês para a realização dessa pesquisa.

Por fim agradeço a CAPES pela bolsa concedida durante os dois anos de Curso.

RESUMO

Essa pesquisa teve como objetivo investigar a relação existente entre os conhecimentos adquiridos na formação inicial e aqueles mobilizados durante a prática pedagógica por um professor de Matemática em início de carreira. Para isso foram consideradas as vertentes da Base de Conhecimentos para o Ensino, definidas por Shulman, que estão relacionadas ao conhecimento do objeto de estudo: conhecimento de conteúdo do objeto de estudo, conhecimento pedagógico do objeto de estudo e conhecimento curricular. Definimos o tema Funções como central para a investigação por ser um dos conteúdos fundamentais na aprendizagem da Matemática, tanto por ter aplicações nas diversas áreas do conhecimento como Física, Química e Estatística quanto pelas articulações internas à própria Matemática. A Teoria Antropológica do Didático permitiu, por meio da análise das Organizações Matemáticas e Didáticas, modelar a atividade matemática desenvolvida pelo docente. As principais fontes de dados foram os protocolos de observação em classe e o livro didático utilizado em sala de aula. Para complementar esse material realizamos entrevistas semiestruturadas com o professor e tivemos acesso ao seu planejamento didático. As análises realizadas evidenciam, dentre outros pontos, a presença de duas influências na prática pedagógica do professor: o livro didático e as práticas vivenciadas na formação inicial. Por fim, pode-se inferir sobre a possibilidade de complementaridade entre as duas abordagens teóricas, apesar de uma ter origem nas Ciências da Educação e a outra na Didática da Matemática.

Palavras-chave: Base de conhecimentos para o ensino; Professor iniciante; Funções; Organização Matemática; Organização Didática.

ABSTRACT

This research aimed to investigate the existent relation between the acquired knowledge during the initial formation and those mobilized during the pedagogical practice by a mathematics teacher at the beginning of his carrier. For such procedure there were considered the slopes of the knowledge basis for the area of teaching, defined by Shulman, which are related to the knowledge of the studied object: knowledge of the content of the studied object and curricular knowledge. The theme *Functions* was defined as the central point of this investigation by being one of the fundamental contents in mathematics apprenticeship, as much by its application in diverse areas of knowledge such as Physics, Chemistry and Statistics as well as the internal articulations to mathematics itself. The anthropological theory of the didactic has allowed, by the means of the analysis of mathematics organizations and didactics, the modeling of the mathematical activity developed by the teacher. The main data sources were the observation protocols in class and the didactic book used in classroom. To complement such material there were made semi-structured interviews with the teacher, as well as accessing his didactic plans. The carried out analysis showed up, among other points, the presence of two influences in the pedagogical practice of the teacher: the didactic book and his lived practices during his initial formation. At last, it can be inferred about the possibility of the complementarity between two theoretical approaches, besides one of them has its origins in the Education Science and the other in the Didactic of Mathematics.

Key Words: Basis of the knowledge for the teaching activity; Beginner teacher; Functions; Mathematical Organization; Didactic Organization.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

As primeiras inquietações sobre a formação de professores e seus conhecimentos surgiram no período em que eu ainda cursava a Licenciatura em Matemática. Nos últimos anos do Curso, meus colegas de turma e eu, nos questionávamos quanto à formação docente que estávamos tendo, nossas dúvidas eram: Será que estamos preparados para enfrentar uma sala de aula? Será que as disciplinas que estamos cursando realmente estão nos preparando para trabalhar com os conteúdos da Educação Básica?

Nesse momento, o caminho encontrado para obter, ao menos em parte, respostas que pudessem esclarecer as dúvidas que possuíamos, foi a realização de uma Monografia de Graduação. Para isso, a leitura de artigos, dissertações e teses, da área de Educação Matemática, contribuiu não só para a realização do mesmo como para a minha formação de maneira geral. Pude compreender melhor a necessidade de estudar, na Graduação em Matemática, disciplinas específicas do nível superior. Paralelo a isso, os estudos desenvolvidos por Shulman (1986), Wilson, Shulman & Richert (1987), Grossman, Wilson & Shulman (1989) contribuíram para um melhor entendimento dos conhecimentos julgados intrínsecos a um professor, independente de sua área de atuação. A abordagem realizada por esses autores no estudo de uma base de conhecimentos para o ensino se mostrou adequada para tratar a proposta de pesquisa que possuíamos[1], sendo assim optamos por defini-los como o aporte teórico que daria sustentação a esse trabalho.

Tendo como objetivo geral investigar a prática pedagógica dos professores, no que se refere aos conhecimentos adquiridos na formação inicial sobre o tema Função, essa pesquisa contou com a participação de três professores de Matemática em início de docência. Os conhecimentos aos quais nos referimos constituem a Base de Conhecimentos para o Ensino (SHULMAN, 1986) e tratam do conhecimento do objeto de estudo, ou seja, conhecimento de conteúdo do objeto de estudo, conhecimento pedagógico do objeto de estudo e conhecimento curricular. Focamos no tema Função por ser inviável a realização de uma pesquisa que abordasse todos os conhecimentos adquiridos na formação inicial por um professor.

Os resultados dessa pesquisa apontaram para uma forte imbricação existente entre esses conhecimentos e para lacunas deixadas pelo Curso de formação inicial, desses professores, no que se refere aos conhecimentos pedagógicos do objeto de estudo e conhecimentos curriculares. Entretanto, não obtivemos resultados significativos quanto ao

[1] O plural se deve ao fato de ser um trabalho realizado em parceria com o orientador.

conhecimento de conteúdo do objeto de estudo, o que acreditamos que possa ter ocorrido devido aos instrumentos metodológicos utilizados no momento.

Nesse sentido, consideramos que a realização de um novo trabalho que discutisse os conhecimentos de professores iniciantes seria pertinente, pois os resultados obtidos não foram esclarecedores quanto a um dos elementos centrais na prática de um professor: seus conhecimentos sobre o conteúdo trabalhado. Além disso, pesquisas apontam (PONTE, GALVÃO, SANTOS e OLIVEIRA, 2001; GALVÃO 1997; VASCONCELLOS, 2009; CURI, 2004; ROCHA, 2005; DAMICO, 2007) para a necessidade de se realizar estudos focados na prática de professores iniciantes e em seus conhecimentos, uma vez que esse período é cercado de incertezas e desafios.

Sendo assim, a pesquisa que aqui apresentamos tem por objetivo investigar a relação entre os conhecimentos adquiridos por um professor na formação inicial e os conhecimentos mobilizados na sua prática pedagógica acerca do tema função. Consideramos para essa pesquisa um professor que está em início de docência por acreditarmos que, nessa fase profissional, o mesmo apresenta em sua prática, uma maior influência da formação inicial. Além disso, suas práticas podem ser consideradas como reflexo das práticas vivenciadas tanto no curso de Licenciatura como na sua trajetória escolar (SHULMAN, 1986).

Adotamos como pressupostos teóricos a Base de conhecimentos para o Ensino (SHULMAN, 1986), que apontou os conhecimentos a serem investigados na prática do professor, e a Teoria Antropológica do Didático – TAD – (CHEVALLARD, 1998), que além de oferecer instrumentos metodológicos para investigarmos a prática desenvolvida pelo professor, também alicerçou teoricamente nosso estudo.

Para a realização desse trabalho, contamos com a participação do professor Sérgio, licenciado em Matemática e que atua na Educação Básica, mais especificamente, no nono ano do Ensino Fundamental, período em que é iniciado o estudo de funções. Coletamos os dados com o professor Sérgio durante o período de um mês, de agosto a setembro de 2008, realizando protocolos de observação em sua classe. Nesses protocolos, anotamos o desenvolvimento da aula do professor, conforme registrado no quadro negro e também algumas observações que realizamos acerca de seus procedimentos durante o decorrer das aulas.

Paralelo a isso, trabalhamos na análise do livro didático utilizado por esse professor. Realizamos uma análise praxeológica, com base na TAD, da organização matemática proposta pelos autores no estudo do tema funções e também da organização didática realizada pelos mesmos. Esse material auxiliou nossa interpretação no momento de análise dos protocolos de observação em sala de aula.

A realização de entrevistas semi-estruturadas permitiu esclarecer alguns pontos observados durante as aulas, bem como investigar aspectos da formação inicial do professor. Tivemos ainda a oportunidade de realizar um estudo acerca da grade curricular vivenciada por Sérgio em seu Curso de Graduação.

A organização do trabalho se dá em quatro capítulos, além das considerações finais.

O primeiro capítulo é destinado a uma breve exposição de minha trajetória como estudante e a exposição de pesquisas que discutem a formação de professores. Essas pesquisas permitiram que compreendêssemos melhor o período inicial da carreira docente. Autores como Ponte et al (2001, p. 31), chamam a atenção para a importância do período de iniciação do professor na carreira docente, considerando que "os primeiros anos da profissão docente são cruciais para o desenvolvimento do conhecimento e identidade do professor". Além disso, Rocha (2005) nos mostra uma análise do processo de transição pelo qual passam os recém licenciados em Matemática, deixando a condição de alunos para se tornarem professores e Moreira e David (2005) estudam as formas concretas em que a dicotomia entre a formação e a prática são manifestadas, especificamente em relação ao tema números naturais. Outras pesquisas, relacionadas ao ensino e a aprendizagem do tema Função, auxiliaram nossa análise das organizações matemáticas e didáticas desenvolvida por Sérgio; pesquisadores como Zuffi (1999), que destaca o distanciamento existente entre a formação acadêmica e a prática desenvolvida em sala de aula, e Lima e Pontes (2009), que pontuam as dificuldades de estudantes do primeiro ano da Licenciatura em Matemática em conceituar uma função, contribuíram positivamente para nossa compreensão da prática pedagógica de Sérgio: suas opções e procedimentos.

No capítulo 2 apresentamos o estudo realizado acerca dos aportes teóricos que embasaram essa pesquisa, ou seja, a Base de Conhecimentos para o Ensino e a Teoria Antropológica do Didático. Temos também a exposição dos objetivos de nossa pesquisa e os procedimentos metodológicos adotados para seu desenvolvimento. Ao final deste capítulo acrescentamos um breve estudo das disciplinas cursadas pelo professor participante em seu Curso de Licenciatura em Matemática.

O terceiro capítulo refere-se à análise praxeológica do livro didático utilizado pelo professor Sérgio. Tal análise limitou-se apenas a parte do capítulo destinado ao conteúdo de Funções polinomiais do primeiro grau, objeto matemático de nossa investigação. Inicialmente fazemos uma breve apresentação do livro didático e então apresentamos a análise praxeológica, que se encontra dividida em duas partes: Gênero de Organização Matemática 1 – estudo do *tema:* Conceito de Função e Gênero de Organização Matemática 2 – estudo do *tema*: Função Polinomial do primeiro grau.

No capítulo 4, realizamos as análises dos protocolos de observação. Nele expomos o desenvolvimento das aulas do professor, tendo por referência os elementos praxeológicos propostos pela TAD, buscando investigar as formas de conhecimentos mobilizadas pelo docente em sua prática pedagógica. Nesse momento realizamos a triangulação de todos os dados coletados ao longo da pesquisa no intuito de melhor compreender a prática do professor.

Finalmente, nas considerações finais relembramos alguns episódios da aula do professor que ilustraram as principais questões abordadas ao longo da pesquisa. Fechamos nosso trabalho com algumas perspectivas de novos estudos para o futuro.

CAPÍTULO 1

AS ORIGENS E A PROBLEMÁTICA DESSA PESQUISA

1.1 Introdução

Apresentamos nesse capítulo, inicialmente, uma breve exposição de minha trajetória até a chegada no Curso de Mestrado em Educação Matemática. Em seguida, destacamos algumas das principais ideias do trabalho que motivou a realização dessa pesquisa, bem como os caminhos trilhados para o desenvolvimento da mesma.

Finalizamos com a apresentação e discussão de algumas pesquisas desenvolvidas na área de formação de professores e na linha de ensino e aprendizagem do conceito de função, buscando suas contribuições para a realização de nosso trabalho.

1.2 Uma breve retrospectiva de minha trajetória escolar

Cursei toda a Educação Básica em escolas públicas e terminei o Ensino Médio no ano de 1998. Neste mesmo ano prestei o vestibular da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS – para o curso de Análise de Sistemas, meu objetivo na época. Não fui aprovada e também não esperava por isso, tinha consciência de que não estava preparada e encarei essa tentativa apenas como uma experiência. No ano seguinte, disposta a continuar meus estudos, passei a frequentar um cursinho pré-vestibular para me preparar para um novo vestibular. Dediquei-me ao longo do ano, porém no dia do vestibular, estava muito nervosa e acabei cometendo um erro grave que com certeza me eliminaria do concurso: inverti a ordem de duas redações e com isso anulei a validade de uma delas. Naquele momento percebi que novamente seria reprovada, mas mesmo assim realizei todas as etapas da prova. Confesso que de todas as tentativas, essa foi a mais frustrante, pois nesse ano acreditei que conseguiria uma aprovação, tendo em vista que havia me preparado e me dedicado exclusivamente aos estudos durante todo o ano.

Em 2000, mesmo estando desanimada resolvi iniciar novamente um curso pré-vestibular. Entretanto, nesse ano resolvi começar a trabalhar e com isso meu rendimento no cursinho caiu; não conseguia mais me dedicar aos estudos e fui deixando, aos poucos, de frequentar as aulas.

No segundo semestre de 2001 retomei o cursinho e estava disposta a prestar o vestibular no final do ano. Continuei com minha opção pelo Curso de Análise de Sistemas e novamente não obtive êxito. No ano seguinte prestei o vestibular da UFMS para o curso de História; uma escolha totalmente aleatória, mas nesse ano não me preparei, abandonei completamente os estudos, passei a me dedicar somente ao meu trabalho em uma joalheria e como já esperava, não fui aprovada.

Embora o trabalho de balconista na joalheria fosse tranquilo, eu me sentia agoniada e insatisfeita; minha vontade de cursar uma faculdade era imensa, porém não tinha condições financeiras de frequentar uma universidade particular e devido a isso minha única opção era ser aprovada em uma universidade pública, ou seja, eu teria que retomar os estudos e tentar a aprovação na UFMS.

Diante disso, tomei a decisão de abandonar meu emprego e voltar a estudar em 2003; consegui uma bolsa parcial em um cursinho pré-vestibular e o restante da mensalidade pagava com meu seguro desemprego. Preparei-me nesse cursinho durante o primeiro semestre de 2003 e me inscrevi no vestibular para o curso de Engenharia Ambiental, tive uma boa pontuação, mas não o suficiente para ser aprovada. No segundo semestre desse mesmo ano, fiquei estudando em casa e em bibliotecas públicas, estava cansada de frequentar cursinhos e, além disso, não tinha condições financeiras de manter-me matriculada.

Em novembro desse mesmo ano, retornei ao meu antigo emprego para um trabalho temporário de final de ano. Estava desanimada para prestar um novo vestibular, mas fui incentivada pela minha família e meus colegas de trabalho. Enquanto preenchia minha ficha de inscrição, prometi que seria a última vez que passaria por aquela frustração e decidi naquele momento o curso que iria me inscrever: sem pensar muito e olhando o número de vagas por candidato escolhi o Curso de Licenciatura em Matemática. Durante minha vida escolar sempre gostei de Matemática e nos cursinhos era a disciplina que mais me interessava, mas a ideia de ser professora de Matemática nunca me foi atrativa, porém diante de minha situação pensei que se conseguisse uma aprovação já estaria satisfeita.

Finalmente, no ano de 2004 fui aprovada no Curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal de Mato Grosso do Sul e decidi me dedicar totalmente aos estudos.

Embora não fosse a faculdade que eu pretendia cursar, tive a felicidade de me adaptar ao Curso e consequentemente desenvolvê-lo com grande entusiasmo.

O ingresso na universidade revelou a existência de algumas oportunidades que eu imaginava serem muito distantes de minha realidade. A possibilidade de cursar um Mestrado ou Doutorado parecia ser algo impossível, mas conforme o tempo foi passando percebi que o esforço e a dedicação ao curso de formação inicial poderia me aproximar desse distante mundo da pós-graduação.

Apesar de meu interesse por um Curso de Mestrado, não havia programas dessa natureza na área de Matemática em Campo Grande e como não estava em meus planos a mudança de cidade para continuar meus estudos, não nutri esperanças a esse respeito. Entretanto, no início do ano de 2006, quando eu estava no terceiro ano de faculdade espalhou-se a notícia da possibilidade de abertura de um Curso de Mestrado em Educação Matemática na UFMS. Na época, estávamos tendo nossos primeiros contatos com a área de Educação Matemática na disciplina de Prática de Ensino de Matemática III.

Em agosto desse mesmo ano foi aprovada a abertura do Mestrado e de imediato renovei minhas esperanças sobre o ingresso em um Curso de Pós-Graduação. Para minha surpresa, em outubro fui convidada pela coordenadora do Programa para trabalhar no mesmo como bolsista por meio período. A partir disso, o desejo que já possuía em participar do Curso só aumentou, pois passei a ter um contato maior com os professores dessa área. Além disso, as aulas de Prática de Ensino de Matemática IV, do último ano do Curso de Licenciatura, propiciaram a oportunidade de compreender melhor a área de Educação Matemática a partir da leitura de alguns artigos.

Dessa forma, tomei a decisão de me preparar para participar da seleção do Mestrado no ano de 2008. Para isso, optei por realizar uma Monografia de Graduação voltada para a área de Educação Matemática, mais especificamente sobre formação de professores. A realização desse trabalho pode ser entendida como o primeiro contato mais profundo que tive com a área de Educação Matemática. Durante esse período realizei várias leituras de artigos, dissertações e teses sobre formação de professores, o que contribuiu em muito, não só para a realização da minha monografia, como também para minha formação acadêmica.

Os resultados obtidos com a realização desse trabalho me permitiram escrever minha intenção de pesquisa para o Mestrado com a qual fui aprovada. Dessa forma, ingressei na Pós-Graduação assim que terminei o Curso de Matemática. Embora não tenha cursado a faculdade que um dia imaginei ser minha vocação, digo isso, pois no momento tenho outra opinião a esse respeito, considero que os conhecimentos e as oportunidades que o Curso de Licenciatura me proporcionou superaram minhas expectativas. Afirmo isso, pois além de reforçar uma vez mais minha propensão pelos estudos, despertou em mim o interesse pela prática docente, o que até então não existia.

1.3 A Problemática Inicial

Como dito anteriormente, minha intenção de pesquisa para o Mestrado originou-se dos resultados obtidos com a realização da Monografia de Graduação da Licenciatura em Matemática. Diante disso, consideramos pertinente apresentar um pequeno panorama desse trabalho para que o leitor compreenda melhor o motivo de nossas escolhas e procedimentos adotados no desenvolvimento desse estudo.

O tema abordado nessa monografia surgiu das inquietações que existiam entre meus colegas de faculdade e eu, a respeito do preparo que estávamos tendo para tornarmos professores. Levantávamos questões quanto à necessidade de estudar alguns conteúdos matemáticos do nível superior e também ao fato de estarmos ou não preparados para atuar em sala de aula.

A partir dessas questões buscamos[2] apoio na literatura para que pudéssemos, ao menos em parte, encontrar algumas respostas. Os estudos desenvolvidos por Shulman (1986, 2001), Wilson, Shulman & Richert (1987) mostraram-se um caminho fértil para a realização de nossa pesquisa, pois a discussão trazida por esse autor e pelos pesquisadores que atuam junto dele, evidencia questões relativas à formação inicial e, em especial, aos primeiros anos de docência dos professores de diferentes formações, incluindo a área de Matemática. Dessa forma, os resultados apontados em suas pesquisas com professores iniciantes, deram eco às nossas aspirações, nos auxiliando na definição de nossa questão de pesquisa, que foi: *Como os professores egressos do curso de Licenciatura em Matemática, põem em prática os conhecimentos adquiridos na universidade sobre o conteúdo de funções?*. Para responder a essa questão traçamos como objetivo geral: *Investigar a prática pedagógica dos professores, no que se refere aos conhecimentos adquiridos na formação inicial.*

Dentre as diversas categorias que compõem a Base de Conhecimentos para o Ensino (SHULMAN, 1986), consideramos para esse estudo apenas as vertentes que discutem o

[2] O plural passa a ser usado, pois já se trata do trabalho realizado em parceria com a orientadora Profª. Drª. Marilena Bittar

conhecimento acerca do objeto de estudo: conhecimento do conteúdo do objeto de estudo, conhecimento pedagógico do objeto de estudo e conhecimento curricular.

Após as análises das entrevistas realizadas com três professores recém-licenciados em Matemática, percebemos uma grande ligação existente entre as formas de conhecimentos propostas por Shulman (1986), ou seja, tais conhecimentos apresentavam-se imbricados na fala dos professores. Com relação aos conhecimentos pedagógicos e conhecimentos curriculares, os resultados apontaram para lacunas deixadas pelo Curso de formação inicial, pois os professores demonstraram estar adquirindo tais conhecimentos com a experiência da prática docente.

Entretanto, alguns aspectos relativos ao conhecimento do conteúdo não nos foi possível observar, pois os dados coletados não foram suficientes. Sentimos então a necessidade de buscar um referencial metodológico que permitisse estudar de forma mais detalhada essa categoria do conhecimento, mas, como o tempo do qual dispúnhamos era extremamente reduzido[3], não pudemos colocar em prática novos procedimentos. Dessa forma, encerramos essa pesquisa encarando esse resultado como uma possível perspectiva para a realização de novos estudos, o que veio a se concretizar com a entrada no Mestrado.

1.4 A Problemática Atual

Nossa pesquisa de Mestrado pode ser entendida como uma retomada, com ampliação e aprofundamento, de nossa Monografia de Graduação. Mantemos nossa investigação acerca da prática desenvolvida por professores iniciantes no estudo de Funções, porém nesse momento recorremos a novos aportes teóricos e instrumentos metodológicos que pudessem melhor nos auxiliar nesse novo trabalho.

Os primeiros passos dessa pesquisa foram norteados pela seguinte questão metodológica: *De que maneira realizar uma investigação sobre os conhecimentos de um professor de Matemática em início de docência acerca de um determinado conteúdo?*

Para dar respostas a essa questão debruçamos sobre a leitura de teóricos que poderiam alicerçar essa investigação. Nessa busca, os instrumentos oferecidos pela Teoria Antropológica do Didático - TAD (CHEVALLARD, 1998) vieram ao encontro de nossas

[3] O projeto para monografia teve sua aprovação em abril de 2008 e o prazo máximo de sua entrega era até 15 de dezembro de 2008. Desta forma, tivemos menos de oito meses para a realização desse estudo.

aspirações, indicando os procedimentos a serem realizados para obtermos os resultados esperados. Sendo assim, as noções de Organização Matemática e Organização Didática, propostas pela TAD, serão discutidas e incorporadas no desenvolvimento dessa pesquisa, principalmente, na análise dos protocolos de observação em sala de aula e do livro didático utilizado pelo professor.

Ressaltamos que algumas escolhas realizadas anteriormente na Monografia serão mantidas nesse estudo por considerarmos as mesmas pertinentes e significativas para esse trabalho, são elas a opção pelo tópico de Funções do primeiro grau e, em especial, as categorias do conhecimento propostas pela Base de Conhecimentos para o Ensino (SHULMAN, 1986).

Os estudos realizados por Shulman (1986, 2001), Wilson, Shulman & Richert (1987) e Grossman, Wilson, & Shulman (1989) ressaltam a importância da realização de pesquisas com professores em início de docência, pois nessa fase profissional os conhecimentos mobilizados pelos mesmos refletem, de maneira significativa, os conhecimentos adquiridos na formação inicial. Além disso, as práticas desenvolvidas por esses professores podem ser entendidas como reflexo das práticas vivenciadas não só no período da graduação como também durante a trajetória escolar. Um último motivo que nos leva a manter nossa opção pela Base de Conhecimentos para o Ensino é o fato de esta indicar, com clareza e coerência, as categorias do conhecimento que devem ser investigadas na prática pedagógica dos professores, ou seja, conhecimento do conteúdo do objeto de estudo, conhecimento pedagógico do objeto de estudo e conhecimento curricular.

Quanto a escolha do tema nos restringimos ao estudo das Funções Polinomiais do primeiro grau, devido ao fato de que nosso interesse maior está no trabalho inicial com as primeiras noções desse conceito, ou seja, como se dá as primeiras aulas relacionadas a esse conteúdo. Além disso, consideramos relevante uma investigação sobre os conhecimentos dos professores acerca desse conteúdo, por esse se tratar de um tema central no estudo da Matemática, tanto na Educação Básica, como no Ensino Superior. Somado a isso, temos o fato de que o mesmo possui aplicações em outras disciplinas, como a Física e a Química. Acrescentamos ainda, o fato de que esse conteúdo é comumente abordado nos cursos de licenciatura, o que garante, em parte, que os professores participantes da pesquisa tenham estudado tal conteúdo na graduação. Além disso, tal assunto tem sido efetivamente trabalhado na Educação Básica, diferentemente de determinados conteúdos que, em alguns casos, pela falta de tempo, por exemplo, são colocados em segundo plano na grade curricular. Reforçamos esses dois últimos aspectos, pois nosso interesse está em investigar a relação existente entre os conhecimentos apreendidos na formação inicial e os colocados em prática pelo professor e para isso é de fundamental importância a escolha de um tema que tenha sido abordado na licenciatura e que, com certeza, será abordado na Educação Básica.

Na sequência apresentamos algumas pesquisas que discutem a formação de professores e, em especial, os conhecimentos mobilizados pelos mesmos no exercício da prática pedagógica. Expomos ainda alguns estudos realizados acerca do Ensino e Aprendizagem do conceito de Função para que possamos melhor compreender a prática do professor, como também a proposta apresentada pelo livro didático.

1.5 Pesquisas que discutem a Formação de Professores

O início da docência, de maneira geral, é apontado por algumas pesquisas realizadas nessa área (PONTE, GALVÃO, SANTOS e OLIVEIRA, 2001; GALVÃO 1997; VASCONCELLOS, 2009) como um período de grandes adaptações, desafios, descobertas e em alguns casos, frustrações e decepções. O contato com os novos colegas de profissão, as diversidades existentes entre os alunos, a adaptação ao ambiente escolar, agora no papel de professor, são algumas das situações enfrentadas pelos recém licenciados. De acordo com Ponte et al (2001, p. 31):

> Os primeiros anos da profissão docente são cruciais para o desenvolvimento do conhecimento e identidade do professor. Trata-se de um período em que o jovem professor se encontra entregue a si próprio, tendo de construir formas de lidar com toda uma variedade de papéis profissionais, em condições variadas e, muitas vezes, bastante adversas. O confronto diário com situações complexas que exigem uma resposta imediata faz deste período uma fase de novas aprendizagens e de re-equacionamento das suas concepções sobre a escola, a educação, o currículo, a disciplina que ensina, os alunos e o próprio trabalho em si.

A referida pesquisa, desenvolvida por meio de uma série de entrevistas com jovens professores, chama a atenção para a importância do período de iniciação do professor na carreira docente e o quanto o apoio nesse momento pode ser decisivo para o seu desenvolvimento profissional[4]. Tal apoio deve acontecer por parte dos órgãos

[4] Segundo Ponte (1997, p. 44), o conceito de desenvolvimento profissional do professor corresponde “a um crescimento na sua competência em termos de práticas lectivas e não lectivas, no autocontrolo da sua actividade como educador e como elemento activo da organização escolar. O desenvolvimento profissional diz assim respeito aos aspectos ligados à didáctica, mas também à acção educativa mais geral, aos aspectos pessoais e relacionais e de interacção com os outros professores e com a comunidade extra-escolar”.

governamentais, da Instituição formadora e da própria escola onde o professor atua; a indiferença desses elementos, nesse momento, pode comprometer a qualidade do trabalho docente e ocasionar em frustrações e desilusões com a profissão.

Os principais problemas vivenciados pelos professores nesse momento podem ser reunidos, segundo esse estudo, em três grandes grupos: dificuldades com os alunos, falta de conhecimento profissional e as condições de trabalho. A indisciplina dos alunos e a falta de controle da turma são, em princípio, as primeiras preocupações dos professores em início de carreira, pois a inexperiência da sala de aula faz com que muitos deles não consigam contornar tais situações. O segundo ponto observado relaciona-se ao despreparo em relação ao conhecimento profissional, sendo que este

> Não se esgota no conhecimento dos assuntos a ensinar e nas teorias educacionais. Para além destes aspectos – que correspondem a dimensões de cunho declarativo – o conhecimento profissional envolve aspectos ligados a outras dimensões do saber, como o saber-fazer e o saber-ser [...] os professores necessitam de ter um saber-fazer próprio e uma sensibilidade para lidar com as pessoas com quem trabalham. (PONTE ET AL., 2001, p. 03)

Percebemos com isso, que a profissão docente envolve questões que vão além de um bom domínio do conteúdo ou de sala de aula. A vida em sala de aula exige do professor a habilidade em tomar decisões imediatas, saber lidar com o improviso, com as diferenças existentes entre os alunos. Além disso, o bom relacionamento com a direção, a coordenação, os colegas de profissão e os pais dos alunos tem de ser preservado para que o professor possa desenvolver suas atividades docentes.

As condições de trabalho podem ser entendidas como uma das dificuldades enfrentadas por esses professores, pois os mesmos não estão habituados à rotina escolar, que inclui elementos como: preparação das aulas, número excessivo de alunos por sala, relacionamento com a direção da escola e com os pais dos alunos, más condições das salas de aula e falta de materiais didáticos.

Alguns dos resultados apresentados por essa pesquisa mostraram que a adaptação ao ambiente escolar pode se dar tanto de maneira positiva quanto negativa. Os professores que apresentam maior facilidade de relacionamento pessoal tendem a melhor se adaptar ao ambiente escolar, seja no trato com os colegas de profissão, seja com relação a gestão da escola. Problemas relacionados à indisciplina dos alunos levaram uma professora a mudar de escola e em outro caso, o professor preferiu evitar o contato com turmas que apresentam essa dificuldade. Outro ponto observado diz respeito ao trabalho com a avaliação dos alunos: uma professora reconheceu sua fragilidade nesse ponto, no entanto outro professor se sentiu livre desse problema, porém seu discurso com relação ao tema se mostrava limitado e extremamente formal.

Entretanto, o resultado que mais nos chamou a atenção, diz respeito aos conhecimentos apresentados por tais professores iniciantes, segundo a perspectiva de Shulman (1986). Com relação aos conhecimentos relativos ao conteúdo trabalhado, vários professores apresentaram ter domínio dos mesmos, porém não deixaram de reconhecer a necessidade de atualização constante na área. Quanto aos conhecimentos didáticos, os professores demonstraram uma atitude de segurança e despreocupação em melhorar a sua formação. Tal postura reflete a maneira geral como os assuntos relacionados à didática têm sido encarados, na maioria dos casos, pelos professores experientes. Ponte et al (2001, p. 21) resume em algumas frases o grande problema enfrentado em relação ao abandono das questões relativas a didática:

> Desde que as aulas corram bem e o professor se sinta a controlar a situação, não há razão para experimentar dificuldades. Isso não significa que os objetivos curriculares fundamentais estejam a merecer a devida atenção, que as tarefas propostas aos alunos sejam as mais relevantes e que os modos de trabalho usados sejam os mais adequados [...] A aparente invisibilidade das questões respeitantes à esfera da didática é, ela própria, um problema a merecer atenção.

Diante dessa constatação, o autor sugere a realização de pesquisas que discutam os conhecimentos didáticos dos professores, considerando que este seja de extrema importância para o desenvolvimento das atividades docentes.

Parte da sugestão oferecida pelo autor poderá ser alcançada em nossa pesquisa, uma vez que uma das vertentes do conhecimento por nós investigada refere-se aos conhecimentos didáticos dos professores. Entretanto, gostaríamos de evidenciar o que consideramos como principal diferencial de nossa pesquisa em relação ao estudo que acabamos de apresentar: a observação em sala de aula. Em nossa pesquisa, além de realizarmos entrevistas com os professores, estaremos acompanhando sua prática pedagógica *in loco*. Porém, ressaltamos que não estamos inferindo que tal procedimento deveria ter sido utilizado no estudo de Ponte et al (2001), apenas evidenciamos uma distinção entre nossas escolhas metodológicas.

Outra sugestão desse autor refere-se ao papel que a formação inicial exerce sobre as atitudes dos recém-formados, considerando que, nesse momento, tais professores buscam em sua formação a superação de boa parte dos problemas enfrentados.

Nessa perspectiva, o trabalho desenvolvido por Rocha (2005) analisa o processo de transição pelo qual passam os recém licenciados, deixando a condição de alunos para se tornarem professores. Em sua pesquisa, realizada com egressos do curso de Licenciatura em Matemática da Unicamp, a autora pontua algumas das dificuldades encontradas pelos professores iniciantes como sendo ligadas à indisciplina dos alunos, às dificuldades na relação professor-aluno e a falta de recursos didáticos. Percebemos que os problemas apresentados por essa pesquisadora assemelham-se em muito aos resultados obtidos pela pesquisa citada anteriormente, apesar de se tratar de estudos realizados com professores de distintas formações, inclusive de países diferentes, mostrando que o início da docência é uma fase marcada por características próprias.

Os professores pesquisados nesse estudo afirmaram que o Curso de Licenciatura foi insuficiente em vários aspectos, como o de não estabelecer articulações entre a teoria ensinada e a prática docente e entre os conteúdos trabalhados durante o Curso e os conteúdos da Educação Básica. Outra questão levantada pelos professores foi a falta de discussões e estudos relativos à prática profissional e a legislação e estrutura dos Ensinos Fundamental e Médio.

Quanto aos conhecimentos matemáticos, os professores reconheceram a importância do curso de graduação, ressaltando que o mesmo ofereceu uma base sólida de conhecimentos matemáticos, no entanto tais conhecimentos não se mostraram suficientes para o trabalho com o conteúdo a ser ensinado na escola básica, uma vez que eles estavam mais voltados para a Matemática do nível superior. As disciplinas didático-pedagógicas, segundo os pesquisados, contribuíram para a reflexão de questões ligadas à compreensão do pensamento dos alunos e a reflexão sobre a própria prática, porém, não houve grandes relações entre essas disciplinas e as de conteúdos específicos da Matemática.

Os resultados apontados por essa pesquisa evidenciam algumas das dificuldades enfrentadas pelos professores em início de docência, como por exemplo, o trabalho com conteúdos da Educação Básica, que dificilmente são discutidos na formação inicial. Porém, a pesquisa de Rocha (2005) não se dedicou a uma investigação que discutisse um tema específico da Matemática e é nesse ponto, que destacamos o diferencial da pesquisa que pretendemos desenvolver. Afirmamos isso, pois consideramos necessário um estudo focado especificamente em um conteúdo matemático trabalhado nesse nível escolar, por acreditarmos ser possível, dessa forma, realizar uma análise refinada em relação aos conhecimentos trabalhados na formação inicial e aos desenvolvidos na prática docente sobre esse assunto.

A falta de articulação entre as disciplinas pedagógicas e as disciplinas específicas tem sido apontada como sendo um dos grandes problemas dos Cursos de Licenciatura de uma maneira geral. Apesar do antigo modelo 3 + 1 ter sido superado, pelo menos em boa parte dos cursos de formação inicial, ainda existe um grande abismo entre essas disciplinas. Essa distância acaba negligenciando o futuro professor quanto a uma formação profissional sólida e necessária para sua atuação em sala de aula.

Moreira e David (2005) realizam uma abordagem dessa problemática que se mostra presente desde o nascimento das licenciaturas, com o referido modelo 3 + 1 e posteriormente com a introdução das chamadas disciplinas integradoras, na década de 1980. Tais disciplinas buscavam aproximar o licenciando da prática docente, e promover um trabalho interdisciplinar entre especialistas em Matemática, em Educação Matemática e em Ciências da Educação. No entanto, efetivamente, tais disciplinas não atingiram plenamente esse objetivo. Além disso, tal estudo pontua que as diretrizes dos cursos de formação inicial não concebiam a integração com a prática docente como sendo algo a ser discutido durante a realização desses cursos e ainda reforçavam a necessidade de primeiramente haver um sólido domínio das questões de conteúdos específicos para depois serem introduzidas as disciplinas integradoras. Entretanto, conforme esse estudo, a partir dos anos 1990, algumas mudanças são observadas, principalmente no ramo das pesquisas sobre formação de professores que se mostraram mais preocupadas com as questões voltadas para o conteúdo e sua articulação com a pedagogia e a prática docente do professor da Educação Básica.

Tais mudanças foram por nós observadas (OLIVEIRA, 2007) ao realizarmos a leitura das diretrizes regentes dos Cursos de Licenciatura. Essas mostram a necessidade de haver tais articulações e também ressaltam a importância do tratamento dos conteúdos da Educação Básica ainda na formação inicial, sendo os mesmos considerados como conteúdos profissionais para a Licenciatura, conforme Parecer n.º 1.302/2001 CNE/CES das Diretrizes Curriculares Nacionais (BRASIL, 2001).

A pesquisa de Moreira e David (2005) teve como objetivo identificar e analisar as formas concretas em que a dicotomia entre a formação e a prática são manifestadas, especificamente em relação ao tema números naturais, considerando que a mudança de foco das pesquisas na área de formação de professores possibilitou uma discussão maior acerca de questões voltadas para a formação específica.

Os resultados apontam para um distanciamento entre os conhecimentos matemáticos trabalhados na licenciatura e o desenvolvimento das atividades do professor da Educação Básica. Os autores também reforçam que

> A formação matemática na licenciatura, ao adotar a perspectiva e os valores da Matemática Acadêmica, desconsidera importantes questões da prática docente escolar que não se ajustam a essa perspectiva e a esses valores. As formas do conhecimento matemático associado ao tratamento escolar dessas questões não se identificam – algumas vezes chegam a se opor – à forma com que se estrutura o conhecimento matemático no processo de formação. (MOREIRA e DAVID, 2007, p.103).

O afastamento entre as disciplinas estudadas na graduação e os conteúdos da Educação Básica também é discutido por Damico (2007) em sua pesquisa que procurou investigar a preparação dos egressos do curso de Licenciatura em Matemática quanto ao ensino dos números racionais no Ensino Fundamental. Em sua revisão bibliográfica sobre o conhecimento de conteúdo na perspectiva de Shulman (1986), o autor apresenta a pesquisa desenvolvida por Ma (1999)[5] que defende a importância de um conhecimento amplo do professor com relação aos conteúdos trabalhados na educação básica. Os resultados dessa pesquisa inferem que tal conhecimento proporciona a este profissional: fazer conexões entre conceitos matemáticos e procedimentos, evitando que a aprendizagem dos alunos seja fragmentada; ser capaz de fornecer explicações matemáticas guiando seus alunos em direção a uma compreensão flexível da disciplina; apresentar uma atitude favorável em relação à Matemática, conduzindo assim seus alunos a abordarem problemas. Por fim, os professores que apresentam um amplo conhecimento do conteúdo que irão ensinar na Educação Básica conseguem colocar em prática aquilo que Shulman (1986) considera como sendo uma das características do conhecimento curricular do objeto de estudo. Por apresentarem um amplo conhecimento do currículo matemático elementar, os professores são capazes de “caminhar” entre os conteúdos, não ficando restritos aos assuntos que devem ser trabalhados em um determinado nível escolar, se sentindo a vontade para rever conceitos em momentos oportunos.

O estudo de Damico (2007) revelou que os egressos da Licenciatura em Matemática estão saindo da faculdade com sérios problemas relativos aos conhecimentos sobre números racionais no contexto da Educação Básica, o que revela um resultado distinto do observado por Ponte et al (2001). Os conhecimentos apresentados por esses estudantes durante a

[5] Não conseguimos ter acesso a essa pesquisa, porém apresentamos aqui os resultados presentes no trabalho de Damico (2007)

realização da pesquisa mostraram-se com grande ênfase em processos algorítmicos em detrimento dos conhecimentos matemáticos que justificam tais processos. Grande parte dessa defasagem de conhecimentos acompanha os estudantes desde o ingresso na faculdade, mostrando que a graduação pouco tem contribuído para a mudança desse quadro.

Tal situação revela uma contradição existente nos cursos de formação inicial. Se por um lado a Licenciatura é considerada fundamental para os professores atuarem na Educação Básica, por outro lado ela não tem oferecido subsídios necessários para que esses profissionais, recém formados, possam desenvolver suas tarefas com a habilidade e a competência necessária.

No intuito de amenizar e possivelmente reverter tal situação, Damico (2007) sugere uma revisão nos currículos dos cursos de Licenciatura, dando a atenção necessária ao trabalho com os conteúdos da Educação Básica, abandonando a idéia de esses serem tratados apenas como breves revisões teóricas. Além disso, questões ligadas à discussão sobre teoria e prática docente também apontaram a necessidade de adequação da formação inicial nesse aspecto. Entretanto, o autor reconhece que apenas a implementação desses assuntos nos cursos não implicaria no uso dos mesmos pelos professores durante sua prática. Sua proposta considera que

> O desafio está em tornar o período de permanência dos estudantes na universidade um período de constantes teorizações, discussões e reflexões vinculadas à prática, sobre os aspectos teóricos e metodológicos que as pesquisas têm apontado como mais eficientes, quando comparados com o ensino tradicional. (DAMICO, 2007, p. 260)

Dessa forma, o papel do professor formador é de extrema importância, pois é ele quem poderá direcionar tais discussões, orientando os licenciandos com relação às leituras que devem ser realizadas e ao estabelecimento de relações entre as teorias estudadas e a prática docente.

Podemos diferenciar nossa pesquisa desses dois últimos estudos apresentados em dois aspectos: o primeiro corresponde ao conteúdo matemático investigado: nossa pesquisa foca-se no estudo de funções diferentemente de Moreira e David (2005) que realizaram uma investigação acerca dos números naturais e de Damico (2007) que priorizou o estudo dos números racionais. O segundo ponto de diferenciação refere-se ao fato de que poderemos observar a dicotomia abordada por tais pesquisas na prática do professor em sala de aula. Embora esse não seja nosso principal foco, o mesmo contribuirá para que possamos compreender a relação estabelecida pelo professor, entre os conhecimentos oferecidos pela graduação e a sua prática pedagógica.

Um último ponto que consideramos conveniente abordar quando se trata dos conhecimentos de professores, está relacionado aos conhecimentos adquiridos com a experiência da prática de sala de aula. Embora nossa pesquisa seja realizada com professores em início de docência, acreditamos ser possível encontrar indícios em suas falas que denunciem a presença desses conhecimentos. Levantamos essa hipótese pela experiência que obtivemos na realização de nossa pesquisa anterior também realizada com professores iniciantes. Tal trabalho revelou que apesar da pouca experiência em sala de aula, os professores se apóiam em experiências bem sucedidas ocorridas durante sua prática para suprirem as lacunas deixadas pela formação inicial, principalmente no que se refere às questões pedagógicas (OLIVEIRA, 2007).

Além disso, pesquisas apontam que a profissão docente não se estabelece apenas por meio de um vasto conhecimento de conteúdos a serem ensinados (PERRENOUD, 2002; TARDIF, 2000). Os saberes adquiridos ao longo da trajetória como estudante, na experiência em sala de aula, na troca com colegas de profissão, entre outras, são fundamentais para a formação profissional do professor.

Ressaltamos que nosso objetivo não é avaliar quais são os conhecimentos “ideais” para a atuação do professor, sejam eles os adquiridos na formação inicial ou na prática docente. Nosso intuito é compreender qual a relação existente entre a formação acadêmica do professor e a sua prática pedagógica. Entretanto, para isso se faz necessário uma discussão acerca dos conhecimentos adquiridos na formação inicial e dos advindos da experiência prática, mesmo que o último não seja o foco de nossas análises.

1.6 Pesquisas sobre o Ensino e Aprendizagem do conceito de Função

Apresentamos nesse momento alguns dos principais resultados encontrados com pesquisas realizadas na linha de ensino-aprendizagem do conceito de Função. Julgamos conveniente inserir estudos que envolvem os diferentes atores envolvidos nesse processo, alunos e professores, tanto da Educação Básica como do Ensino Superior e o livro didático, ferramenta utilizada por ambos. Acreditamos que esse levantamento possa contribuir na compreensão das práticas desenvolvidas pelo professor Sérgio e também na análise do livro didático por ele utilizado.

Em uma pesquisa com professores do Ensino Médio acerca da linguagem matemática utilizada por esses docentes no estudo de Funções, Zuffi (1999) destaca o distanciamento existente entre a formação acadêmica e a prática desenvolvida em sala de aula. A autora pontua que

> a linguagem matemática que eles (os professores) utilizam está muito mais determinada pelas suas práticas pedagógicas, e por toda uma cultura matemática estabelecida, do que pelos aspectos lógico-formais com os quais eles tiveram contato em seus cursos superiores, ou ainda, pelos significados ligados às situações da vida diária. (ZUFFI, 1999, p. 207)

O livro didático foi considerado pela autora uma das fortes influências na prática desses professores, o texto apresentado nesses materiais é aceito e seguido pelos professores sem que haja muitas discussões a seu respeito, ou seja, é um saber tido como verdadeiro, que dispensa indagações. Tal situação justifica, uma vez mais, nossa opção em analisar o livro didático utilizado pelo professor participante de nossa pesquisa, pois é fato a força desse material sobre a prática dos professores de modo geral.

Lima e Pontes (2009) em um estudo com estudantes do primeiro ano da Licenciatura em Matemática revelam que, mesmo após o ingresso no Ensino Superior, alguns estudantes continuam com dificuldades em conceituar uma Função, expressando definições como: “Considerando dois conjuntos A e B, chama-se função a relação que existe entre o conjunto A com o conjunto B, uma certa lei de formação, a lei da função, (...) um elemento no conjunto A pode ter uma única imagem no conjunto B” (p. 10).

Um resultado semelhante é apresentado por Oliveira (1997), muitos estudantes de cursos superiores na área de exatas apresentam dificuldades em lidar com o conteúdo de função: possuem uma concepção errônea do conceito; não conseguem realizar as mudanças de registros, da algébrica para gráfica, ou vice-versa; não compreendem as noções de domínio, contradomínio, variável dependente e independente, entre outros.

Segundo Zuffi e Pacca (2002) o estudo das propriedades do conceito de Funções requer um raciocínio mais abstrato, embora seja possível ter uma concepção espontânea de variação e de associação entre duas grandezas. Isso ocorre, pois são conceitos que levaram um longo período para serem estabelecidos e aceitos pelos matemáticos, apesar de serem apresentados de forma linear nos textos didáticos. Sendo assim, as dificuldades em lidar com esse conteúdo são frequentemente presentes na Educação Básica, tanto por professores como alunos e também por estudantes da Licenciatura em Matemática. Além disso, outro ponto que reforça essa dificuldade e que é apontado pelas autoras é o fato de o conceito de Função poder ser usado tanto em aplicações práticas como em questões altamente abstratas da Matemática:

> [...] podemos usar uma função linear para descrever o deslocamento de um corpo num sistema massa-mola, tanto quanto para descrever transformação de um espaço vetorial – conceito matemático altamente abstrato – em outro (ZUFFI e PACCA, 2002, p.02).

Pelho (2003) realizou uma pesquisa com estudantes do segundo ano do Ensino Médio com o objetivo de introduzir o conceito de função, embora esses alunos já tivessem estudado tal conteúdo em anos anteriores. Tal escolha foi tomada com base nos resultados de pesquisas desenvolvidas acerca do ensino e aprendizagem de funções, na área de Educação Matemática, que revelam grandes dificuldades dos estudantes em compreender esse conteúdo. O autor coloca que a maneira como se dá a introdução do conceito de Função prejudica sua aprendizagem, uma vez que a noção de dependência, familiar aos estudantes, é deixada a parte. Em uma breve análise realizada em alguns livros didáticos, Pelho (2003, p.11) observou que esses autores

> Apresentam uma definição de caráter estático, direto e formal, que se opõe a ideia intuitiva de função como uma transformação, uma dependência, uma variação, podendo resultar com isso, a não compreensão desse conceito por parte dos alunos.

Para o desenvolvimento dessa pesquisa foi realizada uma sequência de ensino, composta de cinco grupos de atividades. Essa sequência foi elaborada e aplicada aos alunos; algumas dessas atividades foram desenvolvidas para serem realizadas com a ajuda do software *cabri-géomètre II*. Os resultados obtidos destacam positivamente o uso desse software para a introdução do conceito de Função. Além de os estudantes sentirem-se mais motivados para o estudo, tal ferramenta permitiu que eles visualizassem a relação de dependência existente entre as variáveis x e y pelo caráter dinâmico do software, que permite movimentar os gráficos construídos. Além disso, o autor percebeu que apesar de os alunos terem apresentado uma evolução na interpretação de atividades dadas em linguagem natural, eles priorizam suas respostas em linguagem algébrica. Outro ponto destacado é a articulação, realizada pelos estudantes, entre a representação gráfica e a algébrica das funções. Após intervenções do pesquisador, durante e ao final das atividades, os alunos começaram a perceber os benefícios de uma interpretação gráfica global, ou seja, utilizar o gráfico e a expressão algébrica para interpretar uma função. Finalizando, o autor sinaliza, assim como em outras pesquisas, a dificuldade dos estudantes em construir gráficos de funções.

Quanto às propostas apresentadas nos livros didáticos, Bica (2009) realizou uma pesquisa como o objetivo de investigar de que maneira os livros didáticos abordam o conteúdo de funções afim, em especial, como se dá a articulação entre a representação gráfica, escrita algébrica e linguagem natural de uma função, tomando por referencial os registros de representação semiótica (DUVAL, 2003). Os três livros analisados foram aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio – PNLEM – 2005 e os critérios utilizados nessa análise foram baseados no referencial teórico da pesquisa e na análise realizada pelo PNLEM. Tais critérios trataram basicamente quatro questões: o tipo de abordagem feito ao conceito de função; o enfoque dado ao gráfico de função de modo geral; a definição de função afim e considerações acerca do gráfico desse tipo de função. As análises mostraram que apesar de conter várias informações, nenhum dos livros contempla todos os tópicos investigados de maneira satisfatória, o autor acredita que os três se complementam no estudo de funções. Tal fato reforça a ideia de que os professores não devem utilizar um único livro didático na elaboração de suas aulas.

1.7 Síntese das leituras

Algumas das pesquisas apresentadas procuram evidenciar os problemas que circundam o início da carreira docente: a indisciplina dos alunos, a inexperiência em lidar com situações inesperadas e ter de tomar atitudes rápidas, a convivência com os novos colegas de profissão e com a coordenação da escola e, finalmente, as más condições de trabalho, como falta de recursos didáticos e salas de aula inadequadas. Tais problemas são apontados, em muitos casos, como os responsáveis pela desistência e frustração de muitos professores, principalmente os que se encontram no início da profissão. Tal situação justifica a necessidade de realização desses estudos para que se possam encontrar meios de solucionar, ou ao menos amenizar e tornar menos traumática uma fase inevitável da vida profissional do professor: o início da carreira docente.

Outro aspecto abordado e que mais se aproxima do estudo que realizaremos refere-se à dicotomia existente entre as disciplinas de conhecimentos pedagógicos e as disciplinas específicas dos cursos de formação inicial. Esse distanciamento é refletido na prática pedagógica do professor, quando o mesmo apresenta dificuldades em conciliar a teoria com a prática. Da mesma maneira, a linguagem matemática utilizada pelos professores da Educação Básica diferencia-se da forma trabalhada nos cursos de Licenciatura. A linguagem utilizada por eles relaciona-se mais com sua prática e o contexto escolar do que com o rigor matemático característico do Ensino Superior. Tal fato revela, uma vez mais, o distanciamento existente entre a formação acadêmica e a prática desenvolvida em sala de aula.

Outro ponto destacado é o despreparo do professor da Educação Básica para lidar com os conteúdos a serem trabalhados nesse nível escolar. Isso se dá em função do afastamento existente entre os conhecimentos oferecidos pela formação inicial e o que realmente é exigido do professor em seu trabalho em sala de aula, ou seja, os conteúdos da Educação Básica não têm recebido a devida atenção nos cursos de formação inicial. Uma possível consequência desse fato é a “adoção”, pelo docente, do livro didático; o mesmo passa a ser tido como um saber inquestionável. Tal postura requer uma reflexão, pois uma das pesquisas coloca que a introdução formal, geralmente, proposta pelos livros didáticos, para o estudo de Funções, prejudica a aprendizagem dos alunos.

Quanto ao ensino e aprendizagem do conceito de Função, as pesquisas pontuam a existência de dificuldades tanto de alunos e professores da Educação Básica, como de estudantes do Ensino Superior, em trabalhar com esse conteúdo. As dúvidas recaem sobre os conceitos básicos de Função: definição, relação de dependência, noções de domínio e contradomínio, interpretação gráfica, etc. O fator mais agravante dessa situação é que essas incertezas não ficam restritas aos alunos da Educação Básica que estão tendo contato com esse conteúdo nessa fase. Tanto professores desse nível escolar, como estudantes de graduação na área das ciências exatas, apresentam confusões conceituais básicas, o que evidencia o seguinte problema: tanto a Educação Básica como o Ensino Superior, em alguns casos, não estão oferecendo uma formação matemática suficiente no que diz respeito ao conteúdo de Funções.

Essa situação justifica, uma vez mais, a importância de estudos voltados para a prática de professores acerca desse conteúdo. Dizemos isso, pois na prática docente, certamente, parte dos conhecimentos mobilizados pelo professor estão relacionados à sua formação inicial, ou seja, se ele teve uma sólida formação matemática, possivelmente, ele não apresentará dificuldades conceituais com relação aos conteúdos da educação básica. Entretanto, embora as dificuldades de aprendizagem dos alunos não possam ser diretamente relacionadas à prática do professor, abordagens diferenciadas do conteúdo podem contribuir nesse aspecto.

De maneira geral, observamos que os estudos realizados por Shulman (1986) acerca dos conhecimentos dos professores têm se mostrado uma bibliografia recorrente de pesquisadores que discutem a formação inicial. Nas pesquisas apresentadas, embora com enfoques diferentes, todas discutem de alguma forma os elementos que compõem a Base de Conhecimentos para o Ensino proposta por esse autor. Reforçamos, dessa forma, nossa opção por este referencial teórico com a certeza de que poderemos discutir os conhecimentos apresentados pelos professores com uma fundamentação teórica sólida e apropriada para nossa investigação.

Diante disso, apresentamos no próximo capítulo algumas das principais ideias discutidas por esse autor e que guiarão a realização de nosso estudo. Acrescentamos ainda, os objetivos traçados para a realização dessa pesquisa e aspectos da Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1998), aporte teórico metodológico que contribui para a consolidação da mesma. Por fim, expomos a metodologia e os instrumentos de coleta de dados que faremos uso nesse trabalho.

CAPÍTULO 2
APORTES TEÓRICOS E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

2.1 Introdução

Dedicamos esse capítulo ao estudo dos aportes teóricos que embasam o desenvolvimento dessa pesquisa, bem como à apresentação dos objetivos e da metodologia utilizada nesse trabalho.

Inicialmente fazemos uma exposição acerca da Base de Conhecimentos para o Ensino (SHULMAN, 1986) apresentando especificamente as vertentes do conhecimento investigadas em nosso estudo. Em seguida exibimos os objetivos traçados no intuito de responder as questões norteadoras dessa pesquisa.

Apresentamos ainda alguns elementos da Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1998), utilizados no desenvolvimento dessa investigação.

2.2 Alguns Aspectos da Base de Conhecimentos para o Ensino

A Base de Conhecimentos para o Ensino (SHULMAN, 1986) que apresentamos nesse estudo é considerada por nós como uma teoria de fundamentação de nossa pesquisa, pois a mesma nos indica quais conhecimentos iremos pesquisar na prática pedagógica[6] do professor. Faremos uma breve exposição dos estudos que vêm sendo elaborados por esse autor e suas contribuições para a área de formação de professores.

Shulman (1986) ressalta que no século XIX, por volta de 1875, o pré-requisito básico para exercer a profissão de professor era possuir um vasto conhecimento sobre o conteúdo da disciplina, não havendo assim uma preocupação com a maneira pela qual esse conteúdo seria ensinado. Os exames aplicados nesse período para a seleção de futuros professores criavam uma grande expectativa quanto aos conhecimentos que os candidatos apresentariam em relação aos conhecimentos específicos da disciplina que iriam ensinar. Mesmo que seus métodos de ensino não fossem os mais eficazes e apropriados, no momento, a preocupação

[6] Entendemos por prática pedagógica do professor as atitudes do mesmo no que se refere ao trabalho em sala de aula, suas escolhas e procedimentos para o desenvolvimento das atividades curriculares.

principal não era esse aspecto. Um século mais tarde, as diretrizes educacionais passaram a dar maior ênfase aos procedimentos adotados pelo professor, privilegiando assim os processos pedagógicos em detrimento do conteúdo.

As pesquisas que enfatizavam os procedimentos realizados pelos professores em sala de aula eram tidas como a panacéia dos problemas de aprendizagens dos alunos, sendo capazes de prescrever as melhores configurações para os cursos de formação de professores de forma que esses pudessem qualificar os futuros profissionais nesse sentido. Conforme aponta Mizukami (2004), essas pesquisas, de forte cunho psicológico, se desenvolviam de forma que

> Os comportamentos do professor eram observados, contados e combinados sem referência às suas intenções ou cognições. Eram abstraídos sem considerar os contextos, os conteúdos do ensino e as limitações. (p. 03)

A ausência de foco no conteúdo, tanto nas diretrizes que regem o ensino como nas pesquisas científicas, é retratada por Shulman (1986, p. 05) como o problema do "paradigma perdido".

> [...] Na simplificação necessária das complexidades do ensino em sala de aula, os investigadores ignoraram um aspecto central da vida em sala de aula: o conteúdo [...] Algumas vezes o conteúdo entrou na pesquisa como uma variável de contexto, uma característica de controle para conjuntos de informações subdivididas por categorias de áreas (ex. Ao se ensinar matemática para 5ª série, os seguintes comportamentos dos professores foram correlacionados com os resultados. Ao se ensinar leitura para 5ª série...). Mas ninguém focou no conteúdo [...]

Assim, Shulman (1986) pretende chamar a atenção para o problema do "paradigma perdido", mostrando a importância de estudos relacionados ao conteúdo que o professor ensina, porém não deixando de lado a importância do entendimento pedagógico do conteúdo a ser ensinado.

Essa lacuna nas pesquisas deixa também sem respostas algumas perguntas importantes para a compreensão sobre os conhecimentos dos professores, tais como:

> Quais são as fontes de conhecimento do professor?; O que um professor sabe e quando ele aprendeu isso?; Como um aluno com bom desempenho transforma seu conhecimento do conteúdo de modo que alunos de ensino médio podem compreender?; Qual é a fonte de analogias, metáforas, exemplos, demonstrações e reformulações de frases?; Como que o professor

> novato (ou até os veteranos acostumados) usa sua perícia no conteúdo no processo de ensino? (SHULMAN, 1986, p. 09).

Além da valorização que esse autor dá ao conhecimento do professor em relação ao conteúdo que ensinará, ele afirma que é necessário que o professor consiga encontrar diferentes maneiras de ensiná-lo, utilizando-se de representações, ilustrações e exemplos que facilitem a compreensão de seus alunos. Além disso, é fundamental que o professor conheça os diferentes programas e materiais instrucionais disponíveis para um determinado conteúdo a ser ensinado (SHULMAN, 1986). Essas afirmações se devem à compreensão do autor sobre o que vem a ser o conhecimento do objeto de estudo e do que seria uma base de conhecimento necessária para a formação profissional de um professor. Na realização dos estudos que permitissem apresentar uma Base de Conhecimentos para o Ensino, algumas questões foram levantadas, como:

> O que é o conhecimento-base? Há conhecimento suficiente sobre ensino para apoiar um conhecimento-base? Não seria o ensino um pouco mais que um estilo pessoal, comunicação, conhecimento de uma matéria, e aplicação de resultados de pesquisas recentes sobre a eficácia do ensino? (WILSON, SHULMAN & RICHERT, 1987, p. 04)

Dentre as categorias estabelecidas para uma Base de Conhecimentos para o Ensino consideraremos em nosso estudo as que se referem ao conhecimento sobre o objeto de estudo, ou seja, conhecimento do conteúdo do objeto de estudo, conhecimento pedagógico do objeto de estudo e conhecimento curricular do objeto de estudo. Cada uma dessas categorias abrange determinados elementos conforme apresentamos a seguir:

Conhecimento do conteúdo do objeto de estudo - esse tipo de conhecimento diz respeito à compreensão, ao entendimento do professor relativamente à sua disciplina, aos conceitos e em saber bem o maior número possível de assuntos relacionados à sua matéria. Além disso, o professor deve saber como funciona a organização estrutural desses conteúdos dentro da disciplina, e ser capaz de identificar a validade de uma determinada afirmação fazendo uso das regras disponíveis. Segundo Shulman (1986, p.12) os

> [...] Professores não devem ser somente capazes de definir para os alunos as verdades aceitas no âmbito da disciplina. Eles devem também explicar porque uma particular afirmação é dita garantida, e porque vale a pena saber e como isso se relaciona com outras afirmações. Tanto dentro da disciplina e fora dela, tanto na teoria como na prática [...] Além disso, nós esperamos que professores entendam porque um dado tópico é particularmente central para

> uma disciplina, ao mesmo tempo em que um outro pode ser de alguma forma periférico.

Essa categoria do conhecimento pode ainda se subdividir em duas outras, estruturas substantivas e estruturas sintáticas. Wilson, Shulman e Richert (1987), baseiam-se no modelo proposto por Schwab (1964) ao considerar tais estruturas. O conhecimento substancial do conteúdo exige do professor um domínio referente à organização conceitual dentro de sua disciplina, aos paradigmas explicativos utilizados por cada área e a forma como os conceitos e princípios são organizados dentro da mesma. As estruturas sintáticas, por sua vez, relacionam-se aos métodos de investigação estabelecidos pela comunidade disciplinar de cada área e as regras de validação existentes em cada disciplina. Tal conhecimento possibilita dar respostas a questões como:

> Quais são as idéias e habilidades importantes neste domínio? E como novas idéias são adicionadas e aquelas deficientes descartadas por aqueles que produzem conhecimento nesta área? Ou seja, quais são as regras e procedimentos de um estudo sério ou investigação? (SHULMAN, 2001, p. 08).

Mizukami (2004) apresenta argumentos relacionados à importância do conhecimento sintático para os professores:

> A estrutura sintática envolve conhecimento de formas pelas quais a disciplina constrói e avalia novo conhecimento. É importante que o professor não só aprenda os conceitos, mas que os compreenda a luz do método investigativo e dos cânones de ciência assumidos pela área de conhecimento. (p. 07)

Vemos assim que conhecer um conteúdo para o ensino exige do professor algo além do que simplesmente saber resolver problemas ou definir conceitos. O professor precisa conhecer amplamente a ciência a qual tal conteúdo pertence, para que possa inferir quanto à validade ou não de afirmações relativas à sua disciplina.

Conhecimento pedagógico do objeto de estudo – essa vertente considera os conhecimentos que o professor possui para levar o aluno à compreensão do assunto estudado. Nesta categoria estão incluídas as diferentes formas de representações e analogias que o professor dispõe para facilitar a aprendizagem do aluno.

> [...] Dentro da categoria do conhecimento pedagógico do objeto estudado, eu incluo, na maioria dos tópicos ensinados, regularmente na área de um

> professor, as formas mais úteis de representações dessas idéias, as analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações mais poderosas - resumindo, as maneiras de representar e formular a matéria para torná-la compreensível para outros [...] também inclui uma compreensão do que faz o aprendizado de tópicos específicos tornarem-se fácil ou difícil: as concepções e pré-concepções que os alunos de idades e formação diferentes trazem para o ensino (SHULMAN, 1986, p.12).

Esta categoria, em princípio, pode ser confundida com uma das principais características atribuídas a um “bom professor”, ou seja, aquele que consegue, sem dificuldades, cativar os alunos e prender sua atenção durante a aula. No entanto, vale ressaltar que o conhecimento pedagógico aqui proposto exige igualmente do professor um amplo conhecimento de conteúdo do objeto de estudo, pois trata-se do conhecimento pedagógico do objeto de estudo, e para tal, pressupõe-se que exista um conhecimento do objeto de estudo.

As analogias, exemplos e explicações as quais Wilson, Shulman, & Richert (1987) se referem, dizem respeito aos procedimentos mobilizados pelos professores no intuito de facilitar o aprendizado de seus alunos. Porém, para que tais procedimentos sejam válidos, os mesmos devem ser apoiados nos conhecimentos matemáticos e didáticos acumulados por esse professor ao longo de sua formação.

Conhecimento curricular – nesta categoria são considerados os conhecimentos relacionados aos programas oficiais (no caso do Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais), às diretrizes e aos materiais disponíveis para elaboração e execução das aulas. Dentre alguns deles podemos citar os livros didáticos, os materiais concretos e os softwares educacionais. Espera-se que o professor faça uso de todos esses materiais que são disponibilizados, que ele tenha perícia para indicar, ou até mesmo contra-indicar, por exemplo, o uso de um determinado software. Outra questão relacionada ao conhecimento curricular é a prática da interdisciplinaridade. É esperado que os professores consigam estabelecer relações entre os conteúdos abordados em sua disciplina e os que são trabalhados paralelamente em outras matérias. Além disso, a familiarização com os conteúdos já vistos pelos alunos e com os que estão por vir, dentro de sua disciplina, é outro ponto que se encaixa como sendo conhecimento curricular.

Shulman (1986) faz uma analogia entre o conhecimento curricular do professor e o conhecimento médico sobre os fármacos:

> [...] O currículo e seus materiais associados são a matéria médica da pedagogia, a farmacopéia dos quais professores retiram ferramentas de ensino que apresentam ou exemplificam um conteúdo particular e remediam ou avaliam a adequação das realizações do estudante. Nós esperamos que

> um médico experiente entenda todos os diferentes tratamentos disponíveis para melhorar certa desordem, assim como as alternativas para circunstancias particulares de sensibilidade, custo, interação com outras intervenções, conveniência, segurança ou conforto. Similarmente, nós temos que esperar que o professor experiente tenha tais entendimentos sobre alternativas curriculares para instrução [...] (p.13).

A comparação proposta pelo autor ressalta a necessidade das constantes atualizações para que se tenha um bom desempenho profissional, independentemente da profissão escolhida. Cabe aos professores conscientizarem-se de que o curso de Licenciatura deve ser considerado, realmente, como uma formação inicial, ou seja, algo necessário para a prática docente, porém não suficiente para seu exercício. Dizemos isso, pois a prática docente exige do professor um amplo conhecimento sobre sua disciplina, bem como sobre práticas pedagógicas, e a deficiência nesses conhecimentos revela o fato de que

> [...] Ensinar conteúdos dos quais não se tem domínio é difícil e os professores usam uma variedade de táticas para lidar com essa tarefa. Alguns professores evitam ensinar o que não conhecem muito bem [...] ao ensinar o que eles não estão seguros, os professores optam por palestrarem sobre o assunto a solicitar que os alunos indaguem o que poderia levar o professor a um território desconhecido [...] Assim o conhecimento, ou a falta dele, no que diz respeito ao conteúdo, pode afetar nas críticas que os professores fazem ao material didático, como eles selecionam esse material para ensinar, como eles estruturam seus cursos, e como eles conduzem o processo de instrução [...] (GROSSMAN; WILSON; SHULMAN, 1989, p. 09).

Cabe ressaltar ainda que as três vertentes da Base de Conhecimentos para o Ensino discutidas em nosso estudo não caminham de modo independente. Como Shulman (1986) e Wilson, Shulman, & Richert (1987) pontuam, elas estão, na maioria das vezes, totalmente ligadas umas às outras. Por esse motivo, podemos dizer que a falta de conhecimento do conteúdo do objeto de estudo, pode influenciar tanto na maneira como o professor ministra o conteúdo em sala de aula, como na sua capacidade de escolher um material do currículo que o auxilie no desenvolvimento de suas atividades.

Algumas pesquisas realizadas com professores apontam o entrelaçamento desses conhecimentos (CURI, 2004; OLIVEIRA e BITTAR, 2008; ESTEVES 2009), mostrando que ao responderem questões elaboradas dentro do contexto de uma das vertentes do conhecimento os professores podem dar respostas ligadas à outra categoria do conhecimento. Para ilustrar essa afirmação, citamos uma declaração de um professor sujeito de nossa investigação anterior (Monografia de Graduação), ao ser questionado sobre a importância do estudo do conteúdo de Funções na Educação Básica: “Considero importante que o professor saiba contextualizar o conteúdo, dando exemplos práticos e interessantes da aplicação de funções, até mesmo em outras disciplinas, como a Física e a Química” (OLIVEIRA e BITTAR, 2008, p. 05). A resposta apresentada pelo professor está claramente ligada àquilo que Shulman (1986) considera como conhecimento curricular, enquanto que a pergunta relacionava-se a vertente conhecimento de conteúdo do objeto de estudo.

Outro ponto discutido por Wilson, Shulman, & Richert (1987) que supomos que irá aparecer ao longo de nossas análises diz respeito aos conhecimentos adquiridos com a experiência, “a sabedoria da prática”. Mesmo tratando de uma pesquisa com professores em início de carreira, acreditamos que os mesmos já apresentam essa categoria do conhecimento, pois a mesma passa a existir a partir do momento em que os professores começam a lecionar. O autor ressalta que um dos pontos a serem trabalhados pelo pesquisador está relacionado a esses conhecimentos, pois cabe a ele “desenvolver representações codificadas da sabedoria prática do professor” (p.11) para que tais conhecimentos possam contribuir para a realização de novos estudos, como também direcionar novas propostas de reforma educacional.

Um resultado importante dos estudos realizados por esse autor e que não poderíamos deixar de abordar, uma vez que vai diretamente ao encontro de nossas aspirações, relaciona-se as influências existentes sobre a prática de futuros professores: as práticas vivenciadas por eles tanto ao longo de sua trajetória escolar como durante o período de formação inicial. Grossman, Wilson & Shulman (1989, p. 03) ressaltam que

> Professores universitários e professores de ensino regular não somente ensinam o conteúdo de seus cursos como também modelam as práticas e estratégias de ensino para os futuros professores em suas salas de aula [...] devemos também lembrar que a educação do professor começa bem antes que os alunos (licenciandos) comecem programas específicos para preparação de profissionais educadores.

Dessa forma, acreditamos que um estudo com professores em início de docência poderá nos revelar tais influências, pois possivelmente nesta fase os mesmos ainda não apresentam em sua prática pedagógica, uma forte influência dos conhecimentos adquiridos ao longo da trajetória profissional (TARDIF, 2002). Em função disso, provavelmente recorrerão, de forma mais acentuada, aos conhecimentos adquiridos na formação inicial para o desenvolvimento de suas atividades.

Considerando a leitura realizada acerca das três vertentes do conhecimento do objeto de estudo definimos duas questões norteadoras de nossa pesquisa: *Quais conhecimentos são mobilizados por um professor de Matemática em início de docência durante as aulas sobre o* *tema funções? Qual a relação existente entre esses conhecimentos e os adquiridos na formação inicial?*

Para dar respostas a essas questões traçamos alguns objetivos que serão apresentados e discutidos na sequência, bem como a metodologia desenvolvida em nosso estudo.

2.3 Objetivo da Pesquisa

O **objetivo geral** dessa pesquisa é investigar a relação entre os conhecimentos adquiridos por um professor na formação inicial e os conhecimentos mobilizados na sua prática pedagógica acerca do tema função.

Para atingir o objetivo geral definimos os seguintes **objetivos específicos** a serem alcançados:

- Identificar e analisar os conhecimentos mobilizados pelo professor para o ensino de funções;
- Investigar os procedimentos mobilizados pelo professor durante suas explicações nas aulas de função;
- Investigar a preparação do professor quanto ao uso de recursos didáticos e seus conhecimentos sobre diretrizes e currículo,
- Analisar a influência desses conhecimentos e procedimentos mobilizados pelo professor no desenvolvimento de suas aulas de função.

Para investigarmos a relação entre os conhecimentos adquiridos na formação inicial sobre função e os mobilizados pelo professor durante suas aulas, precisamos, efetivamente, identificar quais são os conhecimentos mobilizados, acerca desse conteúdo, nas aulas do professor. Além disso, as diferentes explicações realizadas pelo docente, bem como os recursos didáticos utilizados em sua aula também nos oferecem meios de inferirmos sobre a prática desenvolvida pelo professor.

Acreditamos na possibilidade de identificar esses conhecimentos, ao menos em parte, por meio da realização de entrevistas semi-estruturadas com o professor. No entanto, considerando o estudo realizado anteriormente (OLIVEIRA, 2007) sabemos da necessidade do uso de novos instrumentos metodológicos para realizarmos essa investigação acerca das três vertentes da Base de Conhecimentos para o Ensino, em especial, a que se refere ao conhecimento de conteúdo do objeto de estudo.

Sendo assim, buscamos na literatura um aporte teórico-metodológico que proporcionasse meios apropriados para investigarmos tais conhecimentos na prática pedagógica do professor e que permitissem levar em consideração a particularidade do objeto de estudo, ou seja, que considerasse a especificidade da matemática. Nesse sentido, os critérios de análise oferecidos pela Teoria Antropológica do Didático (TAD) vieram ao encontro de nossas necessidades metodológicas para a realização desse estudo, uma vez que os instrumentos propostos pela abordagem antropológica para modelar a atividade matemática podem ser considerados "instrumentos claramente operatórios para realizar uma análise das práticas matemáticas sociais" (BOSCH e CHEVALLARD, 1999, p. 80).

Apresentamos, na sequência, algumas considerações acerca da Teoria Antropológica do Didático, que serão utilizadas nessa investigação, a saber: Praxeologia, Organização Matemática e Organização Didática.

2.4 Elementos da Teoria Antropológica do Didático

2.4.1 Organização Praxeológica

A organização praxeológica ou praxeologia é composta pelos seguintes elementos: tarefa, técnica, tecnologia e teoria. Um conjunto de tipos de tarefas (T) para serem cumpridas necessitam de técnicas (τ) de resolução, isto é, de maneiras de realizá-las. No entanto, uma determinada técnica para ser aceita como verdadeira, necessita de uma justificativa de seu funcionamento, ou seja, de uma tecnologia (θ). A tecnologia, por sua vez, também precisa apresentar sua legitimidade e para isso ela deve ser fundamentada em uma teoria (Θ).

Chevallard (1998) considera a organização praxeológica O = $[\mathrm{T}, \tau, \theta, \Theta]$ como sendo a junção de dois blocos: o prático-técnico $[\mathrm{T}, \tau]$ e o $[\theta, \Theta]$ tecnológico-teórico. O primeiro bloco, voltado para o saber-fazer, é o mais abordado por algumas pesquisas que analisaram livros didáticos (NOGUEIRA, 2008; ARAÚJO, 2008), pois, em muitos desses materiais, há uma grande ênfase no trabalho com a técnica. Tal situação realça, uma vez mais, o fato de que alguns autores de livros didáticos ainda privilegiam o trabalho com a técnica, embora haja discussões acerca da importância de um ensino significativo (PCN, 1998; PNLD, 2008), de forma que leve o aluno a construir o conhecimento e não simplesmente aceitá-lo como algo novo.

O segundo bloco $[\theta, \Theta]$ tecnológico-teórico, está relacionado ao saber. Um tipo de tarefa requer o uso de pelo menos uma técnica de resolução e também de uma tecnologia que justifica essa técnica. Entretanto, a teoria não é vista como uma condição necessária para existência dessa tarefa, o que, em partes, pode ser considerado como uma possível explicação para a ausência de justificativas para as tecnologias empregadas.

Dentro de um estudo praxeológico podemos ter o caso de uma técnica (τ), não ser suficiente para resolver todas as tarefas t $\in$ T (tipos de tarefas), com isso há a necessidade de se utilizar mais de uma técnica. Portanto em uma organização praxeológica, podem existir algumas técnicas que sejam mais abrangentes que outras, em relação à realização de certos tipos de tarefas. Tal abrangência pode ser entendida como o alcance da técnica. No estudo desenvolvido por Nogueira (2008), acerca da resolução de equações do primeiro grau nos livros didáticos, percebe-se claramente essa situação quando os autores propõem atividades em que a técnica considerada como aritmética (operações inversas) não é suficiente para resolver equações do tipo ax + b = cx + d, sendo então necessária a criação de um novo modelo de técnica, chamado, na pesquisa de Nogueira (2008), como técnica algébrica (usa a analogia com a balança em equilíbrio).

A tecnologia, como já mencionado, cumpre o papel da justificativa da técnica. Ela aparece para esclarecer a técnica, explicar a validade de seu funcionamento. Em algumas circunstâncias, podemos ter a existência de apenas uma técnica, nesse caso, essa técnica já apresenta um aspecto tecnológico, ou seja, não há a necessidade de justificativa para seu uso, pois essa técnica é considerada auto-suficiente.

> O fato de que existe em I uma técnica canônica, em princípio a única reconhecida e a única empregada, confere a esta técnica uma virtude "autotecnológica": fazer desta maneira não exige justificativa, porque é uma *boa* maneira de fazer (em I). (CHEVALLARD, 1998, p. 94)

Embora a teoria sirva para justificar a tecnologia, essa justificativa dá-se em um nível mais aprofundado, comparado à relação de justificativa da tecnologia com a técnica. Esse esclarecimento que a teoria proporciona à tecnologia, na maioria dos casos, não aparece de maneira clara, pois em geral, a teoria é apresentada de forma um pouco mais abstrata.

Os elementos até então apresentados, tarefa, técnica, tecnologia e teoria, compõem o quarteto praxeológico da TAD. Entretanto, ressaltamos, uma vez mais, a rara aparição de todos esses elementos tanto nas praxeologias propostas pelos livros didáticos como nas práticas desenvolvidas pelos professores.

Segundo Chevallard (1998) dois aspectos são levados em consideração para melhor compreender o estudo de um determinado tema matemático, os quais devem ser considerados como fundamentais em nossas análises:

- a realidade matemática existente em uma sala de aula onde o tema é estudado, ou seja, a Organização Matemática;
- a maneira pela qual esse tema pode ser estudado nesta sala de aula, isto é, a Organização Didática.

Apresentamos na sequência considerações acerca desses dois aspectos.

2.4.2 Organização Matemática e Organização Didática

Uma Organização Matemática é um estudo praxeológico das atividades matemáticas desenvolvidas pelo professor em sala de aula, ou então das atividades matemáticas que são propostas nos documentos oficiais como o livro didático. Sendo assim, a mesma apresenta tipos de tarefas (T) referentes a conteúdos matemáticos, técnicas (τ) matemáticas de resolução e elementos tecnológicos (θ) e teóricos (Θ) também de natureza matemática.

Ao professor ou então, em outros momentos o pesquisador, cabe a responsabilidade de conduzir o estudo de uma Organização Matemática. Para isso ele deve realizar uma leitura crítica dos manuais de trabalho, como os livros didáticos, tentando verificar a clareza e a objetividade dos conteúdos matemáticos ali apresentados, como também das atividades que são propostas. Salientamos que quando o professor conduz o estudo de uma Organização Matemática, a mesma não se organiza com base nos elementos praxeológicos apresentados anteriormente, embora eles existam mesmo que implicitamente. Essa organização é de responsabilidade do pesquisador que deve possuir um embasamento teórico para tal.

Considerando ainda, o papel do pesquisador na condução de uma pesquisa, acreditamos que o mesmo deve, em alguns momentos, discutir criticamente a teoria adotada no intuito de melhor conduzir as análises. Dizemos isso, pois, como mostraremos a seguir, ao desenvolvermos o estudo, tanto do livro didático como dos protocolos de observação, percebemos a necessidade de realizar certa organização metodológica que não observamos explicitamente no modelo proposto pela TAD.

Conforme fomos construindo as organizações praxeológicas relativas aos tipos de tarefas identificadas para o estudo de Funções, percebemos que essas organizações giravam em torno de dois estudos específicos: um relativo ao conceito de Função de modo geral e outro ligado ao estudo particular de Funções Polinomiais do primeiro grau. Sendo assim, percebemos que a junção dessas várias Organizações Matemáticas *locais*[7] que têm por objetivo um mesmo *tema de estudos* enriqueceria nossas análises, tornando-as mais claras e objetivas. Denominamos essa reunião como um Gênero de Organização Matemática.

Quando referimos a *tema de estudos*, situamos nossa pesquisa de acordo com os níveis de codeterminação didática estabelecida por Chevallard (2009), ou seja, $civilização \Leftrightarrow sociedade \Leftrightarrow escola \Leftrightarrow pedagogia \Leftrightarrow disciplina \Leftrightarrow domínio \Leftrightarrow setor \Leftrightarrow tema \Leftrightarrow questão$. Segundo o autor, um dos problemas do ensino da Matemática centra-se do fato de que, geralmente, a cultura matemática escolar não atribui a devida atenção aos níveis da *disciplina*, do *domínio* e do *setor*, os quais discutem sua organização estrutural de maneira teórica, ou seja, as proposições, os teoremas, etc. Sendo assim, o trabalho do professor, em sala de aula, fica restrito apenas aos níveis de *tema* e *questão*. Lembrando que, o termo *questão* nessa escala assume o sentido de questão de estudo e não de questão interrogativa, pois se trata de um assunto a ser estudado e não de uma interrogação a ser respondida. Na tentativa de identificar tais níveis em nossa pesquisa chegamos ao seguinte esquema:

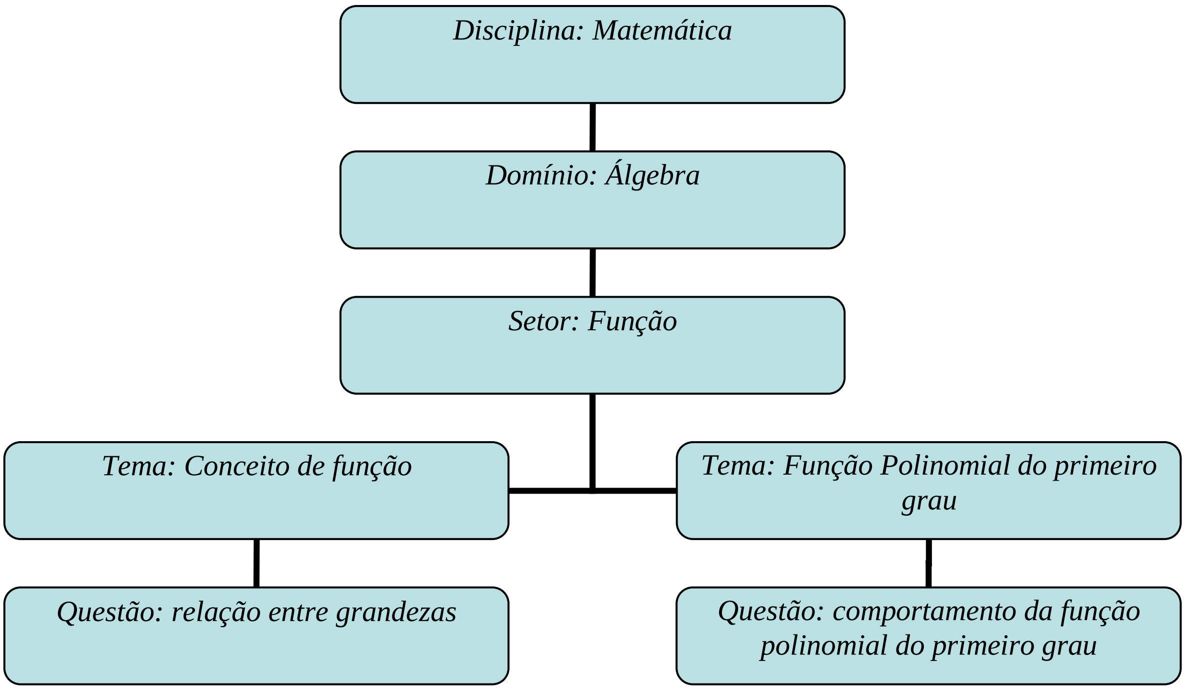


Ilustração 1 – Níveis de codeterminação didática

[7] Segundo Chevallard (1999) as organizações praxeológicas podem ser colocadas em termos de organizações *pontuais*, *locais*, *regionais* e *globais*. Uma organização *pontual* [$T/\hat{o}/\theta/\Theta$] se refere a uma praxeologia que se desenvolve com base em um único tipo de tarefa. A passagem de uma organização *pontual* a uma organização *local* [$T_i/\hat{o}_i/\theta/\Theta$] coloca em evidência a tecnologia θ, ao passo que uma praxeologia *regional* [$T_{ij}/\hat{o}_{ij}/\theta_j/\Theta$] ressalta a teoria Θ. A reunião de várias organizações *regionais* relativas a várias teorias Θ_k corresponde a uma organização *global*.

Retratamo-nos apenas a esses níveis, uma vez que os outros (*civilização*, *sociedade*, *escola*, *pedagogia*) remetem a uma discussão teórica que não será realizada nesse trabalho. Reforçamos que essa é uma tentativa de classificação, uma vez que pouco foi encontrado na literatura, acerca de uma classificação desse tipo. Porém, insistimos na ideia por acreditarmos ser este um caminho fértil e que merece ser explorado, também, em outras pesquisas. Aparentemente, a seguinte dúvida pode ser levantada: Função Polinomial do primeiro grau não seria um subtema de Conceito de função? Pensando matematicamente a resposta é sim, pois o conceito de função sempre será o mesmo, independente dos casos particulares estudados. Entretanto, a separação que realizamos nessa pesquisa está relacionada à maneira como os livros didáticos e, em consequência disso, os professores, iniciam o estudo de Funções. Esses dois temas são apresentados e desenvolvidos separadamente, possivelmente pelo fato de que cada um deles possui focos de estudo diferentes: um destinado à relação entre grandezas (Conceito de Função) e o outro ligado às especificidades da Função Polinomial do primeiro grau.

Consideramos que nossa proposta de organização difere do estudo referente às organizações *pontuais*, *locais*, *regionais* e *globais* e para explicitar melhor a diferença existente entre essas organizações e o modelo de organização que propomos, apresentamos dois diagramas, um que representa uma organização *regional* $[\mathrm{T}_{ij}, \tau_{ij}, \theta_j, \Theta]$ e outro que ilustra nossas considerações.

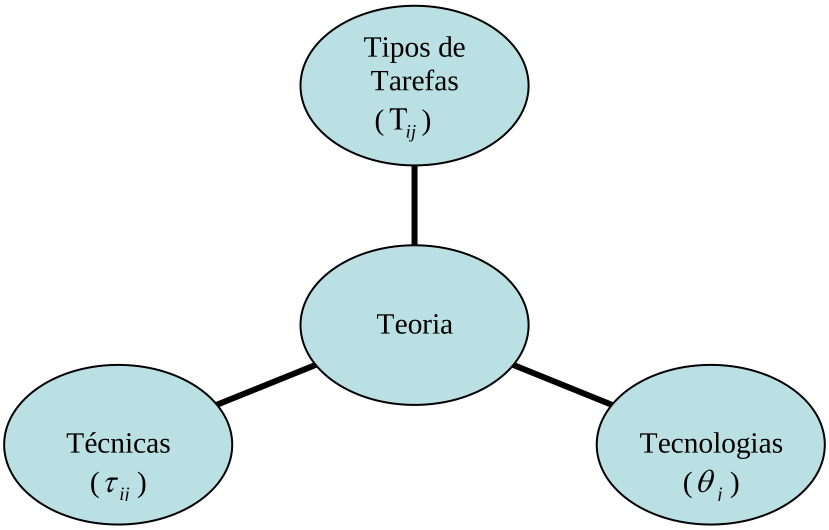


Ilustração 2 - Organização *Regional*

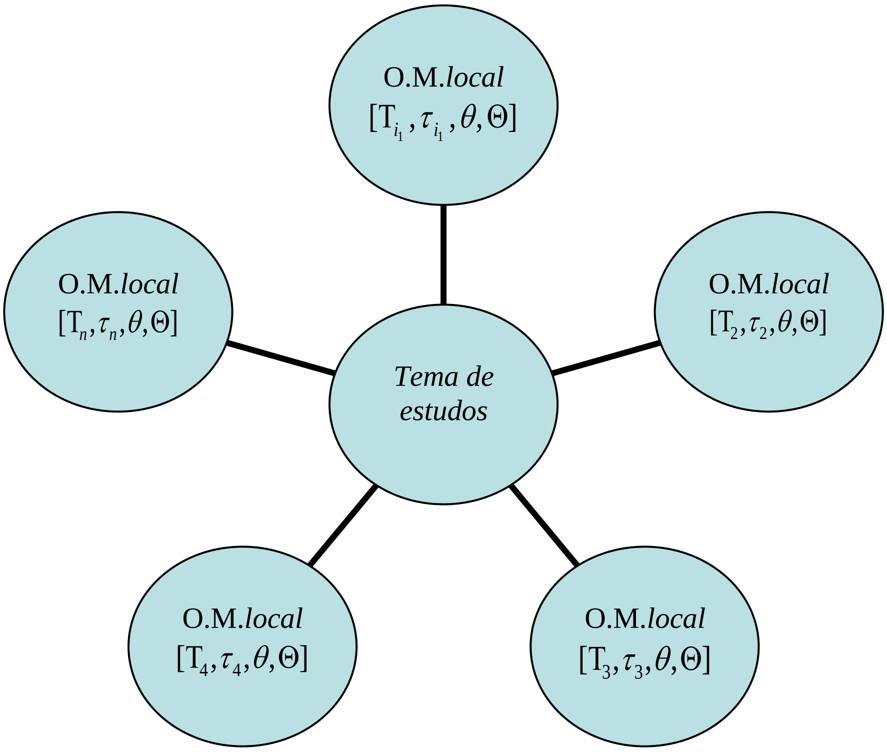


Ilustração 3 - Gênero de Organização Matemática

Pelo diagrama referente à organização *regional* observamos que a ênfase desses tipos de organizações está na abrangência dos elementos praxeológicos dentro de uma praxeologia, neste caso, vemos que uma mesma teoria atende a várias tecnologias, técnicas e tipos de tarefas. O segundo diagrama, que revela nosso estudo, consiste na reunião de várias organizações *locais* ao redor de um mesmo *tema de estudos*.

Sendo assim, essa será a maneira que procederemos no desenvolvimento das análises das Organizações Matemáticas e Didáticas propostas no livro didático e desenvolvidas pelo professor em suas aulas.

Durante o desenvolvimento de uma Organização Matemática, momento em que o professor expõe seu texto do saber (CHEVALLARD, 1998), ele realiza suas escolhas: a melhor maneira de introduzir o conteúdo, as atividades mais adequadas, os conceitos que devem ser apreendidos, entre outras. Essas escolhas do professor podem ser entendidas como uma Organização Didática, que, inclusive, pode acontecer de maneira diferente da proposta pelo livro didático.

O desenvolvimento de uma Organização Didática se dá por meio do estudo de seis momentos didáticos. O estudo desses momentos, além de proporcionar um quadro para análise dos processos didáticos, também oferece ao professor uma reflexão sobre a realização dos diferentes momentos, levando em consideração questões do tipo: Como realizar o primeiro encontro com as organizações matemáticas? Por meio de quais tarefas? Como proceder na institucionalização? Respostas para essas questões levam a pensar na criação de situações didáticas adequadas, que por sua vez, são um tanto complexas de serem elaboradas.

Chevallard (1998) considera que tais momentos didáticos não existem em uma ordem cronológica, eles podem acontecer, em determinadas situações, em ordem diferente da que ele apresenta. Isso dependerá das escolhas do professor, o que incorrerá, consequentemente, em diferentes tipos de ensino, como veremos em seguida.

O primeiro momento é visto como o primeiro encontro com a organização matemática e este pode acontecer de diferentes maneiras, pode ser um momento de (re) encontro com um objeto de estudo por meio algumas tarefas, ou então, um anúncio feito pelo professor de um conteúdo que será estudado. Esse primeiro contato pode ser feito de maneira simples, como também por meio de situações fundamentais de ensino, como, por exemplo, uma situação adidática (BROUSSEAU, 1986).

O segundo momento é destinado à exploração de tipos de tarefas (T) e de elaboração de uma técnica. Esta última atividade é considerada por Chevallard (1998) como o "coração da atividade matemática", isso porque o autor atribui uma maior importância as discussões que levam a resolução do problema, ou seja, os procedimentos adotados que determinam a técnica que o resolverá.

O terceiro momento apresenta-se diretamente relacionado aos outros momentos, nele se dá a elaboração de um bloco tecnológico-teórico, quando serão apresentadas as justificativas das técnicas e das tecnologias. Em alguns casos, dependendo do professor ou do autor do livro, esse pode vir a ser o momento do primeiro encontro com a Organização Matemática. Um exemplo dessa situação pode ser o desenvolvimento de uma aula sobre equações do segundo grau, onde o professor inicia o estudo com a apresentação das definições e logo em seguida demonstra a fórmula de resolução dessa equação. Nesse caso, as atividades que serão propostas, geralmente serão para simples aplicação do saber estudado.

O quarto momento é reservado para o trabalho com a técnica, um meio de buscar formas de torná-la mais eficiente e confiável. Além disso, esse momento possibilita testar o alcance da técnica, sua abrangência na resolução dos tipos de tarefas propostos. Como exemplo, citamos o estudo de resolução de equações do segundo grau: a técnica empregada na resolução de equações do tipo $ax^2 + bx = 0$ pode ser a da fatoração, justificada pela propriedade de que o produto entre dois números é nulo, se e somente se, um dos dois números é zero. Entretanto, tal técnica mostra-se insuficiente para a resolução de equações do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, sendo necessária então a construção de uma nova técnica.

O quinto momento é o da institucionalização dos objetos que farão parte da organização matemática. É o momento em que as perguntas feitas ao professor, pelos alunos, sobre quais resultados eles devem saber, serão formalmente respondidas.

O sexto momento é o da avaliação da Organização Matemática que se articula com o momento da institucionalização. Esse é o momento de fazer uma reflexão sobre todo o estudo realizado, analisando se houve um bom emprego dos tipos de tarefas, das técnicas e dos elementos tecnológicos-teóricos. Ao final de nossas análises apresentamos essa avaliação segundo os critérios propostos por Chevallard (1998).

Embora uma mesma Organização Matemática possa acarretar em diferentes Organizações Didáticas, em qualquer Organização Didática resultante tem-se a ocorrência desses momentos de estudo, pois o conjunto formado pelos mesmos é característico do processo de ensino. Independentemente da instituição considerada, quer seja um livro didático, ou então a prática de um professor, sempre haverá uma apresentação do conteúdo a ser trabalhado e um momento de trabalho com a técnica. Além disso, haverá a ocasião em que o professor, ou o livro didático, apresenta uma espécie de resumo do conteúdo apresentado e focaliza na essência do que foi estudado, fazendo considerações quanto à necessidade de apreensão de determinados conceitos abordados durante o estudo. Um fato que ocorre, no entanto, é que algumas práticas dão maior ênfase a determinados momentos de estudo. Como pontua Gáscon (2003), a prática tecnicista realça o trabalho com a técnica, considerando apenas a técnica pela técnica e destinando ao aluno o simples papel de um "robô" dentro do processo de ensino e aprendizagem. ~~Um~~ Outro modelo de prática que enfatiza o uso de apenas alguns dos momentos de estudo é a prática teoricista. Esta concentra no momento do primeiro encontro a apresentação do conhecimento "pronto", por considerar que, por exemplo, o ensino de Matemática começa e termina no ensino de teorias. Diante desses modelos de Organizações Didáticas podemos então inferir que, possivelmente, diferentes Organizações Didáticas podem levar a diferentes processos de ensino e aprendizagem, mesmo se a Organização Matemática desenvolvida é a mesma.

Nesse sentido, nossa pesquisa poderá fornecer resultados acerca das diferentes Organizações Didáticas mobilizadas no desenvolvimento da mesma Organização Matemática, uma vez que estaremos investigando tanto a prática do professor como a proposta do livro didático para o estudo do conteúdo funções. Ou seja, possivelmente a praxeologia matemática do professor será a mesma do livro didático, entretanto, poderá haver diferenças nas

Organizações Didáticas dessas duas instituições, o que pode ser atribuído, ao menos em parte, a formação inicial do professor.

Uma questão importante a ser considerada no estudo do ensino da matemática está relacionada com a característica de seus objetos: trata-se de objetos que precisam obrigatoriamente de algum tipo de representação e que, ao mesmo tempo, exige que o sujeito abstraia qualquer representação para que o objeto seja apreendido. Assim, é importante que a teoria escolhida para a análise da prática do professor possa fornecer elementos de estudo que considerem essas duas "componentes do objeto". A Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1998) ao realizar um estudo acerca dos objetos ostensivos e não-ostensivos parece fornecer tais elementos. O termo ostensivo, com origem no latim *ostendere* que significa mostrar; representa todo e qualquer objeto que pode ser percebido e manipulado pelo sujeito por meio dos sentidos. Dessa forma, podemos entender como exemplos de objetos ostensivos os sons; os gestos; os grafismos e a própria fala.

Os objetos não-ostensivos representam as idéias e os conceitos, ou seja, elementos que não podem ser vistos ou mostrados. Tais objetos necessitam da utilização de certos objetos ostensivos para poderem ser representados. Podemos utilizar como exemplo a construção do gráfico de uma função, tarefa que requer a manipulação de objetos ostensivos e não-ostensivos em sua resolução. Ainda com relação ao estudo de funções, objeto matemático de nossa pesquisa, alguns objetos ostensivos, como a notação y = f(x) e os gráficos, representam um importante papel no desenvolvimento das atividades.

2.4.3 Avaliação de uma Organização Matemática

Da mesma maneira que a TAD considera que toda atividade humana pode ser descrita com base em um modelo único, a praxeologia, também acredita que toda ação pode ser operada segundo o esquema de quatro tempos *Observar→Analisar→Avaliar→Desenvolver*. Para melhor compreender esse esquema, consideramos aqui um dos exemplos propostos por Chevallard (1998): a ação de um professor ao preparar uma aula. Em primeiro lugar, o professor realiza uma "observação" em vários livros didáticos, fazendo um levantamento dos materiais disponíveis e em seguida "analisa", mesmo que não muito profundamente, o conteúdo presente nesses materiais. Feito isso, ele "avalia" esse conteúdo e por último "desenvolve" sua aula, ou seja, apresenta sua própria leitura do conteúdo, fazendo algumas adaptações que considerar necessárias.

Dentre essas etapas vividas durante uma ação, Chevallard (1998) ressalta a importância da avaliação, considerando esta *um gesto fundamental*. O sentido de avaliação adotado nessa teoria difere do sentido de avaliação instituída pela escola, por exemplo, quando o professor aplica uma prova em sua classe. O sentido por ela considerado possui um caráter mais genérico que engloba, inclusive, a avaliação escolar.

O ato de avaliar pode ser entendido como uma atividade produzida por qualquer pessoa dentro ou fora de uma instituição, desde que essa seja consciente e imparcial no momento da avaliação. É preciso que haja cautela e imparcialidade durante as etapas de observação e análise e um julgamento consciente durante a avaliação. Entretanto, a avaliação sempre será realizada tomando alguns pressupostos como referência, ou seja, o processo de avaliação será sempre relativo. Dessa forma "O valor atribuído a um objeto, com efeito, não é de forma alguma intrínseco, absoluto, porque a atribuição de valor se refere sempre, implicitamente ou não, a um certo *uso social* do objeto avaliado: avalia-se sempre sob *um determinado ponto de vista*" (CHEVALLARD, 1998, p. 114).

Em nossa pesquisa, podemos considerar a ação desenvolvida com base nas quatro etapas apresentadas anteriormente. A coleta de dados e a análise praxeológica tanto do livro didático como dos protocolos de observação podem ser entendidas, respectivamente, como as etapas "observar" e "analisar". A etapa da avaliação será realizada ao final das análises do livro didático e dos protocolos de observação e será baseada nos critérios propostos por Chevallard (1998) acerca dos elementos praxeológicos, nesse momento poderemos inferir sobre a implicação de todo estudo realizado. Por fim as considerações finais da pesquisa podem ser tomadas como a etapa do "desenvolvimento", pois nelas estarão às conclusões por nós retiradas e, possivelmente, algumas sugestões quanto a análise realizada.

2.5 Complementaridade das Abordagens Teóricas

Ao considerarmos para essa pesquisa a Base de Conhecimentos para o Ensino e a Teoria Antropológica do Didático acreditamos nas possibilidades de trocas existentes entre as duas teorias, apesar de suas diferentes origens: as Ciências da Educação e a Didática da Matemática, respectivamente.

A Base de Conhecimentos para o Ensino fundamenta-se sobre uma série de conhecimentos tidos como inerentes à profissão docente, sem que haja um estudo, ou ainda, categorias do conhecimento que tratem a particularidade existente em cada uma das áreas do saber, como a Biologia, a Química, a História, a Matemática, etc. Nesse sentido, a especificidade apresentada pela Teoria Antropológica do Didático para modelar a atividade Matemática, por meio das organizações praxeológicas, se mostra um excelente instrumento para analisar a vertente da Base de Conhecimentos para o Ensino relacionada ao conhecimento de conteúdo do objeto de estudo, quando esse está situado no campo da Matemática. Ou seja, essa teoria permite considerar a especificidade do objeto matemático que está sendo tratado.

Em nossa pesquisa, temos a necessidade de realizar um estudo específico sobre o conteúdo de Funções, tanto para analisar o livro didático utilizado pelo professor, quanto para investigar os conhecimentos mobilizados por ele, sobre esse assunto, durante suas aulas. Além disso, as análises das Organizações Didáticas ressaltam aspectos da categoria do conhecimento pedagógico do objeto de estudo, por meio do estudo das técnicas didáticas empregadas pelo professor durante suas explicações.

Sendo assim, o trabalho conjunto dessas abordagens teóricas possibilita investigarmos tanto os conhecimentos mobilizados pelo professor durante suas aulas, como a relação existente entre esses conhecimentos e a sua formação inicial.

2.6 O Professor Participante

Contamos com a participação de um professor de Matemática para a realização dessa pesquisa. Levando em consideração que nosso principal foco está na realização de uma análise consistente dos dados coletados e não na quantidade de material coletado para a realização das análises, acreditamos que os materiais coletados com esse professor devem ser suficientes para realizarmos nossa pesquisa de maneira satisfatória.

Utilizamos como critério de escolha do professor o fato de o mesmo ter graduação em Licenciatura Plena em Matemática, estar em início de docência, conforme explicitamos anteriormente, e atuar no nono ano do Ensino Fundamental, pois o início do trabalho com o tema função, discutido em nossa pesquisa, se inicia nesse nível escolar. Optamos também por um egresso da Universidade Federal do Mato Grosso do Sul por conhecer alguns deles que se encontram nessas condições e que, possivelmente, aceitariam o convite para participar de nossa pesquisa. Outro fator motivador dessa escolha é o fato de termos acesso aos programas das disciplinas cursadas pelo professor, pois acreditamos que os mesmos serão necessários em nosso estudo.

Nosso primeiro contato foi com o professor Sérgio que prontamente concordou em participar de nossa pesquisa e mostrou-se disposto a colaborar no que fosse possível. Ele concluiu seu curso de formação inicial em 2007 e, em seguida, foi aprovado em concurso público do Município de Campo Grande. Desde então leciona em duas escolas desta prefeitura, inclusive dando aulas no nono ano do Ensino Fundamental. Combinamos com esse professor de começar a observação em sala de aula assim que ele iniciasse o conteúdo de funções, o que ocorreria no início do segundo semestre de 2008.

O professor Sérgio iniciou seu Curso de Graduação no ano de 2004, participando da primeira turma a ser formada seguindo a nova grade curricular do Curso de Licenciatura em Matemática, regida pelas Diretrizes Curriculares Nacionais (BRASIL, 2001) Parecer n.º 1.302/2001 CNE/CES. A nova proposta do Curso considerou uma ampliação do número de disciplinas pedagógicas, incluindo a disciplina Prática de Ensino de Matemática ao longo dos quatro anos da Licenciatura. Mudanças ocorreram também com o Estágio Supervisionado, houve um aumento significativo das horas dedicadas a essa atividade, passando de 102 para 400 horas, além disso, o mesmo passou a ser realizado nos dois últimos anos do Curso, diferentemente da grade anterior, quando o estágio era realizado apenas no último ano do Curso. Nesse novo modelo, no terceiro ano acontece o estágio no Ensino Fundamental e no quarto ano o estágio no Ensino Médio. Houve ainda o acréscimo de Atividades Complementares no currículo, sendo estas necessárias para a obtenção do diploma e contando um total de 200 horas; nessas atividades estão incluídos, por exemplo, a participação em eventos ou projetos de extensão, elaboração de trabalhos de iniciação científica e monografia de graduação.

Portanto, temos como professor colaborador de nossa pesquisa, Sérgio, iniciante na carreira docente e que se mostrou interessado e comprometido com o trabalho que propusemos realizar.

2.7 Instrumentos Metodológicos

Considerando os objetivos anteriormente apresentados, os instrumentos metodológicos adotados para a realização dessa pesquisa foram: os protocolos de observação em sala de aula, o livro didático utilizado pelo professor e seu planejamento didático, entrevistas semi-estruturadas e as ementas das disciplinas do curso de formação inicial de Sérgio.

Tendo em vista que o foco de nossa pesquisa é investigar na prática do professor seus conhecimentos sobre o tema Função, e o referencial teórico-metodológico que nos apontou um caminho para realizarmos essa investigação, a análise das Organizações Matemática e Didática colocadas em prática pelo professor, optamos pela realização de protocolos de observação de suas aulas. Acreditamos que dessa forma poderíamos visualizar de que maneira Sérgio trabalha o conteúdo com os alunos, quais atividades são propostas e quais procedimentos são utilizados em suas resoluções e, além disso, teríamos a oportunidade de conhecer as estratégias didáticas mobilizadas durante as explicações.

Ressaltamos a importância do preparo do pesquisador antes de se inserir no ambiente pesquisado. Em nossa pesquisa, cujo cenário a ser observado é uma sala de aula, é necessário que haja extrema concentração durante as observações, pois a diversidade de elementos existentes nesse espaço pode desviar a atenção do pesquisador de seu foco de observação, que em nosso caso é a prática do professor. Conforme Viana (2007, p. 88)

> Ao fazer uma observação, o pesquisador vai se deparar com uma multiplicidade de estímulos oriundos do mundo da escola e que deverão ser selecionados, a fim de que o observador se fixe - concentre a sua atenção - naqueles que são realmente imperativos para a obtenção de informações claras e confiáveis para uma análise de determinado problema. A capacidade de observar do ser humano é bastante limitada e o trabalho, certamente, não terá uma conclusão com o êxito esperado se o observador não concentrar sua atenção em determinados aspectos fundamentais para a pesquisa.

Além disso, destacamos que a realização de uma observação exige do pesquisador uma fundamentação teórica consistente em relação à natureza dos fatos a serem observados e uma definição com antecedência dos principais aspectos a serem levados em consideração durante essa observação. Vianna (2007) enfatiza que a prática da observação sem uma estruturação teórica pode acarretar na produção de elementos dispersos e, em alguns casos, desprezíveis em relação aos objetivos da pesquisa. Dessa forma, antes de iniciarmos esse período, nos atemos ao estudo dos elementos, da Teoria Antropológica e da Base de Conhecimentos, que seriam foco de nossas observações.

Nos protocolos que realizamos, anotamos todos os registros feitos pelo professor na lousa, bem como algumas observações acerca de seus procedimentos que consideramos representativos para nosso estudo. Além desse instrumento, tivemos a oportunidade de gravar, em áudio, todas essas aulas, o que proporcionou um rico acesso a fala do professor, permitindo usar a mesma durante nossas análises.

Complementando esses dados, o professor concedeu cópias de seu planejamento didático, realizado semanalmente, para o trabalho com esse conteúdo. Nesse material, observamos os objetivos a serem alcançados no desenvolvimento das aulas, bem como os encaminhamentos didáticos e formas de avaliação.

Outro instrumento utilizado para complementar os dados coletados durante a observação e análise do planejamento é a entrevista semi-estruturada. Além disso, essa ferramenta permitirá conhecermos melhor a formação inicial vivenciada por Sérgio, principalmente, pelo fato de que teremos o seu olhar sobre sua formação.

Segundo Lüdke e André (2004, p. 34) a realização de entrevistas semi-estruturadas "[...] se desenrola a partir de um esquema básico, porém não aplicado rigidamente, permitindo que o entrevistador faça as necessárias adaptações". Lembramos que, no momento da entrevista, o entrevistador deve ser empático, ou seja, ele deve se colocar no lugar do entrevistado e tentar enxergar a situação da sua perspectiva (FONTANA e FREY, 1994). Desta forma, a entrevista poderá se desenvolver de maneira agradável e satisfatória para ambas as partes, em especial, para o pesquisador que busca nesse instrumento um meio de obter as informações necessárias para o desenvolvimento de seu trabalho.

Dentre os elementos que compõem a prática do professor, o livro didático assume um patamar de destaque. Devido a isso, a análise desse material se fez necessária pelo fato de que parte do trabalho desenvolvido pelo professor em sala de aula se baseia na proposta apresentada pelo livro (ZUFFI, 1999). Poderíamos ainda dizer que essa análise proporciona uma previsão e possível descrição da prática desenvolvida pelo professor, uma vez que, tal material, em muitos casos, é a única fonte de referência para o preparo de suas aulas. Conforme Nogueira (2008, p. 47, grifo nosso) "acreditamos que ao optar pela adoção de determinada coleção, o educador o faça **escolhendo aquela que mais se aproxime** de suas crenças ou **de sua prática pedagógica**". Ressaltamos que não estamos afirmando que o professor participante da pesquisa não faça uso de outros materiais no preparo de suas aulas, apenas estamos nos apoiando nos documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental que afirmam:

> Não tendo oportunidade e condições para aprimorar sua formação e não dispondo de outros recursos para desenvolver as práticas da sala de aula, os professores apóiam-se quase exclusivamente nos livros didáticos, que, muitas vezes, são de qualidade insatisfatória[8]. (BRASIL, 1998, p.21)

[8] Fazemos uma pequena ressalva quanto a essa observação contida nos Parâmetros Curriculares Nacionais. Esse material foi produzido em 1998 e de desde então nota-se uma melhora na qualidade dos livros didáticos, segundo as avaliações realizadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD).

A leitura do Guia do Programa Nacional do Livro Didático - PNLD - referente aos livros didáticos analisados contribuirá para a realização de nossa análise, pois o mesmo proporcionará uma visão geral da obra, discorrendo sobre suas principais características em relação à apresentação dos conteúdos, à metodologia de ensino e à contextualização das atividades matemáticas. Além disso, são tecidas algumas considerações sobre o manual do professor, o que justifica uma vez mais a utilização desse Guia, já que provavelmente o manual deve ser uma das fontes utilizadas pelo professor para o preparo de suas aulas. Os Parâmetros Curriculares Nacionais, também servirão de apoio em nossa análise, nos orientando quanto à maneira como deve ser realizado o trabalho com o conteúdo de Funções no Ensino Fundamental.

Na análise da Organização Matemática do conteúdo de Funções, evidenciaremos as praxeologias propostas pelos autores por meio dos tipos de tarefas e das técnicas utilizadas em sua resolução. Além disso, tentaremos expressar de que maneira se dão as justificativas das técnicas apresentadas nas atividades, ou seja, como são abordadas as questões relativas aos elementos do bloco saber - tecnologia e teoria - pois conforme revelam algumas pesquisas, Nogueira (2008) e Araújo (2009), tais elementos são raramente enfatizados pelos livros didáticos. Paralelamente a essa análise, discutiremos a Organização Didática proposta pelos autores, considerando os momentos de estudos ou momentos didáticos presentes no desenvolvimento das atividades.

O último instrumento que apresentamos é o estudo da matriz curricular do Curso de Licenciatura vivenciado por Sérgio. Consideramos essa análise para que pudéssemos discutir, com maior clareza e precisão, os conhecimentos trabalhados nesse Curso tanto no que diz respeito ao tema Função como no que se refere aos conhecimentos pedagógicos e curriculares. Trazemos na sequência a análise desse material embasada pelas Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Licenciatura em Matemática e por pesquisas que discutem o currículo da formação inicial. Destacamos ainda, o uso da fala de Sérgio durante as análises, fato que permitirá compreendermos melhor a estrutura de algumas disciplinas.

2.8 Um estudo de algumas disciplinas cursadas por Sérgio na formação inicial

Uma vez que temos por objetivo geral investigar a relação existente entre os conhecimentos adquiridos na formação inicial e os mobilizados por Sérgio em sua prática pedagógica, acreditamos ser necessário realizar um breve levantamento das disciplinas por ele estudadas na graduação.

Restringimos-nos apenas ao estudo daquelas que, de certa forma, contemplaram os conhecimentos focos de nossa pesquisa, ou seja, o conteúdo de Funções e os conhecimentos pedagógicos e curriculares. Observamos que dentre as 29 disciplinas que compõem a matriz curricular do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (Quadro 1), apenas 8 apresentam, explicitamente, em sua ementa ou em seu programa, o conteúdo de Funções. São elas: Introdução ao Cálculo, Fundamentos de Cálculo I, Álgebra I, Fundamentos de Cálculo II, Matemática Aplicada II, Introdução a Análise Real, Prática de Ensino de Matemática II e Prática de Ensino de Matemática III. As disciplinas específicas da Licenciatura, ou seja, as que tratam as questões pedagógicas são: Estrutura e funcionamento do Ensino Fundamental e Médio, Prática de Ensino de Matemática I, II, III e IV, Psicologia do desenvolvimento e da aprendizagem, Educação Especial e Estágio Supervisionado no Ensino Fundamental e no Ensino Médio e Fundamentos de Didática. O Quadro 1 apresenta as distribuições das disciplinas ao longo dos quatro anos do Curso.

Série	**Disciplina**	**CH**
1ª série	Introdução à lógica, com ênfase na leitura e produção de textos de Matemática	68
	Estrutura e funcionamento do Ensino Fundamental e Médio	68
	Geometria Analítica	68
	Matemática Aplicada I	68
	Introdução à Probabilidade e a Estatística	68
	Construções Geométricas	136
	Introdução ao Cálculo	136
	Prática de Ensino de Matemática I	136
2ª série	Fundamentos de Cálculo I	136
	Fundamentos de Didática	68
	Física Básica para Matemática I	68
	Vetores e Geometria Analítica	68
	Introdução à Álgebra Linear	68
	Prática de Ensino de Matemática II	68
	Psicologia do desenvolvimento e da aprendizagem	68
	Álgebra I	136
3ª série	Fundamentos de Cálculo II	136
	Elementos de Geometria	136
	Álgebra II	136
	Matemática Aplicada II	68
	Física Básica para Matemática II	68
	Prática de Ensino de Matemática III	68
	Estágio Supervisionado no Ensino Fundamental	200
	Educação Especial	34
	Introdução à Análise Real	136
	Evolução da idéias da Matemática e Resolução de Problemas	68

4ª série	Matemática Aplicada III	68
	Prática de Ensino de Matemática IV	136
	Estágio Supervisionado no Ensino Médio	200

Quadro 1 – Matriz Curricular do Curso de Licenciatura em Matemática da UFMS

Apresentamos inicialmente as disciplinas que trabalham o conteúdo de Funções; de imediato observamos distinções entre as abordagens propostas por cada uma delas. Algumas apresentam as noções básicas desse conteúdo como uma espécie de retomada da Educação Básica (Introdução ao Cálculo, Prática de Ensino de Matemática II e Prática de Ensino de Matemática III), outras são dedicadas a um estudo mais aprofundado, próprio do Ensino Superior (Fundamentos de Cálculo I, Álgebra I, Fundamentos de Cálculo II, Matemática Aplicada II e Introdução a Análise Real).

Nossa observação ratifica a colocação de Sérgio durante a entrevista quando perguntamos a ele sobre como teria sido o trabalho com o conteúdo de Funções durante sua graduação, se havia alguma relação com o que ele trabalha em sala de aula:

> Olha, teve no próprio Cálculo 1, Cálculo 1 não, Introdução ao cálculo e nas Práticas quando a gente trabalhou com software, alguma coisa de como a gente ta passando (para o aluno) e os estudos que a gente fez em cima. Mas foi mais feito na parte de Introdução ao Cálculo no primeiro ano. (as outras disciplinas eram em um nível) mais avançado eu acho. (Sérgio em entrevista)

A formação inicial vivenciada por Sérgio parece ter atendido, aparentemente, parte das exigências existentes nas Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura, uma vez que houve uma retomada de conteúdos da Educação Básica, no que se refere a Funções, e também um trabalho com softwares educacionais. Segundo o Parecer n.º 1.302/2001 CNE/CES (BRASIL, 2001, p. 06)

> Para a licenciatura serão incluídos, no conjunto dos conteúdos profissionais, os conteúdos profissionais, os conteúdos da Educação Básica [...]
> Desde o início do curso o licenciando deve adquirir familiaridade com o uso do computador como instrumento de trabalho, incentivando-se sua utilização para o ensino de Matemática, em especial para formulação e resolução de problemas.

Quanto ao uso do computador, observamos que, praticamente, todas as disciplinas que estamos considerando, ao menos em sua ementa, contemplam o uso dessa tecnologia em seu desenvolvimento. Entretanto, não se pode afirmar que tal prática tenha sido efetuada pelos professores de Sérgio. Novamente nos apoiamos em sua fala que confirma ter trabalhado com esse recurso nas disciplinas de Prática de Ensino de Matemática III e no Estágio Supervisionado.

> [...] o que a gente mais usou como ferramenta para nós foi o Maple, em Matemática Aplicada II que foi utilizado bastante. E como objeto de estudo, assim, pra gente ta conhecendo ele, estudando profundamente não, mas conhecendo as aplicações de cada um a gente teve uma disciplina que abordou isso aí, (foi em) Prática de Ensino III. Aí também a gente desenvolveu trabalhos no estágio, então a gente teve que aprofundar um pouco mais o que a gente viu em sala, a gente manipulou ele (o software *graphmatica* e *graphequation*) e depois teve que estudar outros meios, as funções que cada um tem, voltando pro nosso trabalho do estágio. (Sérgio em entrevista)

Trazemos, na sequência, as estruturas das três disciplinas que, segundo Sérgio, trabalharam o conteúdo de Funções de forma mais próxima da Educação Básica:

<u>DISCIPLINA:</u> Introdução ao Cálculo - Carga Horária: 136 horas
<u>OBJETIVOS:</u> Rever os conteúdos básicos sobre funções reais de variável real necessários num curso de cálculo. Apresentar a noção intuitiva de limite, bem como alguns exemplos simples desta noção; Resolver problemas envolvendo funções e calcular limites simples. Esboçar gráficos de funções reais de uma variável real. Utilizar o *software MAPLE V* como ferramenta de apoio ao estudo.
<u>PROGRAMA:</u> 1. Linguagem básica dos conjuntos. – Conceitos primitivos; Operações com conjuntos; Conjuntos numéricos; **2. Números reais -** Números racionais e irracionais; Representação decimal do números racionais e irracionais; Axiomas de corpo ordenado; Valor absoluto; Intervalos na reta; Mudança de base; Equações e inequações do primeiro e segundo graus; Inequações com valor absoluto; **3. Funções elementares -** Plano cartesiano; Funções e gráficos; Funções linear e afim; Função quadrática; Função polinomial; Função racional; Funções sobrejetora, injetora e bijetora; Função composta e função inversa; Função raiz quadrada; Função definida por várias sentenças abertas; Funções crescente, decrescente, par e ímpar; Funções periódicas; **4. Funções trigonométricas** – Seno, co-seno, tangente, cotangente, secante e co-secante; Identidades trigonométricas; Funções trigonométricas inversas; **5. Função exponencial** – Potência; Função exponencial; **6. Função logarítmica -** Logaritmo natural; Sistemas de logaritmos; Função logarítmica; **7. Noções de limites** – Definição; Propriedades dos limites; Limites infinitos e no infinito; Cálculos de limites.

Quadro 2 – Introdução ao Cálculo

<u>DISCIPLINA:</u> Prática de Ensino de Matemática II - Carga Horária: 68 horas
<u>OBJETIVOS:</u> Desenvolver um referencial teórico e metodológico para fundamentar as atividades pedagógicas referentes à Educação Matemática em nível quarto ciclo do ensino fundamental; Examinar algumas das concepções mais significativas quanto aos valores e objetivos da Educação Matemática em nível do quarto ciclo do ensino fundamental; Estudar possibilidades de uso de novas tecnologias em particular da calculadora, aplicativos como Word e Excell e de *software* como *Cabri Géomètre*, *Logo,...* como ferramentas de apoio ao estudo de conteúdos do quarto ciclo do ensino fundamental; Analisar, de forma crítica, atividades propostas para o desenvolvimento de conteúdos e metodologias de matemática em nível quarto ciclo do ensino fundamental; Resolver problemas na passagem da aritmética para a álgebra, fazendo uso da linguagem simbólica da Matemática; Planejar atividades pedagógicas referentes aos conteúdos de equações, geometria, tratamento e apresentação de

dados, por meio de situações compatíveis com o quarto ciclo do ensino fundamental; Analisar, de forma crítica, livros didáticos e elaborar projetos de aprendizagem para os três primeiros ciclos do ensino fundamental.
PROGRAMA: **1. Ciclo IV (7ª e 8ª. séries) Parâmetros curriculares nacionais -** Estudar propostas contidas nos PCN para o ciclo IV concernente a conteúdos e metodologias de Matemática para o Ensino Fundamental; Valores e objetivos da educação matemática em nível do quarto ciclo do ensino fundamental; Introdução ao estudo dos conceitos algébricos (letras, expressões, relações, cálculos algébricos com objetos abstratos); Fazer um estudo inicial de conceitos, definições e propriedades gerais figuras geométricas, tais como congruência, semelhança, ângulos, paralelismo, classificação de quadriláteros e outras propriedades; Introdução à geometria dedutiva por meio de formulação de propriedades e produção de diversos tipos e níveis provas de teoremas fundamentais (soma dos ângulos internos de um polígono, ângulos interno e central de uma circunferência, Tales, Pitágoras e outros); Resolução de problemas sobre conteúdos do quarto ciclo do ensino fundamental; Análise de atividades relativas à coleta e tratamento da informação. **2. Uso de novas tecnologias no quarto ciclo (*Excel, Cabri-Géomètre, ...)* -** Possibilidades de inserção do computador no ensino e na aprendizagem; Análise de atividades para o quarto ciclo do ensino fundamental por meio do uso de software. **3. Análise de livros didáticos -** Análise de livros didáticos a partir do Guia do Livro Didático - Projeto Nacional do Livro Didático (PNLD) concernente à Matemática do Ensino Fundamental. **4. Projetos de Aprendizagem nos ciclos III e IV do Ensino Fundamental -** Análise de projetos de aprendizagem em livros, revistas e na internet.

Quadro 3 – Prática de Ensino de Matemática II

DISCIPLINA: **Prática de Ensino de Matemática III -** Carga Horária: 68 horas
OBJETIVOS: Desenvolver um referencial teórico e metodológico para fundamentar as atividades pedagógicas referentes à Educação Matemática no ensino médio; Examinar algumas das concepções mais significativas quanto aos valores e objetivos da Educação Matemática em nível de ensino médio; Integrar teoria e prática em situações reais ou o mais próximo possível do real, possibilitando a aplicação dos conhecimentos adquiridos ao longo do curso; Adequar a formação do aluno para um domínio do conteúdo de Matemática presente no Ensino Médio; Analisar, de forma crítica, atividades propostas para o desenvolvimento de conteúdos e metodologias de matemática em nível do ensino médio; Oportunizar a demonstração de atitudes críticas no domínio do conteúdo matemático e na metodologia de ensino; Resolver problemas concernentes a conteúdos matemáticos do ensino médio; Estudar possibilidades de uso de novas tecnologias em particular dos *software* Graphequation, Graphmatica, *Cabri Géomètre, Logo*,... como ferramentas de apoio ao estudo de conteúdos do ensino médio; Analisar, de forma crítica, livros didáticos e elaborar projetos para o ensino médio; Integrar teoria e prática em situações reais ou o mais próximo possível do real, possibilitando a aplicação dos conhecimentos adquiridos ao longo do curso; Propiciar ao aluno uma avaliação do trabalho acadêmico desenvolvido no transcorrer do curso; Adequar a formação do aluno para um domínio do conteúdo de Matemática presente no Ensino Médio e Fundamental; Oportunizar a demonstração de atitudes críticas no domínio do conteúdo matemático e na metodologia de ensino. Desenvolver atitudes e habilidades didático-pedagógicas concernentes ao tratamento de conteúdos de matemática do ensino médio.
PROGRAMA: **1.** Estudar propostas contidas nas diretrizes curriculares concernentes a conteúdos e metodologias de Matemática para o Ensino Médio. **2.** Valores e objetivos da educação matemática em nível do ensino médio. **3.** Introdução ao estudo de funções (construções e conversões de tabelas, leis de formação e gráficos). **4.** Aprofundar o estudo de conceitos, definições, propriedades gerais de figuras geométricas uni, bi e tridimensionais, incluindo perímetros, áreas e volumes. **5.** Retomada do estudo da geometria dedutiva, por meio de formulação de propriedades e produção de diversos tipos e níveis provas, de teoremas fundamentais. **6.** Aprofundamento do estudo sobre coleta e tratamento de dados (Introdução à probabilidade e estatística). **7.** Resolução de problemas sobre conteúdos do ensino médio. **8.** Elaboração de home page. Estudo de software educacionais. Elaboração de atividades com recursos computacionais. Pesquisar, em sites da internet, atividades, projetos, pesquisas, software, ... relativos ao ensino de Matemática.

Quadro 4 – Prática de Ensino de Matemática III

Além de contemplar o trabalho com os conteúdos da Educação Básica, que devem ser de domínio efetivo dos "aspirantes à docência" (PIRES, 2002, p. 55), as disciplinas de Prática de Ensino de Matemática II e III explicitam, em seus objetivos, discussões acerca do uso de softwares educacionais (*Cabri-Géomètre, Logo, Graphequation*, *Graphmatica*) e análise de livros didáticos com base no PNLD – Programa Nacional do Livro Didático. Tal fato mostra uma contribuição efetiva da formação inicial de Sérgio para a constituição de uma base de conhecimentos curriculares, segundo a perspectiva da Base de Conhecimentos para o Ensino (SHULMAN, 1986). Observamos ainda que a proposta de análise de livros didáticos é fundamentada em um instrumento utilizado pelo MEC – Ministério da Educação – para a análise desses materiais que são distribuídos às escolas públicas, ou seja, há uma orientação específica e respaldada para esse trabalho.

Além disso, há uma aparente preocupação em discutir os conteúdos da Educação Básica do ponto de vista do ensino:

> Analisar, de forma crítica, atividades propostas para o desenvolvimento de conteúdos e metodologias de matemática em nível do Ensino Médio; Oportunizar a demonstração de atitudes críticas no domínio do conteúdo matemático e na metodologia de ensino. (EMENTA PRÁTICA DE ENSINO DE MATEMÁTICA III)

Segundo Pires (2002, p.56) "os professores em formação precisam conhecer, os conteúdos definidos nos currículos da educação básica, pelo desenvolvimento dos quais serão responsáveis, as didáticas próprias de cada conteúdo e as pesquisas que as embasam". Tais discussões reforçam a importância das disciplinas de Prática de Ensino em um curso de formação inicial, para Sérgio elas são "a alma dos cursos de licenciatura". Outro aspecto positivo é sua ocorrência ao longo dos quatro anos de licenciatura, dizemos isso, pois dessa forma questões relacionadas ao Ensino Fundamental e ao Ensino Médio, campo de atuação do licenciado, são mais bem distribuídas e, possivelmente, melhor discutidas durante o Curso.

Entretanto, apesar de ser fundamental o trabalho com os conteúdos da Educação Básica é também essencial que exista um aprofundamento, na licenciatura, dos conteúdos específicos da disciplina. Conforme pontua Pires (2002, p. 55)

> [...] aquilo que o professor precisa saber para ensinar não é equivalente ao que seu aluno vai aprender: além dos conteúdos definidos para as diferentes etapas da escolaridade nas quais o futuro professor atuará, sua formação

> deve ir além desses conteúdos, incluindo conhecimentos necessariamente a eles articulados, que compõem um campo de ampliação e aprofundamento da área.

Da mesma maneira, segundo Shulman (1986) e Tardif (2000) os cursos de Licenciatura devem oferecer ao futuro professor uma visão ampla de sua área específica, permitindo a eles um entendimento profundo dos conteúdos que são abordados tanto na Educação Básica com no Ensino Superior. Sendo assim, expomos na sequência as ementas das disciplinas que apresentam, de maneira mais elaborada, o conteúdo de funções em seu programa.

DISCIPLINA: Fundamentos de Cálculo I - Carga Horária: 136 horas
Programa: 1. Limite – Definição; Propriedades dos limites; Cálculo de limites; Limites infinitos e no infinito; Função contínua; Teorema do valor intermediário; Máximos e mínimos de funções em intervalos fechados; **2. Derivada** – Definição; Retas tangente e normal; Regras de derivação; Regra da cadeia; Derivação implícita; Taxa de variação; **3. Aplicações da derivada** - Teorema de Rolle; Teorema do valor médio; Máximos e mínimos; Regras de L'Hospital; Esboço de gráficos; Fórmula de Taylor; **4. Integral** – Primitivas; Integral de Riemann; Teorema Fundamental do Cálculo; Técnicas de integração; Integrais impróprias; **5. Aplicações da Integral** – Cálculo de áreas; Volume de sólidos de revolução; Volume de sólidos quaisquer; Área de superfície de revolução; Comprimento de arco.

Quadro 5 – Fundamentos de Cálculo I

DISCIPLINA: Fundamentos de Cálculo II - Carga Horária: 136 horas
Programa: 1. Seqüências e séries infinitas – Seqüências e séries infinitas; Critérios de convergência de séries; Séries de potência; Aplicações. **2. Curvas no plano e no espaço** – Funções vetoriais; Equações paramétricas de uma curva; Derivadas de funções vetoriais; Comprimento de arco; Coordenadas polares. **3. Cálculo diferencial de funções de várias variáveis** – Funções de várias variáveis; Limites e continuidade; Derivadas parciais; Diferenciais; Derivadas direcionais; Gradiente; Regra da cadeia; Planos tangentes e normais à superfícies; Aplicações. **4. Máximos e mínimos -** Extremos de funções de duas e três variáveis; Máximos e mínimos com restrições. **5. Integrais múltiplas** – Integrais duplas e triplas; Coordenadas cilíndricas e esféricas; Mudança de variáveis em integrais múltiplas; Área e volume; Aplicações.

Quadro 6 – Fundamentos de Cálculo II

DISCIPLINA: **Álgebra I -** Carga Horária: 136 horas - Disciplina anual
Programa: 1. Funções – Relações; Função; Função injetora; Função sobrejetora; Função bijetora; Composição de funções; Função inversa. **2. Operações** – Operações binárias; Propriedades algébricas; Elementos identidade e elementos inversos. **3. Números inteiros** – Propriedades elementares; Regra de sinais; Valor absoluto; Boa ordenação e Indução; Divisibilidade; Algoritmo da divisão; Sistema de numeração; Máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum; Números Primos; Teorema fundamental da aritmética; Sobre a distribuição de números primos; Função sigma; Alguns algoritmos da Teoria dos números no MAPLE V. **4. Congruência** – Equações diofantinas elementares; Congruências e suas propriedades; Sistemas completos de restos; Congruências Lineares; Sistemas de congruências lineares; Teorema do Resto Chinês; A função $\varnothing$ de Euler; Aritmética módulo *m;* Usando o MAPLE no estudo das congruências; Sistema de criptografia RSA e outras aplicações. **5. Anéis** – Anéis, Domínios de Integridade e Corpos; Ideais e anéis quocientes; Homomorfismos de anéis; O corpo de frações de um Domínio de Integridade. **6. A construção do Conjunto Z** – A construção do conjunto dos números inteiros, a partir dos números naturais. **7. Números racionais** – A construção do conjunto dos números racionais, a partir dos números inteiros; Representação decimal; Dízimas periódicas; Numeração decimal;

Quadro 7 – Álgebra I

DISCIPLINA: **Introdução à Análise Real -** Carga Horária: 136 horas
Programa: 1. Conjuntos enumeráveis e não enumeráveis – Conjuntos finitos e infinitos; Conjuntos enumeráveis; Conjuntos não enumeráveis. **2. O corpo dos números reais** – Corpos; Corpos ordenados; Os números reais. **3. Seqüências e séries numéricas** – Seqüências; Limite de uma seqüência; Propriedades dos limites; Subseqüências; Seqüências de Cauchy; Limites infinitos; Séries numéricas. **4. Topologia da reta** – Conjuntos abertos; Conjuntos fechados; Pontos de acumulação; Conjuntos compactos. **5. Limites de funções** – Definição e propriedades do limite; Limites laterais; Limites no infinito, limites infinitos. **6. Funções contínuas** – Definição e propriedades; Funções contínuas em intervalos; Funções contínuas em conjuntos compactos; Continuidade uniforme. **7. Derivadas** – Definição e propriedades; Teorema do valor médio; Máximos e mínimos; Fórmula de Taylor. **8. Integral de Riemann** – Integral superior e integral inferior; Funções integráveis; O Teorema Fundamental do Cálculo; Caracterização das funções integráveis; Logaritmos e exponenciais. **9. Seqüências e séries de funções** – Convergência simples e convergência uniforme; Propriedades da convergência uniforme; Séries de potências.

Quadro 8 – Introdução a Análise Real

DISCIPLINA: **Matemática Aplicada II -** Carga Horária: 68 horas
Programa: 1. Zeros de funções – Localização de raízes; Métodos iterativos; Comparação dos métodos. **2. Ajustes de curvas -** Modelos lineares; Modelos não lineares: exponenciais e logarítmicos; Interpolação polinomial; Método dos mínimos quadrados. **3. Integração numérica** – Aproximação pela Soma de Riemann; Aproximação Trapezoidal; Aproximação pelo ponto médio; Regra de Simpson; Estimativas de erro. **4. Aplicações em Álgebra Linear** – Circuitos elétricos; Programação linear geométrica; Modelos econômicos de Leontief; Criptografia.

Quadro 9 – Matemática Aplicada II

Os programas dessas disciplinas condizem com a colocação de Sérgio a respeito de elas tratarem, de maneira mais avançada, o conteúdo de Funções. Isso pode justificar-se pelo fato de esse tema não ser o foco de estudo dessas disciplinas; temos a impressão que esse conteúdo é utilizado nesse momento como uma ferramenta e não como um objeto de estudo.

Observando a matriz curricular do Curso vivenciado por Sérgio, podemos inferir que a mesma se distancia do antigo modelo 3 + 1 das licenciaturas em Matemática, ou seja, os três primeiros anos dedicados à formação matemática e o último ano destinado às disciplinas pedagógicas[9]. Além das disciplinas de Prática de Ensino, que ocorrem durante os quatro anos, temos as disciplinas: Estrutura e funcionamento do Ensino Fundamental e Médio, Fundamentos de Didática, Psicologia do desenvolvimento e da aprendizagem, Estágio Supervisionado no Ensino Fundamental, Estágio Supervisionado no Ensino Médio e Educação Especial, distribuídas ao longo do Curso.

Sérgio coloca que as disciplinas de Prática de Ensino I, II, III e IV, dentre as pedagógicas, foram as mais importantes para ele durante a formação inicial, em especial, as três primeiras:

> [...] acho que é necessário pra quem for ser professor e pra quem ta saindo ali. Na medida do possível a gente trabalhava ali com situações que poderiam ocorrer dentro da sala de aula, ali você não estudava tudo, mas você conseguia ter uma visão geral do que seria necessário pra você montar uma aula [...] eu acho que as quatro eram necessárias, porque trabalhavam pontos diferentes. Mas eu acho que as três primeiras, para o que eu estou trabalhando, foram o ideal, marcou mais. (Sergio em entrevista)

Ainda com relação às disciplinas pedagógicas, ele pontua que apesar de ter trabalhado na disciplina de Fundamentos de Didática a elaboração de planejamentos de aula, o que é feito nas escolas é bem diferente. Para ele, algumas escolas veem esse procedimento como algo burocrático, que precisa ser feito, enquanto que na faculdade havia discussões sobre o que iria ser realizado em sala de aula. Uma última observação de Sérgio com relação às disciplinas específicas da licenciatura se refere à Psicologia do desenvolvimento e da aprendizagem, em sua opinião “aquela psicologia que a gente teve foi fraca”, ele considera que seria importante ter havido discussões mais aprofundadas sobre como trabalhar com as crianças, pois no momento tem sentido dificuldades nesse aspecto.

Finalizando esse levantamento das disciplinas cursadas por Sérgio na graduação podemos dizer que esse estudo permitiu que conhecêssemos melhor os conhecimentos em jogo na formação inicial desse professor, assim como compreender alguns dos conhecimentos e procedimentos por ele adotados durante suas aulas.

[9] As ementas dessas disciplinas serão apresentadas nos anexos.

Diante do que foi exposto até o momento, passamos a apresentar, nos próximos capítulos as análises realizadas, mais precisamente, no próximo capítulo temos a análise do livro didático utilizado pelo professor.

CAPÍTULO 3
ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO

3.1 Introdução

Antes de iniciarmos um estudo sobre a praxeologia do professor, consideramos conveniente realizar uma breve análise, também de natureza praxeológica com base na Teoria Antropológica do Didático - TAD (CHEVALLARD, 1998), do livro didático utilizado pelo docente, mais especificamente do capítulo que aborda o tema Função. Consideramos que a análise desse material deve servir de base para o estudo praxeológico que realizaremos com o professor, pois acreditamos que haverá semelhanças entre a praxeologia proposta pelos autores do livro didático e a praxeologia desenvolvida em sala de aula.

3.2 Apresentação do Livro

O livro de Matemática utilizado pelo professor Sérgio faz parte da coleção Fazendo a Diferença dos autores Bonjorno & Ayrton, aprovado pelo PNLD 2008. O volume em questão é referente ao nono ano do Ensino Fundamental.

O livro destina a unidade 3 ao estudo de Funções, englobando Função polinomial do 1º grau e Função polinomial do 2º grau. A unidade é dividida em seções, a saber:

1. *O que é uma Função*
2. *Definição de Função, Domínio e Imagem*
3. *Função polinomial do 1º grau*
4. *Gráfico da Função polinomial do 1º grau*
   ** Domínio e gráficos*
5. *Estudando o gráfico de uma Função do 1º grau*
6. *Função polinomial do 2º grau*
7. *Gráfico da Função do 2º grau*
8. *Esboço da parábola*
9. *Valor máximo e valor mínimo da Função do 2º grau*

Em nossa pesquisa, como dito anteriormente, nos restringiremos ao estudo das Funções polinomiais do primeiro grau. Dessa forma, analisaremos apenas as 5 primeiras seções da unidade 3.

Cada uma dessas seções é abordada da seguinte maneira: inicialmente o autor faz uma apresentação do tópico a ser estudado, juntamente com exemplos e a teoria a ser desenvolvida. Em algumas das seções essa apresentação teórica se dá de maneira breve, com pequenas curiosidades acerca do tema a ser estudado; em outras, os autores optam por um detalhamento maior incluindo definições. Em seguida são exibidos três grupos de atividades intituladas: A*tividades resolvidas*, *Atividades* e *Faça mais*! Nos dois últimos tópicos são propostos exercícios que sugerem a realização de tarefas semelhantes às desenvolvidas nas atividades resolvidas. Ao final de cada capítulo estão presentes algumas atividades do tipo *desafios* e *testes*, no entanto, como nossa observação em sala de aula se restringiu até a seção 5 desse capítulo não pudemos acompanhar como se deu o trabalho com tais atividades.

Os autores do livro optam, dentre as possibilidades existentes, por desenvolver o conteúdo de Função via a relação entre grandezas, iniciando com um exemplo que trabalha a relação existente entre a medida do lado de um retângulo e sua área. Essa abordagem exemplifica uma das propostas presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o trabalho com a Álgebra nos ciclos finais do Ensino Fundamental:

> [...] situações-problema sobre variações de grandezas fornecem excelentes contextos para desenvolver a noção de função nos terceiro e quarto ciclos. Os alunos podem, por exemplo, estabelecer como varia o perímetro (ou a área) de um quadrado, em função da medida de seu lado; determinar a expressão algébrica que representa a variação, assim como esboçar o gráfico cartesiano que representa essa variação. (1998, p.118)

3.3 Análise Praxeológica

Uma leitura mais atenta sobre o desenvolvimento do conteúdo de Funções proposto pelo livro didático nos permitiu dividir esse estudo em dois gêneros de organizações matemáticas. Inicialmente temos o desenvolvimento do primeiro gênero, que se estabelece em torno do *tema*: *Conceito de Função*. Nessa parte, primeiramente, os autores apresentam a noção de função com uma relação entre grandezas, na sequência é dada uma definição desse conceito como uma relação entre conjuntos. Nesse estudo estão englobadas as *seções 1* e *2* do livro didático.

As *seções 3*, *4* e *5* são destinadas ao desenvolvimento do segundo gênero de organização matemática, desenvolvido acerca do *tema*: *Funções polinomiais do primeiro grau*. Além da apresentação da definição de uma Função polinomial do primeiro grau, há a construção de gráficos e uma discussão acerca da raiz ou zero de uma Função, bem como de seu crescimento ou decrescimento.

3.3.1 Gênero de Organização Matemática 1 (GOM$_1$) – Estudo do *tema: Conceito de Função*

3.3.1.1 Seção 1: *O que é uma Função*

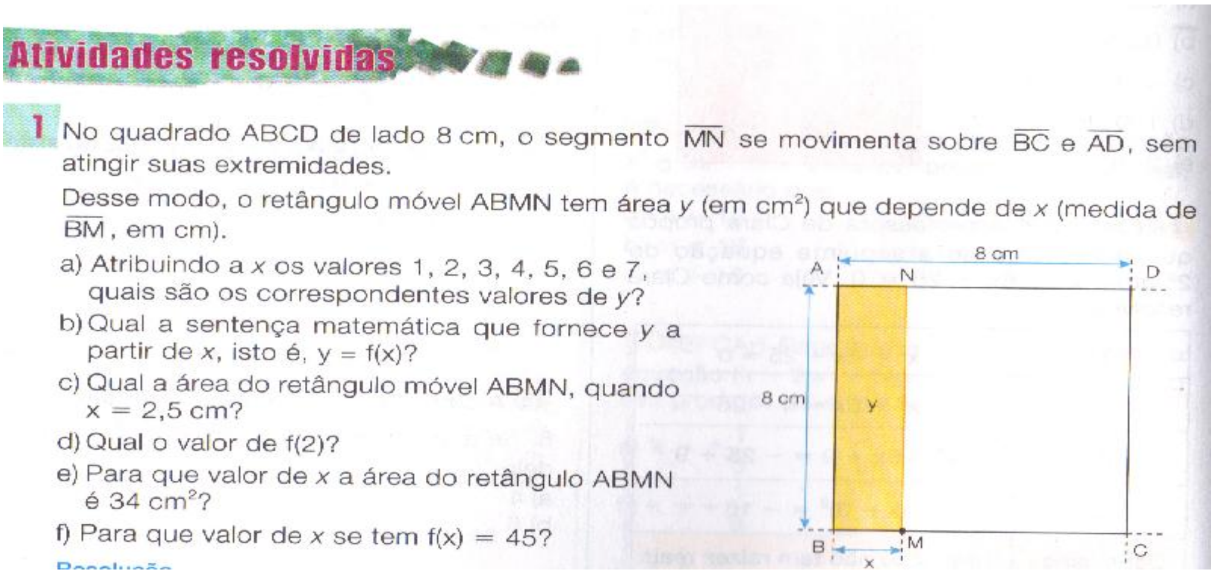
A seção 1, intitulada *O que é uma Função,* apresenta inicialmente uma breve abordagem da importância do estudo de Função tanto na Matemática, como em outras ciências. Na verdade, os autores apenas comentam que tal conteúdo é utilizado em outras áreas e não expõem com maiores detalhes a sua aplicabilidade na Física ou na Biologia, por exemplo. Assim, o trabalho com a interdisciplinaridade se dá de maneira artificial, diferente do que é proposto nos Parâmetros Curriculares Nacionais que sugerem uma abordagem interdisciplinar integrando os conteúdos das diferentes áreas, inclusive por meio da sugestão de projetos que despertem o interesse dos alunos por esse conteúdo. Percebemos também a ausência de conexão entre os próprios conteúdos da Matemática, o que é observado ao longo do volume, conforme relata a resenha apresentada pelo Guia do PNLD/2008 a respeito da presente coleção: “As conexões entre diferentes campos da matemática são realizadas em algumas atividades, mas, por vez, são feitas de forma artificial”. (BRASIL, 2008, p. 99).

Consideramos essa primeira abordagem sobre Função como sendo o primeiro momento proposto pela Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1998), ou seja, o primeiro contato com a Organização Matemática que está em jogo, nesse caso o conceito de Função.

Antes de iniciarmos a apresentação de nossa análise consideramos relevante fazer uma observação. Percebemos que os autores fazem uso, na maioria das atividades, de diferentes contextos para abordar o tema Função. São dados exemplos que relacionam tempo com distância percorrida; quilômetros rodados e valor a ser pago; medida do lado e área de uma figura, etc. Temos assim, a retomada, mesmo que implicitamente, de conteúdos trabalhados geralmente em outros níveis escolares.

A noção de Função é apresentada como uma interdependência entre grandezas. Para isso são apresentadas três atividades resolvidas que abordam as seguintes relações: área de um retângulo e a medida de um de seus lados; tempo e distância percorrida; e valor a ser pago por quilômetro rodado.

Na primeira atividade resolvida, conforme figura a seguir, identificamos a presença de três tipos de tarefas distintos.


Atividades resolvidas

1 No quadrado ABCD de lado 8 cm, o segmento $\overline{MN}$ se movimenta sobre $\overline{BC}$ e $\overline{AD}$, sem atingir suas extremidades.

Desse modo, o retângulo móvel ABMN tem área *y* (em cm²) que depende de *x* (medida de $\overline{BM}$, em cm).

a) Atribuindo a *x* os valores 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7, quais são os correspondentes valores de *y*?

b) Qual a sentença matemática que fornece *y* a partir de *x*, isto é, y = f(x)?

c) Qual a área do retângulo móvel ABMN, quando x = 2,5 cm?

d) Qual o valor de f(2)?

e) Para que valor de *x* a área do retângulo ABMN é 34 cm²?

f) Para que valor de *x* se tem f(x) = 45?

Figura 1 – Primeira atividade resolvida[10]

Nessa atividade, consideramos a tarefa proposta no item *a* como sendo apenas uma familiarização do aluno com os tipos de tarefas que serão propostos na sequência. Não há ainda aqui uma tarefa efetivamente relativa ao conteúdo de Funções, pois a mesma pode ser realizada em contextos diferenciados. Entretanto os dados obtidos em sua resolução podem ser considerados pertinentes, ao menos nesse momento, para a resolução do item *b* e para uma possível compreensão por parte dos alunos.

A atividade é resolvida considerando a fórmula da área do retângulo. São atribuídos diversos valores para x e encontrados os valores correspondentes para y; em seguida esses dados são organizados em uma tabela identificada com as grandezas x e y, conforme mostra a figura 2:

[10] Todas as figuras apresentadas nesse capítulo foram extraídas do Livro Matemática Fazendo a Diferença (MFD). Essa foi retirada da página 82.

Resolução

Observando a figura, temos:

a) A área do retângulo é dada pelo produto da medida de comprimento (8) pela da largura (x).

Logo:

$x = 1 \rightarrow y = 8 \cdot 1 = 8$

$x = 2 \rightarrow y = 8 \cdot 2 = 16$

$x = 3 \rightarrow y = 8 \cdot 3 = 24$

$x = 4 \rightarrow y = 8 \cdot 4 = 32$

$x = 5 \rightarrow y = 8 \cdot 5 = 40$

$x = 6 \rightarrow y = 8 \cdot 6 = 48$

$x = 7 \rightarrow y = 8 \cdot 7 = 56$

Construindo uma tabela, temos:

x (em cm)	1	2	3	4	5	6	7
y (em cm²)	8	16	24	32	40	48	56

Figura 2 – Estabelecendo relações entre a área do retângulo e um de seus lados[11]

Convém destacarmos que, nessa resolução, os autores utilizam a expressão que representa a fórmula da área do retângulo em questão, de maneira implícita, ou seja, ainda não fazem uso da notação y = 8x, como podemos perceber no excerto apresentado na figura 2.

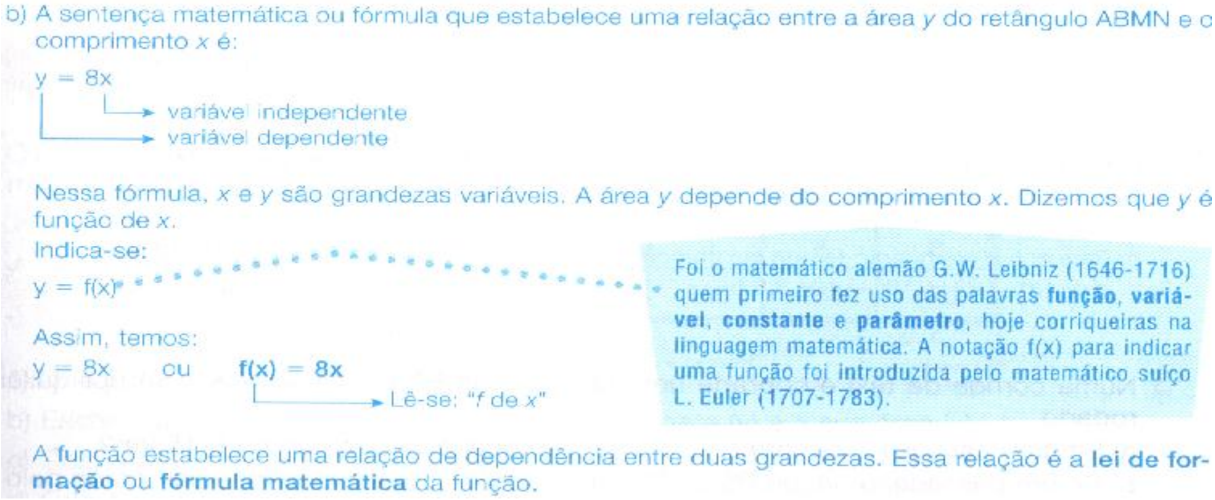
Ao analisar esse item, consideramos que, aparentemente, os autores desenvolvem esse raciocínio para mostrar que, nessa atividade, a partir da fórmula da área do retângulo é possível chegar à sentença matemática que relaciona as grandezas em questão, o comprimento de um dos lados do retângulo e sua área, já que a tarefa proposta no item *b* pede para que tal sentença seja determinada. Sendo assim, podemos considerar essa situação como o momento do primeiro encontro com a primeira organização matemática *local* (OM_1) prestes a se desenvolver.

O primeiro tipo de tarefa que compõe a praxeologia OM_1 é proposto no item *b* e o denominamos como:

- ✓ T_1: Modelar uma situação dada por meio de uma função $(y = f(x))$.

Na resolução os autores formalizam a ideia de uma grandeza estar em função de outra e apresentam um modelo de ostensivo bastante utilizado no estudo de Funções, a notação y = f(x), além de usar os termos variável dependente e variável independente, como podemos perceber na figura 3.

[11] MFD, p. 83



b) A sentença matemática ou fórmula que estabelece uma relação entre a área *y* do retângulo ABMN e o comprimento *x* é:

y = 8x

variável independente

variável dependente

Nessa fórmula, *x* e *y* são grandezas variáveis. A área *y* depende do comprimento *x*. Dizemos que *y* é função de *x*.

Indica-se:

y = f(x)

Foi o matemático alemão G.W. Leibniz (1646-1716) quem primeiro fez uso das palavras **função**, **variável**, **constante** e **parâmetro**, hoje corriqueiras na linguagem matemática. A notação f(x) para indicar uma função foi **introduzida** pelo matemático suíço L. Euler (1707-1783).

Assim, temos:

y = 8x ou **f(x) = 8x**

Lê-se: "*f* de *x*"

A função estabelece uma relação de dependência entre duas grandezas. Essa relação é a **lei de formação** ou **fórmula matemática** da função.

Figura 3 – Apresentação do ostensivo y = f (x)[12]

A técnica utilizada nessa resolução consiste na retomada dos dados obtidos na resolução do item *a*, com um enfoque especial na tabela construída. Acreditamos que a ideia dos autores foi encontrar, por meio da tabela, o padrão de regularidade existente entre as duas grandezas a fim de estabelecer uma generalização dessa relação. Dessa forma, denominamos a técnica aplicada como sendo:

- ✓ τ_1: Calcular o valor de *y* para diferentes valores de *x*, construir uma tabela relacionando as duas grandezas, e generalizar os dados.

Nessa resolução os autores afirmam que nessa fórmula as grandezas x e y são variáveis e que a área y depende do comprimento x, concluindo assim que y é função de x e pode ser indicado como y = f(x). Conforme argumentamos anteriormente, acreditamos que os autores consideraram a resolução do item *a* como uma construção da sentença matemática.

Observamos a presença de elementos tecnológico-teóricos na constituição dessa Organização Matemática *local*; a noção ostensiva de variável dependente e independente e a primeira definição de função apresentada pelos autores: “a função estabelece uma relação de dependência entre duas grandezas. Essa relação é a lei de formação ou formula matemática da Função” (p. 83). Ambos enunciados estão presentes na figura 3, apresentada anteriormente.

O item *c* apresenta um novo tipo de tarefa que pertencerá a segunda organização matemática *local* (OM_2):

- ✓ T_2: Sendo $y = f(x)$, dado um valor x_1 para *x*, encontrar o valor de *y*.

Tomando a fórmula matemática encontrada na resolução de T_1, o autor resolve T_2 substituindo o valor dado na variável x. Dessa forma, a técnica empregada nessa resolução é:

[12] MFD, p. 83

- ✓ τ_2: Substituir o valor x_1 para x, efetuar os cálculos $(f(x_1))$ para buscar a imagem de x_1 pela $f(x)$.

As justificativas para a aplicação de τ_2 apóiam-se tanto nos elementos tecnológico-teóricos apresentados anteriormente como nas definições de domínio e imagem de uma Função apresentadas mais adiante pelos autores do livro.

O mesmo tipo de tarefa T_2 ocorre no item *d*, no entanto, o autor utiliza o ostensivo f(2) ao invés de apenas indicar um valor para x. Consideramos a mudança de representação necessária, uma vez que possibilita ao aluno uma compreensão melhor das diferentes maneiras de representar um mesmo objeto. Além disso, Rossini (2006, p. 186) mostrou em sua pesquisa a dificuldade encontrada por professores na manipulação desse ostensivo, inferindo sobre esse resultado que "dificuldades conceituais a respeito do conceito de Função caminham juntas com as dificuldades na manipulação dos ostensivos". A figura a seguir mostra a resolução apresentada no livro didático.

d) Quando escrevemos f(2), substituímos *x* por 2; logo:
$f(x) = 8x \rightarrow f(2) = 8 \cdot 2 \rightarrow f(2) = 16\text{ cm}^2$

Figura 4 – Trabalho com o ostensivo f (x)[13]

Os itens *e* e *f* apresentam um novo tipo de tarefa que necessita de uma nova técnica para sua resolução. Vemos assim a construção da terceira organização matemática *local* (OM_3), o tipo de tarefa presente é:

- ✓ T_3: Sendo $y = f(x)$, dado um valor y_0 para *y*, encontrar o valor x_0 para que $f(x) = y_0$.

Aparentemente, esse tipo de tarefa se aproxima em muito do tipo de tarefa T_2, afinal há apenas uma troca de variável, ao invés de ser fornecido o valor da variável x o autor fornece o valor da variável y. Num primeiro momento de nossa análise não havíamos estabelecido distinção entre os tipos de tarefa T_2 e T_3. Entretanto quando analisamos a técnica utilizada na resolução percebemos a diferença existente entre elas. Para resolver T_3 é necessário à utilização de alguns procedimentos inerentes à resolução de equação do primeiro grau, o que não ocorre em T_2, onde apenas a substituição do valor da variável já possibilita encontrar o valor procurado. Dessa maneira temos uma nova técnica de resolução:

- ✓ τ_3: Substituir o valor y_0 e resolver a equação $f(x) = y_0$.

[13] MFD, p. 83

Embora a técnica utilizada para a resolução do tipo de tarefa T_3 esteja relacionada a um conteúdo estudado em séries anteriores, equação do primeiro grau, os autores não estabelecem nenhum tipo de articulação entre os conteúdos. Nossa observação foi confirmada durante a leitura da análise realizada pelo PNLD (2008, p. 99) "[...] a articulação entre os conhecimentos anteriores e os novos não é explicitada para o aluno". O bloco tecnológico-teórico não é explicitado nesse volume da coleção, no entanto inferimos que o mesmo refere-se ao conteúdo de equações do primeiro grau.

A segunda atividade (figura 5) trabalha a relação existente entre a distância percorrida por um ciclista e sua velocidade e apresenta os mesmos tipos de tarefas já apresentadas, podendo ser considerada como um momento exploratório desses tipos de tarefas e de trabalho com as técnicas anteriormente elaboradas.

2 A tabela mostra as distâncias percorridas por um ciclista que mantém sempre a mesma velocidade de 18 km/h.

Tempo (em h)	1	1,5	2	2,5	3
Distância (em km)	18	27	36	45	54

a) Chamando o tempo de *t* e a distância percorrida de *d*, qual a fórmula matemática que relaciona essas duas grandezas?
b) Qual a distância percorrida pelo ciclista em 4 h?
c) Em quanto tempo ele percorrerá 63 km?

Figura 5 – Distância percorrida por um ciclista em função do tempo[14]

Nessa atividade a resolução do tipo de tarefa T_1, presente no item *a*, apresenta de maneira mais evidente a técnica τ_1 apresentada por nós anteriormente. A figura 6 corresponde a essa resolução:

Resolução

a) Observe a tabela que relaciona o tempo gasto com a distância percorrida.

Tempo (*t*)	Distância (*d*)
1	$18 \cdot 1 = 18$
1,5	$18 \cdot 1,5 = 27$
2	$18 \cdot 2 = 36$
2,5	$18 \cdot 2,5 = 45$
3	$18 \cdot 3 = 54$
.	...
.	...
.	...
.	...
.	...
t	$18 \cdot t = 18t$

A relação entre o tempo *t* e a distância percorrida *d* é dada pela fórmula:

d = 18t → (*d* é função de *t*)
→ variável independente
→ variável dependente

Figura 6 – O ostensivo tabela[15]

[14] MFD, p. 83

Nessa resolução o autor constrói uma tabela relacionando as duas grandezas, tempo e distância e atribui diversos valores para t. A cada valor de t é associada uma distância d percorrida, com base na velocidade do ciclista imposta pelo enunciado, 18 km/h. A tabela termina com uma generalização dos valores atribuídos a t, o que resulta na fórmula matemática que relaciona as duas grandezas, $d = 18 \cdot t$.

Destacamos que a percepção de padrões de regularidade é um dos objetivos propostos nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o estudo da Matemática: “Neste ciclo, o ensino de Matemática deve visar o desenvolvimento da observação de regularidades e estabelecimento de leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis” (BRASIL, p. 81). Além disso, o uso de ostensivos gráficos, como a tabela, também é uma das sugestões presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais para uma melhor compreensão desse conceito.

A terceira atividade também pode ser considerada com um momento de exploração dos tipos de tarefas e trabalho com as técnicas apresentadas. Porém percebemos algumas particularidades nessa atividade que merecem um destaque, dessa forma trazemos na sequência seu enunciado e sua resolução, tal qual é apresentada no livro didático.

3 Numa corrida de táxi é cobrada uma taxa fixa de R$ 3,00 mais R$ 2,50 por quilômetro rodado.

a) Se um passageiro percorrer 10 km no táxi, qual o valor a pagar? E 15 km?

b) Se um passageiro pagou R$ 23,00 numa corrida, qual a distância percorrida pelo táxi?

c) Que fórmula matemática relaciona o valor a pagar *y* com a quilometragem percorrida *x*?

Figura 7 – Corrida de táxi[16]

Antes de iniciar a resolução dos itens propostos, os autores exibem uma tabela construída a partir da relação existente entre o valor cobrado pelo taxista (y) e a distância percorrida em quilômetros (x). Nessa tabela são atribuídos alguns valores para x, a variável independente, e encontrada a respectiva expressão que representa y, a variável dependente. Os autores expressam claramente que a fórmula matemática que representa a relação entre as grandezas é obtida a partir da generalização dos valores atribuídos às variáveis, conforme mostra a figura 8.

---

[15] MFD, p. 84
[16] MFD, p. 84

Resolução

Vamos construir uma tabela que mostre, a cada quilômetro percorrido pelo táxi *x*, o valor correspondente *y* que deve ser pago.

Quilometragem (*x* em km)	Valor a pagar (*y* em reais)
0	3
1	$3 + 2{,}50 \cdot 1 = 5{,}50$
2	$3 + 2{,}50 \cdot 2 = 8{,}00$
3	$3 + 2{,}50 \cdot 3 = 10{,}50$
. . .	... ...
10	$3 + 2{,}50 \cdot 10 = 28{,}00$
. . .	... ...
15	$3 + 2{,}50 \cdot 15 = 40{,}50$
. . .	... ...
x	$3 + 2{,}50 \cdot x$

Figura 8 – A relação existente entre o quilômetro percorrido e o valor a ser pago[17]

Entendemos tal apresentação como sendo uma preparação para o desenvolvimento de toda atividade. O item *a* representa o tipo de tarefa T_1, no entanto os valores sugeridos para o cálculo já foram apresentados na tabela, o que confirma a ideia de que a tabela foi criada para o aluno perceber como se dá o desenvolvimento das atividades. Embora o item *b* proponha o mesmo tipo de tarefa T_3, percebemos uma diferença quanto ao modelo de Função utilizado. Até então as duas atividades resolvidas tratavam de Funções do tipo y = ax, porém agora os autores fazem uso da função do tipo y = ax + b. Ressaltamos que, os autores ainda não definiram formalmente o conceito de Função polinomial do primeiro grau, apenas estamos evidenciando o aspecto diferenciado da atividade. Embora haja tal diferença, o alcance da técnica τ_3 permitiu a resolução da atividade, não sendo assim necessário criar um novo modelo de técnica.

O tópico *Atividades* é composto pelos exercícios propostos para os alunos resolverem. Em nossa análise não identificamos novos tipos de tarefas ou técnicas; parece-nos serem apenas exercícios de fixação e trabalho com as técnicas já apresentadas, ou seja, um momento destinado ao trabalho com as técnicas utilizadas nas atividades resolvidas. O uso de ostensivos gráficos, como tabelas e figuras, continua sendo contemplado pelos autores no enunciado das atividades, o que mostra certa coerência entre as atividades resolvidas e as

[17] MFD, p. 84

propostas. O mesmo ocorre no último grupo de atividades dessa seção o *Faça mais!*, os mesmos tipos de tarefas são propostos, no entanto há diferenças no seguinte aspecto: duas atividades apresentam a ideia de Funções polinomiais do 2º grau, o que sugere a utilização de um novo modelo de técnica para resolver tais atividades. Entretanto, como o número de questões dessa natureza é reduzido, não realizaremos a análise praxeológica desses tipos de tarefa. Ressaltamos que dedicamos maior atenção à análise das atividades resolvidas pelo fato de que nelas poderíamos observar as técnicas e possíveis tecnologias e teorias utilizadas pelos autores.

Com base nessa análise da primeira seção, podemos concluir que os autores deram maior ênfase à noção de relação entre grandezas, sem haver ainda uma preocupação com a formalização da definição de Função. No entanto, alguns elementos tecnológicos que constituem o trabalho com o conteúdo de Funções já são enunciados, como a noção de variável dependente e independente, lei de formação e a notação y = f(x), bastante utilizada nesse conteúdo.

Apresentaremos ao final da análise de cada gênero de organização matemática um quadro composto pelos tipos de tarefas e pelas técnicas. Dessa forma ao final da leitura o leitor poderá rever as praxeologias utilizadas pelos autores no desenvolvimento das organizações matemáticas *locais*.

3.3.1.2 Seção 2: *Definição de Função, Domínio e Imagem*

Na seção 2 denominada, *Definição de Função, Domínio e Imagem* os autores trazem a definição de Função por meio de um exemplo similar ao da primeira atividade resolvida da seção 1: a relação entre a medida do lado de um quadrado e sua área. Em princípio é apresentada uma tabela com valores que relacionam as duas grandezas, medida do lado e área, e, em seguida, faz-se o uso de outro modelo de ostensivo bastante utilizado no estudo de Funções, os diagramas de Venn, para apresentar as condições que uma relação deve obedecer para caracterizar uma Função. Posteriormente, um novo modelo de ostensivo é indicado pelos autores, a notação f: $A \rightarrow B$ que é acompanhada da seguinte definição:

Função de A em B é toda relação em que a cada elemento de A associa-se apenas um elemento de B.

Figura 9 – Definição de função[18]

Da mesma maneira que na seção anterior os autores recorreram ao conteúdo de área de figuras geométricas planas para determinar a fórmula matemática que representava a função. Nesse momento a mesma ideia é empregada, no entanto a fórmula utilizada é a da área do quadrado, determinando a função $f(x) = x^2$.

As noções de domínio e imagem são apresentadas empiricamente por meio desse exemplo. O conjunto A determinado pelos valores que expressam a medida do lado do quadrado é chamado domínio (D) e o conjunto B formado pelos valores referentes à área do quadrado como conjunto imagem (Im). A representação é feita por meio de diagramas de Venn, onde os valores correspondentes são associados por uma flecha que indica a função f.

Os autores ressaltam que o conjunto imagem nem sempre é o próprio conjunto B, o qual normalmente é chamado de contradomínio (CD) da função. A representação da função por meio de pares ordenados também é sugerida pelos autores.

Observamos nesta seção que os autores optam por apresentá-la a partir da constituição dos elementos tecnológicos relativos às técnicas que serão utilizadas na resolução dos tipos de tarefas presentes nas atividades. Após esse primeiro contato com as definições de Função, domínio e imagem são apresentadas três atividades resolvidas, nas quais realizaremos um estudo praxeológico.

A primeira atividade resolvida apresenta-se da seguinte maneira:

1 Sendo A = {1, 2} e B = {2, 3}, vamos relacionar A e B da seguinte forma: cada elemento de A é menor do que um elemento de B. Justifique por que essa relação não é uma função.

Resolução

Construindo um diagrama, temos:

Essa relação não é função de A em B, pois ao elemento 1 de A correspondem dois elementos de B, isto é, o 2 e o 3.

Figura 10 – Uso do diagrama de Venn[19]

Identificamos o tipo de tarefa que compõe a quarta organização matemática *local* (OM_4) como sendo:

[18] MFD, p. 88
[19] MFD, p. 89

✓ T_4: Identificar se uma relação entre dois conjuntos é uma Função.

A construção de um diagrama por meio da relação matemática apresentada no enunciado pode ser entendida como um dos passos da técnica utilizada para responder a esse tipo de tarefa, já que foi o procedimento utilizado pelos autores. Dessa forma, a técnica que resolve a tarefa mencionada anteriormente é a seguinte:

✓ τ_4: Relacionar os conjuntos por meio da lei de formação e verificar que a cada valor de x corresponde um único valor de y.

Nessa resolução primeiramente os elementos dos conjuntos são relacionados por meio da lei de formação da função e, em seguida, faz-se uso da definição de Função apresentada anteriormente, justificativa tecnológica para o emprego dessa técnica.

A segunda atividade resolvida segue o mesmo raciocínio da anterior: são fornecidos dois conjuntos, A e B e uma relação entre seus elementos, conforme a figura 11:

2 Considere os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{2, 4, 5, 8, 10, 11\}$ e uma relação de A em B dada pela fórmula $y = 3x - 1$, em que $x \in A$ e $y \in B$.
a) Represente essa relação por um diagrama e diga se ela é função ou não.
b) Se a resposta for positiva, ache o domínio, a imagem e o contradomínio dessa função.

Figura 11 – Relação funcional entre conjuntos[20]

O item *a* apresenta o mesmo tipo de tarefa T_4, tendo como técnica de resolução τ_4.

Um novo tipo de tarefa é proposto, constituindo assim a última organização matemática local (OM_5) desse primeiro gênero de organização:

✓ T_5: Determinar o domínio, a imagem e o contradomínio de uma Função dada por um diagrama.

Na resolução, os autores primeiramente escrevem a Função como um conjunto de pares ordenados, f = {(1,2), (2,5), (3,8), (4,11)}, consideramos tal ação como sendo parte da técnica que resolve este tipo de tarefa. A outra parte está relacionada aos elementos tecnológicos, ou seja, a definição de domínio, imagem e contradomínio, que justificam a escrita da Função dessa maneira. Concluímos assim que a técnica utilizada é:

✓ τ_5: Identificar os elementos que estão relacionados por meio de pares ordenados.

Na aplicação da técnica τ_5, como dito anteriormente, a tecnologia que a justifica é a definição de domínio, imagem e contradomínio.

[20] MFD, p. 90

A terceira atividade resolvida apresenta um caso em que a relação entre os conjuntos dados não representa uma Função. Novamente o tipo de tarefa T_4 foi proposto e a mesma técnica de resolução foi utilizada.

3 Sejam os conjuntos $C = \{-1, 0, 1, 2\}$ e $D = \{-1, 0, 1, \frac{1}{2}, 3\}$ e a relação de C em D dada pela fórmula $y = \frac{1}{x}$, em que $x \in C$ e $y \in D$. Represente essa relação por um diagrama e diga se ela é uma função ou não.

Figura 12 – Exemplo de uma relação não funcional[21]

Tivemos nessa seção o momento do primeiro encontro com os novos tipos de tarefas, T_4 e T_5. Além disso, a técnica τ_4 foi efetivamente elaborada na resolução da segunda atividade. Esta seção apresenta apenas o tópico *Atividades*, caracterizado por nós como um momento dedicado ao trabalho com as técnicas apresentadas até então. Entretanto, não houve a necessidade de um aprimoramento dessas técnicas, uma vez que as mesmas mostraram-se suficientes para a realização dessas atividades.

O diferencial desse tópico é a presença de um exercício que estimula a criação de situações envolvendo o assunto estudado, cuja atividade é a seguinte: “Crie duas situações envolvendo grandezas representadas por x e y em que uma das relações seja função e a outra não” (p. 91). A importância desse tipo de atividade é reforçada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais que consideram a formulação e a resolução de problemas itens importantes no trabalho com a álgebra. A frequência do uso do ostensivo diagrama de Venn mostrou a importância atribuída pelo livro didático a essa ferramenta na resolução das atividades desta seção.

Com esta atividade resolvida, consideramos encerrado o trabalho com o primeiro gênero de Organização Matemática que estuda o *tema: Conceito de Função*. Em seu desenvolvimento houve a utilização de enunciados tecnológicos que justificaram os procedimentos realizados. Alguns deles fizeram referência a conteúdos estudados anteriormente, como resolução de equações do primeiro grau e resolução de sistemas de equações, e os outros estavam relacionados ao conteúdo estudado, definição de função e conceito de domínio, imagem e contradomínio.

Nesse estudo identificamos cinco tipos de tarefas, cinco técnicas de resolução e alguns elementos tecnológicos. Temos a seguir um quadro resumo desses elementos:

[21] MFD, p. 90

Tipos de Tarefas	Técnicas	Elementos Tecnológico-Teóricos
T_1: Modelar uma situação dada por meio de função $(y = f(x))$.	τ_1: Calcular o valor de *y* para diferentes valores de *x*, construir uma tabela relacionando as duas grandezas, e generalizar os dados.	▪ Noção ostensiva de variável dependente e independente; ▪ Definição de função; ▪ Definições de domínio, imagem e contradomínio; ▪ Resolução de equação
T_2: Sendo $y = f(x)$, dado um valor x_1 para *x*, encontrar o valor de *y*.	τ_2: Substituir o valor x_1 para *x*, efetuar os cálculos $(f(x_1))$ para buscar a imagem de x_1 pela $f(x)$.	
T_3: Sendo $y = f(x)$, dado um valor y_0 para *y*, encontrar o valor x_0 para que $f(x) = y_0$.	τ_3: Substituir o valor y_0 e resolver a equação $f(x) = y_0$.	
T_4: Identificar se uma relação entre dois conjuntos é uma Função.	τ_4: Relacionar os conjuntos por meio da lei de formação e verificar que à cada valor de *x* corresponde um único valor de *y*.	
T_5: Determinar o domínio, a imagem e o contradomínio de uma Função dada por um diagrama.	τ_5: Identificar os elementos que estão relacionados por meio de pares ordenados.	

Quadro 10 – Praxeologia Matemática de GOM_1

Como dito no capítulo destinado ao quadro teórico, a TAD nos permite, além de identificar tais elementos, realizar uma avaliação acerca de seus empregos na constituição da Organização Matemática estudada, o que será apresentado no próximo item. Sendo assim, apresentamos a seguir uma avaliação com base nos critérios propostos por Chevallard (1998).

3.3.2 Avaliação das Organizações Matemáticas locais que compõem GOM_1

Nesse momento apresentamos a avaliação dos tipos de tarefas, das técnicas e do bloco tecnológico-teórico, segundo os critérios propostos por Chevallard (1998). Tais critérios levam em consideração aspectos relacionados à identificação e a pertinência, por exemplo, dos elementos praxeológicos.

> Critério de identificação – os tipos de tarefas T_i são claramente bem colocados e bem identificados? Em particular, são representadas pelo corpo K_i efetivamente disponível de exemplos suficientemente numerosos e adequadamente calibrados? Ou ao contrário são reconhecidas somente por poucos exemplos representativos? (CHEVALLARD, 1998, p. 115)

Os tipos de tarefas apresentados pelos autores mostraram-se, na maioria dos casos, de forma clara e bem identificada. Além disso, observamos um grande número de tarefas pertencentes aos tipos identificados, entretanto houve um predomínio de T_1 e pouca ênfase para T_6. Consideramos que isso ocorra pelo fato de T_1 representar parte do foco de estudo desse primeiro gênero de organização matemática, a relação entre duas grandezas. Desta forma, podemos dizer que os tipos de tarefas apresentados contemplaram o objetivo de GOM_1: construir o conceito de Função a partir da relação entre duas grandezas.

> Critério das razões de ser – as razões de ser dos tipos de tarefas T_i são explicitadas? Ou ao contrário, esses tipos de tarefas aparecem sem motivo? (CHEVALLARD, 1998, p.115)

Embora não tenha havido uma explicitação da razão de ser dos tipos de tarefas durante suas resoluções, podemos inferir que tal fato tenha ocorrido implicitamente, pois um número significativo de tarefas simulava situações reais, próximas da realidade dos alunos.

> Critério de pertinência – os tipos de tarefas considerados fornecem um bom recorte em relação às situações matemáticas mais frequentemente encontradas? São pertinentes do ponto de vista das necessidades matemáticas dos alunos atualmente? E futuramente? Ou ao contrário aparecem “isoladas” sem ligação verdadeira – ou explícita – com o resto da atividade (matemática e extramatemática) dos alunos? (CHEVALLARD, 1998, p.115)

As tarefas apresentadas sugerem situações matemáticas possíveis de serem vivenciadas pelos alunos, entretanto da maneira como foram colocadas, possivelmente, não serão interpretadas pelos mesmos sob esse olhar. Dessa forma, acreditamos que resta ao professor realizar a intercomunicação entre o livro didático e os estudantes.

> As técnicas propostas são efetivamente elaboradas, ou somente esboçadas? São fáceis de utilizar? A abrangência é satisfatória? A sua confiabilidade é aceitável dado suas condições de uso? São suficientemente inteligíveis? Elas têm futuro e poderão evoluir de maneira conveniente? (CHEVALLARD, 1998, p.115)

Observamos casos isolados de elaboração efetiva das técnicas utilizadas. Um deles pode ser considerado como a construção de τ_1, em especial, na resolução da segunda atividade resolvida da primeira seção. Nas outras situações, percebemos a “utilização” de técnicas de resolução. Quanto a facilidade de utilização dessas técnicas, ficamos receosos em realizar inferências, uma vez que não houve maiores explicações acerca de suas construções.

> Sendo dado um enunciado, o problema de sua justificação, é pelo menos colocado? Ou esse enunciado é considerado tacitamente como natural, evidente, óbvio, ou ainda bem conhecido (“folclórico”)? As formas de justificação utilizadas são próximas das formas canônicas em matemática? São adaptadas as suas condições de utilização? As justificativas explicativas são favoráveis? Os resultados tecnológicos tornados disponíveis são efetivamente explorados e de maneira ótima? (CHEVALLARD, 1998, p.116)

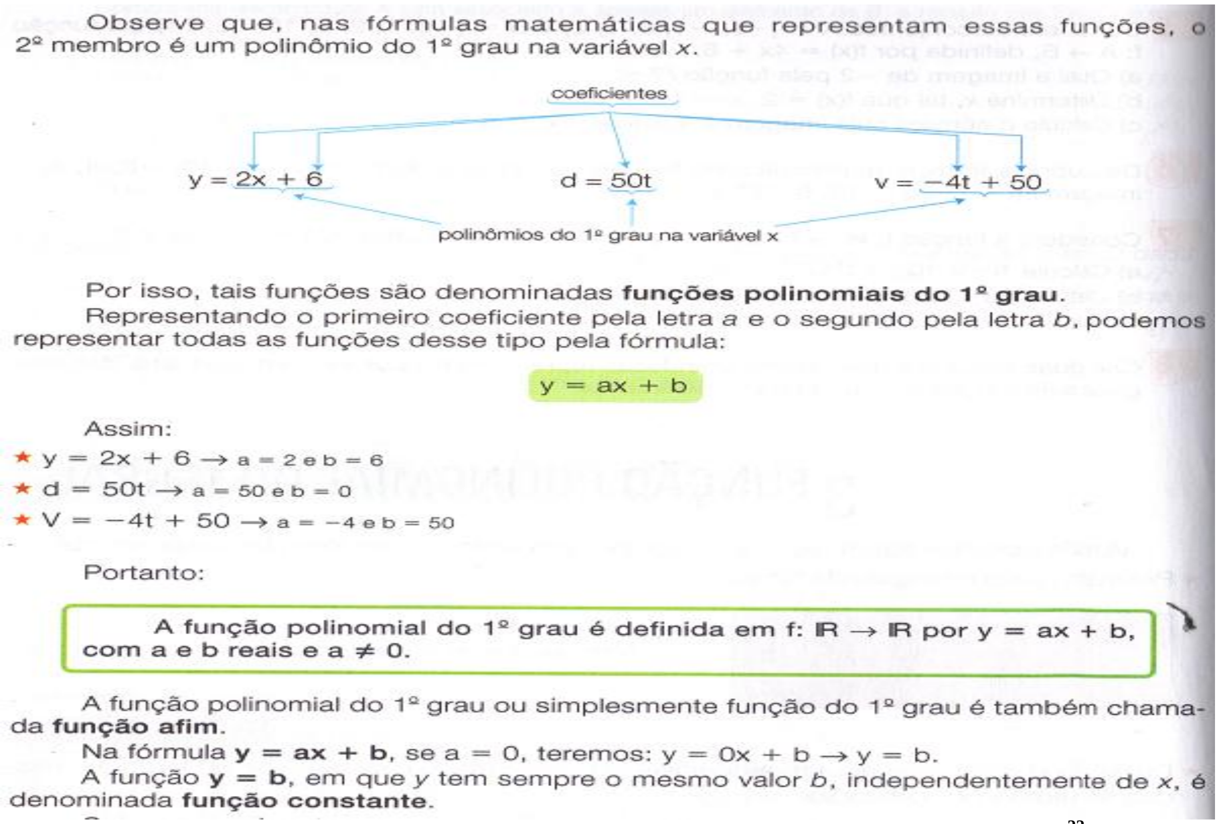
Nas organizações matemáticas *locais* analisadas, percebemos a presença de enunciados tecnológicos no livro didático tanto na resolução das atividades como na parte destinada a teoria. Nos dois casos, notamos uma ênfase maior nas formas de justificação adaptadas às condições de utilização, ou seja, os enunciados tecnológicos estavam associados às situações estudadas. Um exemplo disso consiste nas definições apresentadas para domínio, imagem e contradomínio: todas foram colocadas com base no exemplo que estava sendo discutido, não havendo uma definição em termos genéricos. Tal ênfase pode justificar-se pelo fato de esse ser o primeiro contato com o conteúdo de Funções e como recomenda os Parâmetros Curriculares Nacionais, este deve acontecer sem abuso nas formalizações.

3.3.3 Gênero de Organização Matemática 2 (GOM$_2$) – Estudo do *Tema: Função Polinomial do primeiro grau*

3.3.3.1 Seção 3: *Função Polinomial do 1º Grau*

Nesta seção, os autores promovem o momento do primeiro encontro com o gênero de Organização Matemática que estuda o *tema*: Função polinomial do primeiro grau. São apresentados inicialmente três exemplos de Funções que são representadas por um polinômio do primeiro grau. O primeiro exemplo mostra a relação entre o perímetro de um retângulo e a medida de seus lados, determinado pela fórmula matemática y = 2x + 6, em que os lados do retângulo medem x e 3. O segundo representa a relação entre a distância percorrida por um automóvel e sua velocidade, d = 50t. O último exemplo determina a relação entre o volume de água de um recipiente e o tempo de vazão de uma torneira ligada a ele, v = 50 – 4t.

Usando os três modelos de sentenças matemáticas apresentadas, os autores institucionalizam a Função polinomial do 1º grau da seguinte maneira:



Observe que, nas fórmulas matemáticas que representam essas funções, o 2º membro é um polinômio do 1º grau na variável *x*.

Por isso, tais funções são denominadas **funções polinomiais do 1º grau**.

Representando o primeiro coeficiente pela letra *a* e o segundo pela letra *b*, podemos representar todas as funções desse tipo pela fórmula:

$$y = ax + b$$

Assim:

- ★ $y = 2x + 6 \rightarrow a = 2$ e $b = 6$
- ★ $d = 50t \rightarrow a = 50$ e $b = 0$
- ★ $V = -4t + 50 \rightarrow a = -4$ e $b = 50$

Portanto:

A função polinomial do 1º grau é definida em f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ por $y = ax + b$, com a e b reais e $a \neq 0$.

A função polinomial do 1º grau ou simplesmente função do 1º grau é também chamada **função afim**.

Na fórmula $\mathbf{y = ax + b}$, se $a = 0$, teremos: $y = 0x + b \rightarrow y = b$.

A função $\mathbf{y = b}$, em que *y* tem sempre o mesmo valor *b*, independentemente de *x*, é denominada **função constante**.

Figura 13 – Institucionalização do conceito de Função polinomial do primeiro grau[22]

Embora haja a denominação dos termos *a* e *b* como coeficientes da função, os autores não os identificam como coeficiente angular (*a*) e coeficiente linear (*b*). Novamente consideramos que tal postura é adotada em consonância com os Parâmetros Curriculares Nacionais que defendem a apresentação do conteúdo de Funções no Ensino Fundamental como uma noção geral do conteúdo, sem grandes formalizações. A exposição do conteúdo realizada pelos autores nessa seção caracteriza o momento de constituição dos elementos tecnológicos e teóricos que farão parte do desenvolvimento das atividades. Percebemos também que à medida que o conteúdo é apresentado, os autores utilizam o negrito para destacar as expressões mais utilizadas no estudo de Funções polinomiais do primeiro grau, dessa forma tem-se ainda a institucionalização dos principais conceitos a serem apreendidos pelos alunos.

A primeira atividade resolvida se apresenta da seguinte maneira:

[22] MFD, p. 92

1 Os preços y e z, em reais, cobrados por duas transportadoras A e B para a execução de um serviço, e o número de quilômetros x percorridos para tal são dados, respectivamente por:

$y = 80x$

$z = 60x + 80$

Considere as seguintes afirmações:

I) A transportadora B é sempre mais vantajosa que a A.

II) A transportadora A é sempre mais vantajosa que a B.

III) A transportadora B é mais vantajosa para distâncias superiores a 4 km.

IV) Para uma distância de 10 km, a transportadora A cobra menos que a B.

Quais dessas afirmações são verdadeiras?

Resolução

Fazendo os cálculos dos custos para alguns quilômetros rodados, temos:

x	A	B
(km)	y = 80x	y = 60x + 80
1	80	140
2	160	200
3	240	260
4	320	320
5	400	380
6	480	440
.	.	.
.	.	.
.	.	.
10	800	680

I. (Falsa) A empresa B é mais vantajosa que A apenas para distâncias maiores que 4 km.

II. (Falsa) Apenas para distâncias menores que 4 km.

III. (Verdadeira)

IV. (Falsa) A cobra R$ 800,00, e B cobra R$ 680,00. Logo, B cobra menos que A.

Portanto, somente a afirmação III é verdadeira.

Figura 14 – A escolha mais vantajosa[23]

Considerando a resolução apresentada pelos autores, assim como o próprio enunciado da atividade, não a agrupamos a nenhum tipo de tarefa, uma vez que sua aparição ao longo desse estudo foi bastante reduzida. Dessa forma, extraímos dessa atividade apenas a recorrência dos autores ao uso de tabelas como ostensivos gráficos. Nesse caso, esse uso parece estar ligado a uma maneira mais estruturada de apresentar os resultados.

A segunda atividade resolvida apresenta o seguinte enunciado: "*Ache a função do 1º grau f(x) = ax + b, tal que f(1) = -3 e f(6) = 7*" (p. 93).

Como a definição de Função polinomial do primeiro grau já foi instituída, os autores propõem um novo tipo de tarefa nessa atividade, que compõe a sexta organização matemática *local* (OM_6):

- ✓ T_6: Determinar os coeficientes a e b da função $f(x) = ax + b$, conhecendo dois valores de $f(x)$.

Na resolução o primeiro passo realizado foi a substituição dos valores conhecidos na fórmula f(x) = ax + b, o que acarretou na aparição de duas equações com duas incógnitas,

[23] MFD, p. 93

resolvidas por meio de um sistema de equações. Sendo assim, a técnica que resolve T_6 pode ser descrita como:

- ✓ τ_6: Substituir os valores de *x* e *f(x)* e resolver o sistema de duas equações obtido.

Os autores resolvem o sistema linear pelo método da adição, sem realizar nenhum tipo de retomada desse conteúdo, não havendo assim, explicitamente, qualquer indício de elementos tecnológicos na resolução dessa atividade. Novamente supomos que os mesmos consideram tal conteúdo como um conhecimento prévio dos alunos. Entretanto, podemos inferir que as justificativas para o emprego dessa técnica repousam sobre os elementos tecnológicos apresentados até o momento, somados a resolução de sistemas de duas equações do primeiro grau.

Nos tópicos A*tividades* e *Faça Mais!* são apresentados os mesmos tipos de tarefas elaborados até essa seção. Consideramos esses tópicos como um momento destinado ao trabalho com as técnicas, entretanto, novamente não percebemos a presença de atividades que propusessem um trabalho de aprimoramento das mesmas.

3.3.3.2 Seção 4: *Gráfico da Função Polinomial do 1º Grau*

Nessa seção os autores promovem o primeiro encontro com a sétima organização matemática *local* (OM_7), referente a gráficos de uma função polinomial do primeiro grau. Tal encontro se dá por meio de ostensivos gráficos retirados de jornais. Na sequência são apresentadas três atividades resolvidas, analisadas a seguir.

Atividade 1:

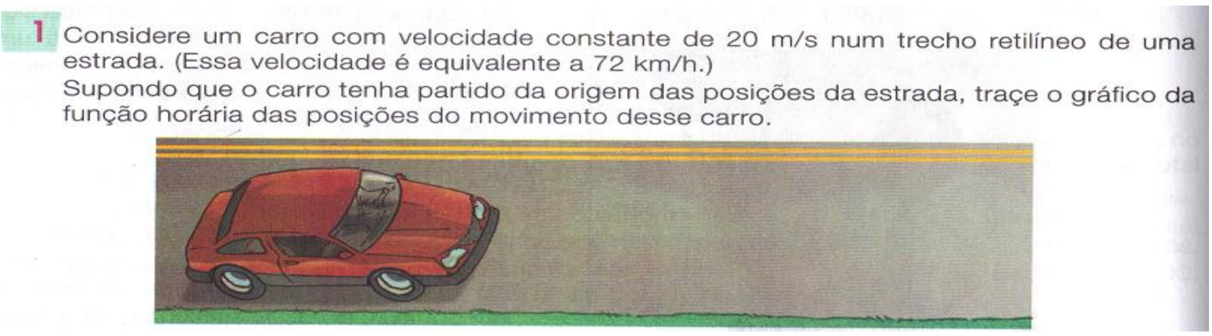

1 Considere um carro com velocidade constante de 20 m/s num trecho retilíneo de uma estrada. (Essa velocidade é equivalente a 72 km/h.)
Supondo que o carro tenha partido da origem das posições da estrada, trace o gráfico da função horária das posições do movimento desse carro.

Figura 15 – Gráfico do movimento de um carro[24]

[24] MFD, p. 96

Nessa primeira atividade temos a presença de um novo tipo de tarefa que determina OM_7:

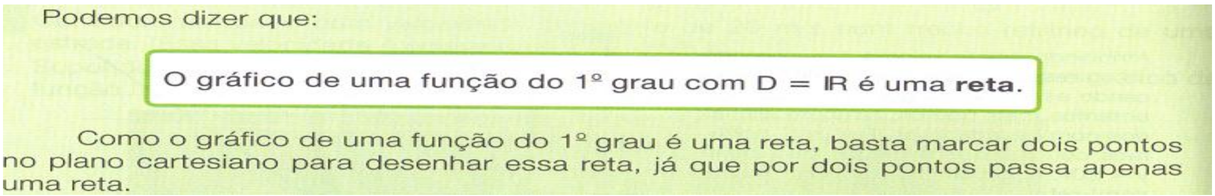
- ✓ T_7: Construir o gráfico de uma Função polinomial do primeiro grau.

Na resolução dessa atividade percebemos que a técnica empregada consiste na realização de alguns passos. Primeiramente os autores identificam a fórmula matemática que relaciona as grandezas em questão; em seguida é montada uma tabela, identificada com as grandezas x e y, onde são atribuídos alguns valores para x (variável independente) e encontrados os correspondentes valores de y (variável dependente). O próximo passo consiste em marcar os pontos correspondentes aos pares ordenados (x, y) no plano cartesiano e traçar o gráfico. Assim a técnica que resolve T_7 pode ser definida da seguinte maneira:

- ✓ τ_7: Montar uma tabela para x e f(x), marcar os pontos no plano cartesiano e traçar o gráfico unindo os pontos.

Os elementos tecnológicos teóricos correspondem a definição do gráfico de uma função juntamente ao sistema de coordenadas cartesianas, explicitados pelos autores durante a resolução dessa atividade.

A segunda atividade resolvida traz como enunciado: "*Construa o gráfico da função f(x) = 6 – 2x, sendo* $D = \Re$" (p. 98). Temos assim, o mesmo tipo de tarefa T_7 apresentada anteriormente. Como o domínio da função foi explicitado, no caso $D = \Re$, os autores atribuem a x valores negativos, positivos e o zero, no momento de montar a tabela. Os pontos correspondentes aos pares ordenados formados são marcados no plano cartesiano e em seguida, unidos formando uma reta. Em seguida os autores apresentam a definição:


Podemos dizer que:

O gráfico de uma função do 1º grau com D = IR é uma **reta**.

Como o gráfico de uma função do 1º grau é uma reta, basta marcar dois pontos no plano cartesiano para desenhar essa reta, já que por dois pontos passa apenas uma reta.

Figura 16 – Axioma de incidência

Este quadro representa a institucionalização realizada pelos autores acerca do procedimento necessário para construir o gráfico da função polinomial do primeiro grau e a partir de então o procedimento até então adotado, a construção de vários pares ordenados, é substituído por esse.

A terceira atividade resolvida:

3 A reta representada na figura estabelece a relação entre o preço total *y*, em reais, cobrado por um encanador para a execução de um serviço, e o número de horas *x* que ele gasta na execução.

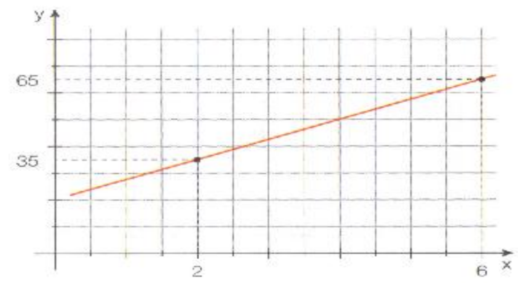
Na expressão de *y* em função de *x*, observa-se que, a cada serviço executado, esse encanador cobra uma quantia fixa, mais um valor que varia de acordo com o número de horas trabalhadas.

Com base nessas informações, responda:

a) Qual a lei que define esse gráfico?

b) De quantos reais é a quantia fixa que o encanador cobra por serviço?

c) Qual o preço de um serviço cuja execução leva 5 horas?



d) Quanto tempo levou um serviço cujo custo foi R$ 110,00?

Figura 17 – Trabalho com gráficos[25]

O ostensivo gráfico utilizado pelos os autores no enunciado dessa atividade propõe uma nova maneira de determinar a função f(x) = ax + b, pois para isso é necessário realizar uma leitura do mesmo. Ao invés de fornecer os pares ordenados necessários à construção da lei de formação da função, conforme solicita o item *a*, os autores os fornecem por meio de pontos marcados no gráfico, exigindo assim uma interpretação do mesmo. Sendo assim, consideramos o tipo de tarefa que define a oitava organização matemática *local* como sendo:

✓ T_8 : Dado um gráfico de uma reta, determinar a função polinomial do primeiro grau correspondente.

A resolução apresentada pelos autores sugere que a técnica empregada para esse tipo de tarefa consta de alguns passos:

✓ τ_8: Determinar as coordenadas de dois pontos pertencentes a reta, escrever as igualdades correspondentes e resolver o sistema de duas equações do primeiro grau obtido para encontrar as constantes a e b da equação y = ax + b.

Podemos inferir que a principal justificativa para o uso dessa técnica é o axioma de incidência apresentado anteriormente, ou seja, dados dois pontos existe uma única reta que passa por eles. Além disso, os elementos tecnológicos apresentados anteriormente também continuam valendo, como por exemplo, a resolução de sistema de duas equações do primeiro grau.

O item *b* solicita a identificação do coeficiente b da função f(x) = ax + b determinada no item anterior. Considerando que para sua resolução não houve a utilização de uma técnica, não a identificamos como um tipo de tarefa. Os autores apresentam essa resposta:

b) A quantia fixa é o valor de *b* (ordenada em que a reta corta o eixo vertical), ou seja, R$ 20,00.

Figura 18 – Determinação do coeficiente b[26]

[25] MFD, p. 99

Os autores contemplam nos itens *c* e *d* o quarto momento didático, ou seja, um momento de trabalho com as técnicas τ_2 e τ_3 apresentadas na primeira seção desse livro, no desenvolvimento do primeiro gênero de organização matemática. Essa situação evidencia o fato de que não há uma cronologia pré-estabelecida para a ocorrência dos momentos de estudo, como afirma Chevallard (1998).

Ao final das atividades resolvidas os autores ressaltam a importância de se conhecer o domínio de uma função para a construção de seu gráfico e apresentam alguns exemplos que ilustram essa afirmação. Os tópicos *atividades* e *Faça Mais* seguem o mesmo padrão identificado até o momento, são atividades de fixação que não apresentam novos tipos de tarefas.

3.3.3.3 Seção 5: *Estudando o Gráfico de uma Função do 1º Grau*

Nesta seção, antes da apresentação das atividades resolvidas, os autores realizam um longo estudo sobre gráficos de Funções polinomiais do primeiro grau. Inicialmente a definição da raiz ou zero da função é apresentada e na sequência a relação existente entre o coeficiente *a* e as inclinações das retas que representam os gráficos. Consideramos essa primeira abordagem como um momento de institucionalização, quando as principais ideias que deverão ser apreendidas nesta seção são apresentadas em um quadro resumo (figura 19).

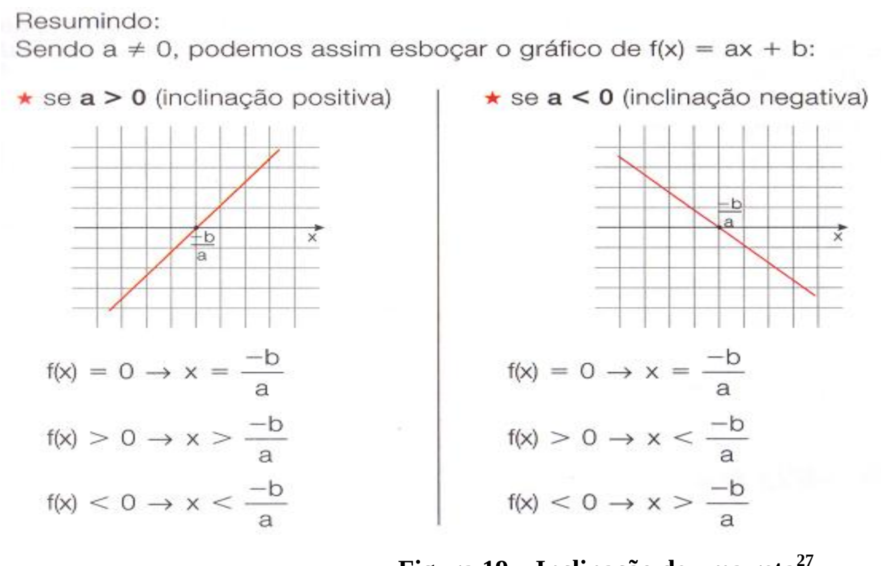
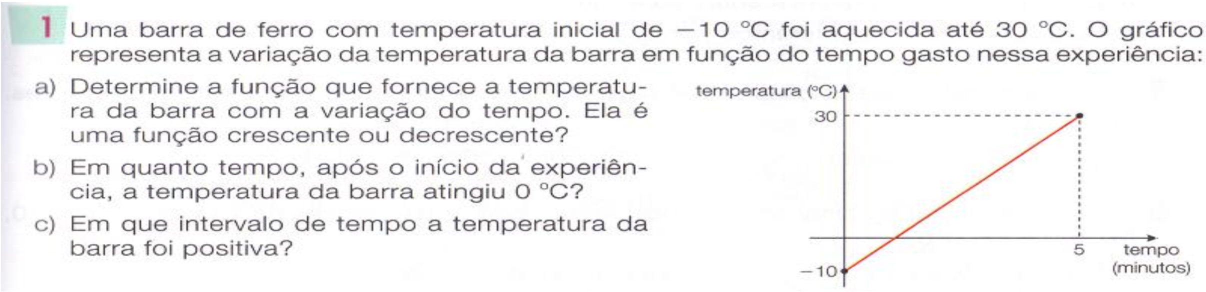


Figura 19 – Inclinação de uma reta[27]

[26] MFD, p. 100
[27] MFD, p. 105

A primeira atividade resolvida determina os novos tipos de tarefas presentes nesta seção:


1 Uma barra de ferro com temperatura inicial de −10 °C foi aquecida até 30 °C. O gráfico representa a variação da temperatura da barra em função do tempo gasto nessa experiência:

a) Determine a função que fornece a temperatura da barra com a variação do tempo. Ela é uma função crescente ou decrescente?

b) Em quanto tempo, após o início da experiência, a temperatura da barra atingiu 0 °C?

c) Em que intervalo de tempo a temperatura da barra foi positiva?

Figura 20 – Variação da temperatura em função do tempo[28]

O item *a* apresenta dois tipos de tarefas, o primeiro deles corresponde a T_1 pertencente a OM_1, ou seja, T_1: modelar uma situação dada por meio de função *(y = f(x))*. O outro tipo de tarefa, que define a nona organização matemática *local*, pode ser considerado como um novo modelo:

- ✓ T_9: Classificar uma Função polinomial do primeiro grau em crescente ou decrescente.

Na realização desse tipo de tarefa, os autores apresentam a determinação do crescimento/decrescimento da função analisando o sinal do coeficiente *a* da Função. Com isso, há a presença da seguinte técnica:

- ✓ τ_9: Analisar o sinal do coeficiente *a* da Função.

A tecnologia que justifica a aplicação de τ_9 está baseada na definição de Função crescente/decrescente apresentada anteriormente pelos autores. Os mesmos fazem uso dessa definição na resolução quando finalizam o item *a*: “Portanto, y = 8x – 10 é uma função crescente, **pois a = 8 > 0**” (p. 106, grifo nosso). Assim podemos considerar nesse momento a presença de indícios tecnológicos.

O item *b* caracteriza o tipo de tarefa presente na décima organização matemática *local*:

- ✓ T_{10}: Determinar o zero ou raiz de uma Função polinomial do primeiro grau.

A técnica empregada nessa resolução consiste em substituir na variável dependente o valor zero e determinar o valor da variável independente. Assim temos a aplicação de uma técnica composta de duas etapas:

- ✓ τ_{10}: Substituir zero na variável y da relação y = f(x) e resolver a equação.

A definição do zero de uma função é a principal justificativa para o emprego dessa técnica.

[28] MFD, p. 105

Embora no item *c* os autores solicitem apenas os valores de x para os quais f(x) > 0, ou seja, os valores de x para os quais a função é positiva observamos que nas atividades propostas são trabalhados os valores de x para f(x) = 0, f(x) > 0 e f(x) < 0. Ressaltamos que a variável x pode ser representada por qualquer outra letra, como *y*, *t* e *s*. O uso do x se deve ao fato de ser essa a variável adotada pelos autores. O que estamos considerando quando usamos a notação x e f(x) são os valores do domínio da função e os valores da imagem dessa função, respectivamente. Dessa forma, a última organização matemática *local* (OM_{11}), considera o seguinte tipo de tarefa:

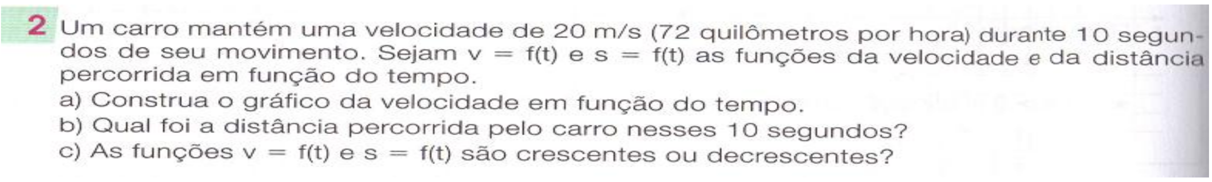
- ✓ T_{11}: Estudar a variação do sinal de uma Função polinomial do primeiro grau.

Podemos inferir que a técnica utilizada pelos autores na resolução de T_{11} consiste na aplicação das implicações decorrentes do fato de uma função ser crescente ou decrescente. O resumo apresentado anteriormente (figura 19) explicita as condições para as quais a imagem da função será positiva, negativa ou nula. Dessa forma, temos como técnica:

- ✓ τ_{11}: Procurar para quais valores de *x*: $y = 0, y < 0, y > 0$.

A técnica τ_{11} se justifica pela definição que determina o sinal de uma Função polinomial do primeiro grau.

A segunda atividade resolvida, e última de nossa análise, apresenta como enunciado:



2 Um carro mantém uma velocidade de 20 m/s (72 quilômetros por hora) durante 10 segundos de seu movimento. Sejam v = f(t) e s = f(t) as funções da velocidade e da distância percorrida em função do tempo.
a) Construa o gráfico da velocidade em função do tempo.
b) Qual foi a distância percorrida pelo carro nesses 10 segundos?
c) As funções v = f(t) e s = f(t) são crescentes ou decrescentes?

Figura 21 – Função velocidade e Função espaço[29]

Os autores consideram duas funções nessa atividade, a função da velocidade v = f(t) e a função da distância s = f(t), ambas determinadas em função do tempo (t). Esse tipo de atividade é comumente abordado na disciplina de Física, que discute o estudo do movimento de objetos. O item *a* propõe a construção do gráfico de v = f(t), ou seja, o tipo de tarefa T_7 apresentado anteriormente. A resolução apresentada pelo autor não condiz com a técnica utilizada para resolver T_7 na situação anterior, a mesma é assim colocada: “A função v = f(t) é constante e dada por: v = 20, cujo gráfico é [...]” (p. 106), tal fato pode ter ocorrido por tratar-se de um outro modelo de função, ou seja, uma função constante. Entretanto, poderia ter havido uma discussão maior acerca da construção de gráficos desses tipos de funções. Dessa

[29] MFD, p. 106

forma, embora T_7 expresse um tipo de tarefa bem definido, não consideramos o uso de nenhuma técnica nessa resolução.

O item *b* considera a função s = f(t), pois solicita o cálculo de distância. O tipo de tarefa presente nessa atividade pertence à segunda organização matemática *local* por nós estudada, trata-se de T_2: Sendo $y = f(x)$, dado um valor x_1 para x, encontrar o valor de y. Nesse caso específico, a função se expressa por s = f(t) e foi fornecido o valor de t para encontrar o valor de s. A técnica utilizada para resolver esse tipo de tarefa se mantém, isto é, os autores empregam nessa resolução τ_2: Substituir o valor x_1 para x, efetuar os cálculos $(f(x_1))$ para buscar a imagem de x_1 pela $f(x)$.

O último item pede a classificação das funções apresentadas em crescente ou decrescente, caracterizando assim o tipo de tarefa T_9: Classificar uma Função polinomial do primeiro grau em crescente ou decrescente. O gráfico da função velocidade já havia sido apresentado no item *a*, logo bastou classificá-lo usando a definição. Quanto ao gráfico da função espaço não houve uma construção do mesmo, os autores apenas afirmaram que a função é crescente, sem nenhum tipo de explicação, nem ao menos o uso de alguma definição que justificasse tal afirmação. Os tópicos *Atividades* e *Faça Mais* priorizam os tipos de tarefas apresentadas nesta seção T_9, T_{10} e T_{11}.

Essa atividade finaliza o trabalho com o segundo gênero de organização matemática proposto pelo livro didático. Alguns enunciados tecnológicos, como a definição de Função, conceito de domínio, imagem e contradomínio, foram empregados, tanto na resolução das atividades como no texto teórico do livro. Identificados nesse estudo quatro tipos de tarefas e de técnicas e alguns enunciados tecnológico-teórico. Temos, a seguir, um quadro resumo com os elementos praxeológicos identificados:

Tipos de Tarefas	Técnicas	Elementos Tecnológico-Teóricos
T_6: Determinar os coeficientes *a* e *b* da função *f(x) = ax + b*, conhecendo dois valores de *f(x)*	τ_6: Substituir os valores de *x* e *f(x)* e resolver o sistema de duas equações obtido.	▪ Definição de função; ▪ Definições de domínio, imagem e contradomínio; ▪ Resolução de equação ▪ Resolução de sistema de equações; ▪ Definição do gráfico de uma função; ▪ Sistema de coordenadas cartesianas; ▪ Definição de Função crescente/decrescente ▪ Definição do zero de uma função
T_7: construir o gráfico de uma Função polinomial do primeiro grau	τ_7: Montar uma tabela para *x* e *f(x)*, marcar os pontos no plano cartesiano e traçar o gráfico unindo os pontos.	
T_8 : Dado um gráfico de uma reta, determinar a função polinomial do primeiro grau correspondente.	τ_8: Determinar as coordenadas de dois pontos pertencentes a reta, escrever as igualdades correspondentes e resolver o sistema de duas equações do primeiro grau obtido para encontrar as constantes *a* e *b* da equação *y = ax + b*.	
T_9: Classificar uma Função polinomial do primeiro grau em crescente ou decrescente	τ_9: Analisar o sinal do coeficiente *a* da Função.	
T_{10}: determinar o zero ou raiz de uma Função polinomial do primeiro grau	τ_{10}: substituir zero na variável *y* da relação $y = f(x)$ e resolver a equação.	
T_{11}: estudar a variação do sinal de uma Função polinomial do primeiro grau	τ_{11}:Procurar para quais valores de *x*: $y = 0, y < 0, y > 0$.	

Quadro 10 – Praxeologia Matemática de GOM_2

Realizamos aqui, assim como em GOM_1, uma avaliação acerca dos elementos praxeológicos que compuseram as organizações matemática *locais* do segundo gênero de organização matemática.

3.3.4 Avaliação das Organizações Matemáticas *locais* que compõem GOM_2

Da mesma maneira que procedemos anteriormente, apresentamos os critérios determinados por Chevallard (1998) para essa avaliação e em seguida nossas observações sobre cada um deles.

> *Critério de identificação – os tipos de tarefas T_i são claramente bem colocados e bem identificados? Em particular, são representadas pelo corpo K_i efetivamente disponível de exemplos suficientemente numerosos e adequadamente calibrados? Ou ao contrário são reconhecidas somente por poucos exemplos representativos? (CHEVALLARD, 1998, p. 115)*

Consideramos que os tipos de tarefas apresentados foram claramente identificados pelos autores, não havendo dúvidas quanto à tarefa a ser cumprida em cada uma das atividades. Houve um predomínio do tipo de tarefa T_7, provavelmente, por ser essa o ponto de partida para o estudo de gráficos de Funções polinomiais do primeiro grau.

> *Critério das razões de ser – as razões de ser dos tipos de tarefas T_i são explicitadas? Ou ao contrário, esses tipos de tarefas aparecem sem motivo? (CHEVALLARD, 1998, p. 115)*

As justificativas para a realização desses tipos de tarefas focaram quase que totalmente na atividade matemática em si, ou seja, foram apresentadas como tarefas pertencentes ao contexto matemático. Embora algumas atividades exibissem um enunciado contextualizado, não consideramos uma ênfase nesse aspecto.

> *Critério de pertinência – os tipos de tarefas considerados fornecem um bom recorte em relação às situações matemáticas mais frequentemente encontradas? São pertinentes do ponto de vista das necessidades matemáticas dos alunos atualmente? E futuramente? Ou ao contrário aparecem "isoladas" sem ligação verdadeira – ou explícita – com o resto da atividade (matemática e extramatemática) dos alunos? (CHEVALLARD, 1998, p. 115)*

As situações matemáticas descritas nos tipos de tarefas representam o estudo acerca de gráficos de Funções polinomiais do primeiro grau. Entretanto, temos cautela ao afirmar que as mesmas podem ser consideradas pertinentes com relação às necessidades extramatemáticas dos alunos, principalmente T_{11}, pois dificilmente tem-se a necessidade prática de se estudar a variação do sinal de uma Função. Embora esse seja o contato inicial dos alunos com o conceito de gráficos, nada impediria a análise de gráficos que representasse situações do quotidiano do aluno.

> *As técnicas propostas são efetivamente elaboradas, ou somente esboçadas? São fáceis de utilizar? A abrangência é satisfatória? A sua confiabilidade é aceitável dado suas condições de uso? São suficientemente inteligíveis? Elas têm futuro e poderão evoluir de maneira conveniente? (CHEVALLARD, 1998, p. 115)*

Percebemos uma construção efetiva da técnica τ_7; os autores apresentam detalhadamente os passos a serem seguidos na aplicação da mesma. Além disso, consideramos de fácil utilização a técnica τ_9 utilizada na resolução de T_9, pois a mesma consiste na simples observação do valor do sinal do coeficiente *a* da Função. A técnica τ_{10} assemelha-se em muito a $\tau_{3,}$ utilizada na terceira organização matemática *local* descrita anteriormente (OM_3) sua abrangência é bastante satisfatória para resolver tarefas pertencentes a T_9. A única observação com ressalvas que realizamos é acerca de τ_{11}, pois apesar de sua abrangência ser satisfatória para a resolução de tarefas do tipo T_{11}, consideramos que devido a tênue explicação realizada a respeito de sua construção a mesma pode ser tida como um difícil modelo de utilização. A técnica τ_6 que necessita de um conteúdo já estudado, resolução de sistemas de equações deveria ter sido melhor trabalhada, uma vez que os alunos têm dificuldades em utilizá-la. Talvez o livro didático não o tenha feito considerando que os alunos já tenham esse conhecimento, entretanto ele não realiza nenhum comentário a esse respeito e também não pede para que o professor o faça. Sendo assim, resta saber como o professor procederá nessa situação.

> *Sendo dado um enunciado, o problema de sua justificação, é pelo menos colocado? Ou esse enunciado é considerado tacitamente como natural, evidente, óbvio, ou ainda bem conhecido ("folclórico")? As formas de justificação utilizadas são próximas das formas canônicas em matemática? São adaptadas as suas condições de utilização? As justificativas explicativas são favoráveis? Os resultados tecnológicos tornados disponíveis são efetivamente explorados e de maneira ótima? (CHEVALLARD, 1998, p. 116)*

Observamos a presença de alguns enunciados tecnológicos que justificavam os procedimentos realizados. Tais enunciados foram apresentados de maneira favorável e utilizados na resolução das atividades. Um exemplo desse fato é a utilização do resultado de que por dois pontos passa apenas uma reta, que, além de tudo, estabelece uma ligação com a geometria euclidiana. Após a exposição do mesmo, os autores passam a construir os gráficos considerando apenas dois pontos no plano cartesiano.

CAPÍTULO 4
PRÁTICAS VIVENCIADAS POR UM PROFESSOR INICIANTE

4.1 Introdução

Apresentamos nesse capítulo as análises praxeológicas referentes aos protocolos de observação das aulas do professor Sérgio. Essas análises tiveram por referência a análise praxeológica do livro didático utilizado por esse professor. Sendo assim, a apresentamos de acordo com os dois gêneros de organizações matemáticas identificadas tanto no livro didático como no decorrer das aulas desenvolvidas pelo professor sobre o tema Função. Dentro do estudo referente a cada uma dessas organizações, realizamos uma análise da praxeologia desenvolvida pelo professor, avaliando os tipos de tarefas, técnicas e elementos tecnológico-teóricos que a compuseram. Além disso, enriquecemos nossa análise com o estudo das organizações didáticas colocadas em prática pelo professor no desenvolvimento das organizações matemáticas estudadas.

Os protocolos analisados são referentes à coleta de dados ocorrida em uma Escola Municipal de Campo Grande – Mato Grosso do Sul, no período de 01 de agosto de 2008 a 01 de setembro de 2008, sendo um total de 18 horas/aula observadas. Complementando esse material temos os planos de aula elaborados pelo professor e entrevistas semi-estruturadas realizadas com o mesmo após o período de observação. Cabe salientar que na análise a seguir, os dados obtidos dessas diferentes maneiras não serão apresentados separadamente. Tomamos como base de análise a observação da aula do professor e a medida que se fez necessário, complementamos a mesma com os dados obtidos na entrevista e no plano de aula.

4.2 Gênero de Organização Matemática 1 (GOM_1) – Estudo do *tema:* Conceito de Função

A primeira aula do professor Sérgio sobre o conteúdo de Funções, no nono ano do Ensino Fundamental, aconteceu no dia 01 de Agosto de 2008. Essas aulas acontecem duas vezes por semana, as segundas e sextas-feiras. Nesse primeiro dia houve apenas uma introdução da noção de Função por meio da resolução de algumas atividades, sem a apresentação de definições.

Nesse dia tivemos nosso primeiro contato com a turma; no início da aula o professor nos apresentou aos alunos informando que estávamos realizando uma pesquisa de mestrado e que iríamos acompanhar todas as aulas referentes ao conteúdo de Funções. Além da apresentação, o professor pediu a colaboração dos alunos para que pudéssemos desenvolver nosso trabalho. Em princípio os alunos mostraram-se curiosos e inquietos com a nossa presença, no entanto no decorrer da aula deixaram de nos observar e se concentraram na resolução das atividades, o mesmo aconteceu nos outros dias em que estivemos presente na classe.

Após uma leitura de todos os protocolos de observação, seguida de um estudo aula por aula, podemos inferir que Sérgio desenvolve primeiramente, assim como no livro didático, uma apresentação da noção de Funções como uma relação entre grandezas. O professor inicia sua fala dizendo aos alunos que nesse conteúdo serão utilizados conceitos que foram estudados anteriormente:

> Pessoal, relembrando aqui, nas aulas passadas, antes do término do bimestre, a gente estudou equações do segundo grau [...] a gente também aprendeu achar soluções de sistemas resolvendo equações do primeiro grau, a gente vai desenvolver um trabalho interessante que usa alguma dessas ideias [...] primeiramente a gente vai rever alguns conceitos precedentes de séries anteriores [...] então pessoal, funções é um conteúdo matemático que está presente no curso de Matemática, no curso de Biologia, na área de Administração, na Física, entre outros cursos [...]. (Sérgio, 1ª aula)

Essa primeira apresentação realizada pelo professor evidencia sua preocupação em articular os conteúdos que vão sendo trabalhados ao longo dos anos escolares, mostrando aos alunos que esses conteúdos possuem ligações, tanto dentro da própria Matemática, como também em outras áreas.

Considerando de extrema importância essa atitude do professor, de relembrar e articular o novo conhecimento com o estudado anteriormente, o questionamos acerca da importância atribuída por ele a essa retomada de conteúdos, sua fala esclarece que

> [...] na escola, antes da gente iniciar o conteúdo a gente faz um estudo do que vai ser passado (referindo-se ao planejamento escolar dos conteúdos), faz um plano que você vai poder puxar, porque senão você fica trabalhando conteúdo separado, é igual trabalhar lá no começo do bimestre com função e que não tem nada para trás ainda, então alguma coisa assim eles já teriam que ter tido pra você iniciar, porque senão fica uma coisa muito isolada. (Sérgio em entrevista)

O professor demonstrou assumir a mesma preocupação na organização dos conteúdos que seriam trabalhados durante o ano letivo. Entretanto, nesse ano, ele utilizou um planejamento que havia sido elaborado pelos professores mais experientes, por se tratar do primeiro ano em que estava assumindo uma turma. Porém, algumas adaptações foram realizadas, principalmente com relação a sequência dos conteúdos.

As mudanças realizadas por Sérgio nesse planejamento evidenciam seu conhecimento acerca dos conteúdos que devem ser trabalhados nesse ano escolar. Tal conhecimento sobre o currículo da disciplina é considerado como sendo uma das vertentes da Base de Conhecimentos para o Ensino (SHULMAN, 1986, p.13), pois proporciona ao professor uma "familiarização com tópicos e questões que foram e serão ensinadas na mesma área da disciplina durante os anos precedentes e posteriores na escola, e os materiais que fazem parte deles".

Ainda com relação à retomada dos conteúdos estudados anteriormente, podemos entender essa atitude de Sérgio como sendo algo característico de sua organização didática, ou seja, a maneira como ele escolhe desenvolver o trabalho em sua aula. Esse posicionamento pode ser entendido como uma técnica didática passível de ser realizada durante a atividade matemática, uma vez que existe imbricação entre boa parte dos conteúdos matemáticos. Ressaltamos que, possivelmente, esta técnica didática possa auxiliar o processo de ensino e aprendizagem, pois minimiza a ideia de segregação entre os conteúdos matemáticos estudados ao longo do(s) ano(s).

Na continuidade da aula, o professor apresenta, oralmente, como primeiro exemplo para ilustrar a relação entre duas grandezas, a relação existente entre o tempo de acesso à internet e o valor a ser pago em um Cyber.

> Vamos ver um exemplo prático onde a gente encontra esse tipo de relação, todo mundo aqui freqüenta cyber, não freqüenta? Então, quanto que é o valor lá do cyber? Dois reais? Mas dois reais por hora! **Quais são as duas grandezas que estão relacionadas aí? O valor e a hora**, então se você ficar uma hora, quanto é que você vai pagar? Se você ficar duas horas? Quatro. Se eu ficar dez horas tem como eu saber quanto é que eu vou pagar? Tem. Então você observa uma seqüência, uma ordem, um padrão! (Sérgio, 1ª aula – grifo nosso)

Como o professor optou por um exemplo diferente do proposto pelo livro didático, apresentado no capítulo anterior, sentimos a necessidade de conversar com ele sobre essa escolha:

> [...] tentei pegar alguma coisa prática, pra eles verem o que seria o exemplo de uma função, onde eles poderiam encontrar uma aplicação de uma função, não pegando um exemplo assim, já meio, um pouco mais sofisticado, eu diria, que envolvesse mais teoria, tinha que ter teoria de geometria tudo ali, então daí eu preferi pegar um exemplo mais fácil, mais compreensível para eles, para estar iniciando esse conteúdo. Pra não ficar uma coisa de outro mundo. (Sérgio em entrevista)

A técnica didática utilizada pelo professor para iniciar o trabalho com o conteúdo de funções consiste em apresentar um exemplo diferente do proposto pelo livro didático, o que caracteriza uma particularidade da organização didática do professor em relação à proposta pelos autores. Tal postura reflete ainda a preocupação de Sérgio com relação à aprendizagem dos alunos, pois ele considera que o exemplo apresentado pelo livro não seria o mais indicado naquele momento introdutório do conteúdo. Recorrendo a Base de Conhecimentos para compreender a abordagem do professor, podemos dizer que “ensinar necessariamente começa com a compreensão do professor do que deve ser aprendido, e como ser ensinado” (SHULMAN, 2001, p. 173). Além disso, a técnica didática utilizada pelo docente, juntamente com sua fala, nos remete às três categorias do conhecimento investigadas, dando um bom exemplo acerca da imbricação existente entre essas vertentes do conhecimento. O posicionamento do professor diante do exemplo utilizado pelo livro nos mostra tanto o seu conhecimento sobre o conteúdo funções como o seu domínio sobre o material didático utilizado. Mais ainda, a habilidade em buscar um exemplo próximo da realidade dos alunos evidenciou uma das principais características do conhecimento pedagógico do conteúdo, que é encontrar

> “as formas mais úteis de representação dessas ideias, as analogias mais poderosas, ilustrações, exemplos, explicações, demonstrações, enfim: as formas de representar e formular o tópico que o faz mais compreensivo para outros”. (Idem, 1986, p. 12)

Dando continuidade da aula, o professor pede para que os alunos peguem o livro didático e abram na página em que é iniciado o conteúdo de Funções. O professor lê o texto introdutório do capítulo e faz a seguinte consideração

> [...] então, uma grandeza dependendo da outra você consegue fazer um estudo, esse estudo a gente vai estar vendo o que vem a ser mais futuramente no decorrer das aulas. Isso tudo em diferentes situações, como a gente já viu alguns exemplos que eu passei pra vocês. A principal análise que a gente faz é do gráfico dela, então se você utilizar um gráfico de uma função, você ali consegue tirar várias informações, é o que a gente vai estar fazendo no decorrer dessas aulas [...] (Sérgio, 1ª aula)

Notemos que o professor explica para os alunos, de maneira geral, o que será estudado nas aulas destinadas ao conteúdo de Funções. Da mesma forma ele dá indícios de que nesse momento haverá apenas uma introdução do conteúdo e que apenas “futuramente” serão apresentadas as definições.

Na sequência ele resolve duas atividades na lousa e entrega uma lista de exercícios aos alunos. As duas atividades resolvidas são bastante semelhantes e estão presentes no livro didático, porém o professor realiza algumas alterações em seus enunciados, trocando valores numéricos por acreditar que dessa forma os alunos ficariam estimulados a resolver as atividades uma vez que os resultados das mesmas não estariam no livro.

Optamos por realizar a análise praxeológica apenas de uma das atividades apresentadas pelo professor, escolhendo a que está presente no livro didático como atividade resolvida, pois realizamos sua análise praxeológica anteriormente e com isso poderemos fazer observações acerca da praxeologia proposta pelo livro didático e a praticada pelo professor. Trata-se da segunda atividade resolvida da seção 1 do livro didático. Como dito anteriormente, houve uma mudança nos valores propostos no enunciado: havia números decimais na tabela e os mesmos foram trocados por números naturais. Essa mudança do professor pode ser entendida como uma técnica didática que está, diretamente, relacionada aos seus conhecimentos. Ou seja, o que nos faz compreender a organização didática posta por Sérgio, suas escolhas, seus procedimentos e suas atitudes, é a recorrência a Base de Conhecimentos para o ensino (SHULMAN, 1986). Vemos que, a opção de Sérgio leva em consideração as, possíveis, dificuldades dos alunos, o que revela sua preocupação com a aprendizagem dos mesmos. Tal fato é indicativo de seus conhecimentos pedagógicos como também de sua facilidade em lidar com o conteúdo trabalhado. Temos na sequência o enunciado da atividade:

> *A tabela abaixo mostra a distância percorrida por um ciclista que mantém sempre a velocidade de 18 km/h.*

Tempo (em horas)	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
Distancia (em km)	*18*	*36*	*54*	*72*	*90*

> *a) Chamando o tempo de t e a distância percorrida de d, qual a sentença ou fórmula matemática que relaciona t a d?*
> *b) Qual a distância percorrida pelo ciclista em 7 horas?*
> *c) Em quanto tempo ele percorrerá 180 km?*

O desenvolvimento da aula segue da seguinte maneira: o professor passa a atividade no quadro e antes de iniciar a resolução faz uma breve explicação do seu enunciado:

> Então pessoal, um exemplo, não é difícil de vocês interpretarem [...] esse probleminha é bem simples, tem uma tabela aqui, onde ele tá demonstrando o que acontece com esse ciclista que mantém sempre a mesma velocidade, nunca muda, ele sempre tá andando a velocidade de 18 km/h [...] (Sérgio, 1ªaula)

Na sequência, o professor inicia a resolução.

> Professor: [...] então quais são as grandezas que estão relacionadas aí nesse problema? O tempo e a distância, certo? O tempo que é dado em hora, e a distância que é dada em quilômetro, então eu tenho uma relação, **quando ele anda 1 hora, quantos km ele vai percorrer? 18. Quando ele anda 2? 36**. O que aconteceu aí?
> Aluno: a hora multiplica.
> Professor: Interessante essa observação sua! **Então em três horas? 54. Em quatro horas? 72. Em cinco? 90. E se tivessem 6 horas, qual seria? 108.** Então você observa que com essas informações você consegue determinar qualquer distância em qualquer tempo, certo? Então a primeira questão que ele pergunta aqui é isso: "Chamando o tempo de t e a distância percorrida de d. Qual a sentença ou fórmula Matemática que relaciona t a d?" será que vocês seriam capazes, tem que aparecer o t, o d e alguns números ali [...](Sérgio, 1ªaula – grifo nosso)

A exposição do professor evidencia a tarefa matemática que deve ser realizada no item *a*. Trata-se de uma tarefa pertencente ao tipo de tarefa T_1*: Modelar uma situação dada por meio de uma função (y = f(x)),* apresentada anteriormente durante a análise do livro didático de onde foi extraída essa atividade. Ressaltamos que antes de iniciar a resolução dessa tarefa o professor destaca as grandezas que estão sendo consideradas, embora esse não seja um item a ser respondido. Tal ênfase pode ser justificada pela opção do livro didático, também seguida pelo professor, em apresentar o conteúdo de Funções como a relação entre grandezas. Conforme Pelho (2003) a apresentação do conceito de função por meio da exploração da relação de dependência existente entre as grandezas contribui positivamente para a aquisição desse conceito pelos alunos.

Além de apresentar a tarefa a ser cumprida, o professor inicia a construção da técnica que será utilizada para resolver esse tipo de tarefa. Oralmente e com base nos dados apresentados na tabela, ele tenta fazer com que os alunos percebam que a distância percorrida pelo ciclista está sendo dada a partir da multiplicação do tempo pela velocidade, ou seja, pela fórmula $d = 18\ t$. Salientamos a importância do processo de construção da técnica pelo professor, uma vez que dessa maneira os alunos têm a possibilidade de compreender tal processo e não simplesmente memorizá-lo sem compreensão. Percebemos assim, que a técnica utilizada pelo professor na resolução dessa tarefa é determinar a regularidade existente entre os dados fornecidos na tabela, isto é, o tempo (*t*) e a distância (*d*). Entretanto, para chegar à sentença matemática ele atribui diferentes valores para *t* e calcula o valor de *d*. Podemos então considerar a técnica que resolve T_1 como τ_1: *Calcular o valor de y para diferentes valores de x, construir uma tabela relacionando as duas grandezas, e generalizar os dados.* Apesar de ainda não haver uma institucionalização por parte do professor com relação à definição de Função, é a mesma que justifica a técnica aplicada nessa resolução.

O professor dá continuidade à resolução da atividade

> Agora a letra *b*, através da informação da letra *a* você descobre a informação da letra *b*: qual a distância percorrida pelo ciclista em 7 horas? Como eu vou resolver? Continuo substituindo a tabela aqui? Poderia, só que utilizando aquela fórmula não fica mais fácil? Então dá pra você fazer? **Então você coloca, para o tempo t igual a 7 horas, temos? d = 18·7 = 126** o quê? Metros, horas, quilômetros? Quilômetros. Lembrando aqui que a distância é dada em quilômetros. Então a distância que ele percorre em 7 horas é 126. Certo? (Sérgio, 1ªaula – grifo nosso)

A tarefa proposta no item *b* pode ser agrupada ao tipo de tarefa que nomeamos de T_2: *Sendo* $y = f(x)$, *dado um valor* x_1 *para x, encontrar o valor de y.* A técnica utilizada pelo professor consiste em substituir o valor dado na fórmula matemática encontrada anteriormente e efetuar os cálculos para encontrar o valor procurado. Dessa forma, denominamos τ_2:

Substituir o valor x_1 para x, efetuar os cálculos $(f(x_1))$ *para buscar a imagem de x_1 pela* $f(x)$. Na resolução do item *c*, o professor procede da seguinte maneira:

> Então qual a informação que ele deu aqui pra gente, ele deu o t ou o d? Então ele deu o d, que é 180 km e ele ta interessado em descobrir o quê? O tempo [...] Será que seria necessário eu completar a tabela para descobrir? [...] utilizando essa fórmula aqui (d = 18·7) eu não consigo achar o t? Então eu vou substituir o que eu tenho lá, **então substituindo na fórmula aqui, d = 18·t**, eu tenho o valor do d que é à distância, 180, então 180=18·t, olha o que é isso aqui pra gente? Se aqui fosse um x o que lembraria pra gente? **Uma equação do primeiro grau [...] aqui valem as mesmas regras, não está multiplicando, então eu passo dividindo**, $\frac{180}{18}$ = t, quanto dá? Dez. Então o tempo aqui é dez, o quê? Dez horas. Então isso daqui é a primeira noção de função que a gente está tendo. (Sérgio, 1ª aula – grifo nosso)

A tarefa proposta nesse item pode ser agrupada ao tipo de tarefa *T_3: Sendo* $y = f(x)$*, dado um valor y_0 para y, encontrar o valor x_0 para que* $f(x) = y_0$. Ao aplicar o primeiro passo da técnica que resolve T_3, que é substituir o valor dado na relação matemática determinada no item *a*, tem-se o aparecimento de um modelo de equação do primeiro grau; o professor enfatiza isso usando uma variável mais utilizada pelos alunos, o *x*. Dessa forma, o próximo passo consiste em resolver essa equação. Portanto, consideramos como *τ_3: Substituir o valor y_0 e resolver a equação* $f(x) = y_0$.

Durante a resolução dessa primeira atividade, percebemos a existência de alguns momentos de estudo. Temos a ocorrência do momento do primeiro encontro com as três organizações matemáticas *locais* que definiram T_1, T_2 e T_3, respectivamente. Como nessa atividade tivemos a presença de apenas uma tarefa pertencente a cada tipo de tarefa elencado, não observamos a presença do momento de exploração dos tipos de tarefas. Acreditamos que tal momento ocorrerá durante a resolução da lista de exercícios entregue aos alunos, pois ao analisarmos a mesma percebemos que são contemplados os mesmos tipos de tarefas já identificados. Embora não tenha havido a exploração dos tipos de tarefas, houve a elaboração das técnicas que permitiram resolver as mesmas.

Apenas na resolução do tipo de tarefa T_3 observamos a presença explícita de elementos tecnológicos que justificassem a aplicação de τ_3, dessa forma concluímos que só houve o momento de constituição do ambiente tecnológico-teórico relativo a essa técnica. Não observamos a ocorrência de um momento de institucionalização no decorrer dessa atividade. Acreditamos que tal fato tenha ocorrido devido ao objetivo dessa aula, presente no planejamento didático do professor: “motivar a classe a desenvolver estratégias e processos de resolução para resolver e interpretar problemas envolvendo o conceito de funções”, ou seja, o objetivo da aula era trabalhar a resolução de atividades envolvendo Função e não apresentar definições formais.

Ao terminar a resolução dessa atividade, o professor dá continuidade à aula resolvendo um outro exercício. Como já havíamos dito, não realizaremos a análise praxeológica dessa atividade, uma vez que ela é muito semelhante a que apresentamos anteriormente e também pelo fato de não observarmos diferenças quanto aos seus elementos praxeológicos, o que caracteriza um momento de exploração desse tipo de tarefa.

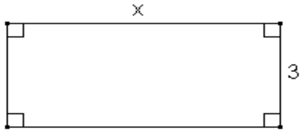
Uma lista com cinco exercícios foi entregue aos alunos após a resolução da segunda atividade. Eles começaram a resolvê-la durante a aula e a sua correção ficou marcada para o próximo encontro, previsto para a próxima semana. Ainda nessa aula, o professor sanou algumas dúvidas dos alunos que já estavam resolvendo essas atividades.

No início da segunda aula sobre esse tema, no dia 04 de Agosto de 2008, o professor começa a resolução da lista de exercícios. Como dito anteriormente, foram propostos os mesmos tipos de tarefas e não houve alteração com relação às técnicas de resolução. Entretanto, como havíamos suposto, a correção das atividades caracterizou-se por um momento de trabalho com as técnicas elaboradas na aula anterior, pois as mesmas foram utilizadas em todas as atividades propostas. Tal momento exerce papel importante dentro de uma Organização Didática, uma vez que proporciona a oportunidade de "melhorar a técnica [elaborada anteriormente] e torná-la mais eficaz e mais fiável" (CHEVALLARD, 1998, p. 111).

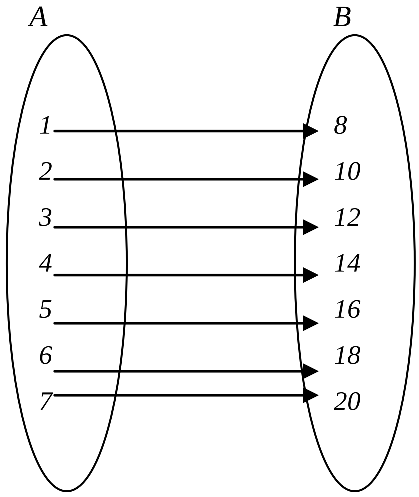
Nossa análise continua a partir do novo subtópico apresentado pelo professor e que também está presente no livro didático: *Definição de Função, Domínio e Imagem*. Convém destacarmos que de acordo com o planejamento semanal do professor, o objetivo das aulas realizadas nessa semana é: "fazer com que os alunos tenham conhecimento das definições de função, domínio e imagem; e assim saber dizer quando uma relação entre dois conjuntos é uma função".

É tomado como exemplo de uma Função a relação existente entre as medidas dos lados de um retângulo e seu perímetro. Ele apresenta a figura de um retângulo de lados *3* e *x* e uma tabela onde são atribuídos diversos valores para o lado *x* e calculados os respectivos valores do perímetro da figura. Em seguida esses dados são organizados em um diagrama de Venn e os valores correspondentes ligados por uma seta. Para uma melhor compreensão reproduzimos, na sequência, o conteúdo registrado na lousa pelo professor:

Definição de Função, Domínio e Imagem
Exemplo:



Lado (em cm)	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
Perímetro (em cm)	*8*	*10*	*12*	*14*	*16*	*18*	*20*



Isso é um Diagrama

Esse extrato da aula evidencia a importância do uso de ostensivos gráficos no trabalho com o conteúdo de Funções. As figuras utilizadas pelo professor expressam a relação funcional existente entre as grandezas destacadas, a medida do lado e o perímetro do retângulo. Entretanto, é válido destacar que o uso de objetos ostensivos[30] sempre estará associado aos objetos não-ostensivos[31]. Conforme Bosch e Chevallard (1999, p. 93)

> Toda atividade humana pode ser descrita, no aspecto aparente, como uma manipulação de objetos ostensivos. Mas, uma análise mais sumária revela que o operador humano somente pode realizar (e não sabe eventualmente perceber isso) evocando ou invocando, com ajuda de objetos ostensivos apropriados, objetos não-ostensivos que não parecem forçosamente específicos da atividade. Escrever 2 + 3 = 5 pode ser visto como uma simples manipulação de objetos ostensivos, porém sua manipulação não seria possível sem a intervenção de certos objetos não ostensivos específicos, tal como a noção de adição (ou, se há somente cópia de um modelo de escrita, a noção de reprodução ou de cópia). Mas, geralmente colocaremos o

[30] São considerados como ostensivos todos os objetos que apresentam certa materialidade e devido a isso podem ser percebidos pelos sujeitos por meio dos órgãos do sentido. Exemplos de objetos ostensivos: os sons, os grafismos, os gestos, as figuras, etc.
[31] Os objetos não-ostensivos traduzem, por exemplo, as idéias e os conceitos. Tais objetos normalmente são expressos por meio do uso adequado de objetos ostensivos. Exemplo: a notação y = f(x) e o conceito de função.

princípio que, em toda atividade humana existe uma co-ativação de objetos ostensivos e não-ostensivos.

Sendo assim, os ostensivos utilizados pelo professor nesse momento ajudam na compreensão de objetos não-ostensivos relacionados ao conteúdo de Funções. Nesse caso, o diagrama apresentado obedece as duas condições necessárias para que uma dada relação seja considerada uma função. O professor as apresenta na lousa da seguinte maneira:

- *Todos os elementos de A estão associados a elementos de B.*
- *Cada elemento de A está associado a apenas um elemento de B.*

Com base nessas condições, a seguinte definição de Função é apresentada:

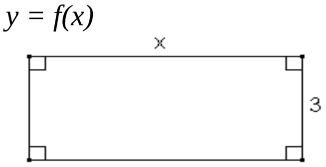
Definição de Função
"Função de A em B é toda relação em que cada elemento de A associa-se apenas a um elemento de B"

Consideramos aqui o início de algumas formalizações acerca desse conteúdo. A primeira atividade resolvida, apresentada anteriormente, tratava da relação entre duas grandezas, entretanto ainda não havia a presença de condições ou de uma definição sobre o que seria uma Função. A partir de agora, os exemplos e os exercícios apresentados na classe serão analisados com base na definição proposta. Dessa forma, podemos considerar esse momento como sendo a constituição de elementos tecnológicos para a apresentação da definição de Função Polinomial do 1º grau.

Em seguida são propostos alguns exemplos que ilustram casos em que uma relação entre grandezas pode ser, ou não, identificada como uma Função. Antes de encerrar a aula o professor retoma a figura do retângulo e escreve a fórmula matemática ou lei de formação que define a função estudada. É feito o seguinte registro na lousa:

$y = 2 \cdot x + 6$ *ou*

f de x $\quad f(x) = 2 \cdot x + 6$
$y = f(x)$



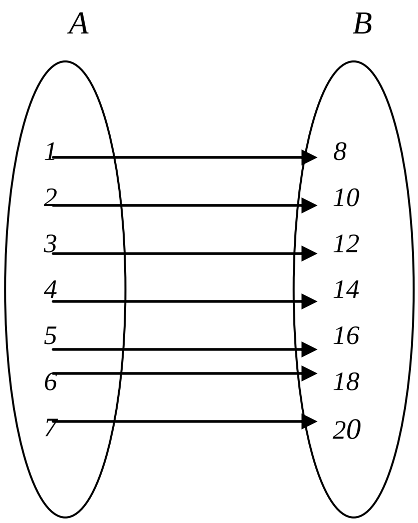
$P = 2 \cdot x + 6$

Novamente o uso de ostensivos se faz presente no desenvolvimento da aula, nesse caso, a notação y = f(x). Embora a mesma já tivesse aparecido em outra situação, o professor enfatiza o seu uso nesse exemplo, uma vez que será bastante utilizada nas atividades propostas. Percebemos que parte do objetivo proposto no planejamento semanal do professor foi cumprida, restando apenas a apresentação das definições de domínio e imagem.

No dia 08 de Agosto de 2008 o professor dá continuidade às atividades e ainda no início da aula faz o seguinte questionamento aos alunos:

> Professor: Qualquer relação é uma função?
> Alunos: Não!
> Professor: Entre duas grandezas tem relações que não são funções!

Ele diz fazer esse questionamento para verificar se os alunos estão “afiados" no conteúdo. Retomando o exemplo apresentado na aula anterior, ele registra na lousa o diagrama:



$$F: A \rightarrow B$$
$$y = 2 \cdot x + 6$$
ou
$$f(x) = 2 \cdot x + 6$$
$$y = f(x)$$

Um aluno questiona o professor acerca da direção das flechas no diagrama apresentado; considerando a pergunta pertinente o professor a compartilha com toda a sala:

> Então, o colega de vocês aqui, o José, perguntou o seguinte: Eu tenho dois conjuntos aqui, o conjunto A e o conjunto B, aí tem os elementos de A, ele perguntou: professor, essas flechinhas, elas só podem ser desse lado para esse(de A para B)? E a resposta é não! Podem acontecer exemplos de valer a ida e a volta, mas para acontecer isso, é preciso satisfazer algumas coisas que a gente não vai estar estudando aqui, mas com certeza quem vai estar no ensino médio ano que vem, vai estar estudando quando que acontece essa volta aqui, é a ideia de função inversa tá, mas a gente não vai estar estudando isso aqui hoje. (Sérgio, 3ª aula)

O posicionamento do professor diante da dúvida do aluno realça o seu domínio acerca do conteúdo de Funções; embora não fosse algo a ser estudado naquela situação, ele fornece uma explicação razoável e de acordo com o nível de conhecimento do aluno naquele momento. Além disso, o seu interesse em dar a explicação para toda a turma, embora o questionamento tenha partido de apenas um aluno, revela sua preocupação em esclarecer possíveis dúvidas que possam surgir entre todos os alunos.

A dúvida do aluno também destaca a importância da explicitação dos ostensivos utilizados durante a atividade matemática. O ostensivo flecha utilizado para fazer a ligação entre os elementos dos conjuntos é acompanhado de um objeto não-ostensivo importante no estudo de Funções: a noção de função bijetora. Embora esse não fosse um conceito a ser trabalhado por Sérgio nesse momento, seria indispensável que ele realizasse algum comentário acerca da direção da flecha, independentemente do questionamento, ou não, de um aluno.

Retomando o estudo dos diagramas, o professor relembra com os alunos o significado dos elementos de cada um dos conjuntos apresentados na aula anterior. Em seguida, os conjuntos A e B são definidos, respectivamente, como o Domínio (D) e a Imagem (Im) da função $y = 2 \cdot x + 6$. Assim como é proposto no livro didático, não há uma definição genérica de cada um desses elementos, ficando os mesmos associados ao exemplo utilizado. Entretanto, diferentemente do proposto pelo livro, o professor utiliza outros exemplos para ilustrar o significado do domínio de uma função:

> Então, domínio é o conjunto onde essa função aqui é válida, onde não aparece problema com ela. Suponha que você tenha a função $f(x) = \frac{1}{x}$, você pode jogar qualquer valor para x? O x pode ser qualquer número? Que número não pode aparecer aqui? O zero. Então pode ser qualquer número, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ menos o zero. (Sérgio, 3ª aula)

O exemplo utilizado pelo professor realça, uma vez mais, características de seu conhecimento pedagógico, nesse caso, sua habilidade em procurar exemplos que ilustrem de maneira mais adequada o conteúdo estudado. Entretanto, não podemos deixar de ressaltar seu domínio acerca do conteúdo trabalhado, pois sem o mesmo, dificilmente, seria possível encontrar um exemplo conveniente.

Ao retomar a função representada pelo diagrama desenhado na lousa, o professor procede da mesma forma que no exemplo anterior, conforme mostra o excerto:

Professor: Voltando pro nosso exemplo, será que eu poderia colocar qualquer valor aqui?
Aluno: vai aumentar o B.
Professor: Vai aumentar, mas será que eu poderia colocar qualquer valor? O que a gente ta trabalhando, não é o lado do retângulo? Então eu poderia colocar qualquer valor pro x? Sim ou não? Posso colocar -2 no A, pode ter lado negativo? Posso colocar o zero? Então pessoal, o domínio dessa função não pode aparecer número negativo, nem o zero [...] **então domínio da função é onde ela pode ser aplicada**. Se um exercício te der a função $y = 3\cdot x + 2$ e ele não falar nada, você vai entender que o domínio é o conjunto dos números reais. Entra aqui, os números positivos, os racionais, os irracionais, todos os números, se o exercício não falou nada é o conjunto dos números reais. (Sérgio, 3ª aula – grifo nosso)

Percebemos na fala do professor que ele procura definir o domínio de uma Função de forma mais abrangente, ou seja, independente do exemplo dado. Consideramos a frase: "**então domínio da função é onde ela pode ser aplicada"** um enunciado tecnológico que auxiliará na resolução de tarefas que envolvam a definição de domínio de uma Função.

São apresentadas duas observações sobre Domínio e Imagem, consideradas por nós como elementos tecnológicos:

- *Quando o <u>domínio</u> não é especificado supõe-se que seja o conjunto dos números reais ($\Re$)*
- *O conjunto das <u>Imagens</u> nem sempre é o próprio conjunto B.*

Realizamos aqui uma pequena observação: seria conveniente que o professor utilizasse ao invés de conjunto B o termo contradomínio nas observações registradas na lousa e, que, consequentemente, ficarão registradas no caderno dos alunos. Afirmamos isso, pois nem sempre o ostensivo B estará relacionado ao não-ostensivo contradomínio. Tal prática pode reforçar confusões existentes entre o conceito e sua representação (SILVA 2007; OLIVEIRA 1997; LOPES JUNIOR 2006).

Antes de passar um exemplo, o professor trabalha com os alunos como encontrar a imagem dos números pertencentes ao domínio da função. Fazendo uso da fórmula matemática que representa a função estudada: $y = 2\cdot x + 6$ ele procede da seguinte maneira:

Se $x = 1$ então $y = 2\cdot 1 + 6 = 8$
8 é a imagem do número 1 pela função, ou seja, $f(1) = 8$
Se $x= 2$, então $y = 2\cdot 2 + 6 = 10$
10 é a imagem do número 2 pela função, ou seja, $f(2) = 10$
Se $x = 3$...
Se $x= 4$...

Percebemos aqui que o professor parece elaborar a técnica que será utilizada para encontrar a imagem de uma função. Dizemos isso, pois no exemplo seguinte ele realiza o mesmo procedimento. Poderíamos dizer que houve um treino da técnica que será utilizada posteriormente.

O exemplo escolhido pelo professor foi retirado do livro didático, onde aparecia como uma atividade resolvida. Desta vez não houve nenhuma alteração nos dados da atividade, ela foi reproduzida conforme apareceu no livro.

> *Considere os conjuntos A = {1, 2, 3, 4} e B = {2, 4, 5, 8, 10, 11}* e uma relação de A em B dada pela fórmula $y = 3 \cdot x - 1$ em que $x \in A$ e $y \in B$.
> *a) Represente essa relação por um diagrama e diga se ela é uma função.*
> b) *Se a resposta for positiva, ache o domínio e a imagem e o contra-domínio dessa função.*

O professor inicia a resolução do item *a* com os alunos e chama a atenção para que eles parem de copiar e prestem atenção na resolução:

> Então vamos lá, letra *a* vamos ver o que o problema pede pra gente: ele dá o conjunto A com esses valores e o conjunto B com esses valores e uma relação, eu ainda não sei se essa relação é uma função, certo? Tem que satisfazer algumas coisas pra ser função, ok! O quê tem que satisfazer pra ser uma função? O que acontece pra uma relação ser uma função? (alguns alunos respondem). O exercício dá essa relação aqui, que é essa fórmula $y = 3 \cdot x - 1$ é uma fórmula qualquer [...]ele fala que o x pertence a esse conjunto (A). (lê o enunciado do item *a*, **coloca na lousa os diagramas A e B e seus elementos**)[...] **Agora, como eu faço pra saber aonde a flechinha vai? Eu vou utilizar essa fórmula aqui, né? Quando x vale 1, quanto vale o y? 2!** (Resolve a conta, jogando os outros valores para x, diz para os alunos fazerem isso no rascunho) [...] Então pessoal, a gente relacionou os x que pertence a A com os y que pertence a B através da relação. Agora vamos ver se essa relação aí é uma função [...]Qual a definição de uma função? Você tem que olhar o seguinte: **todos os elementos de A estão ligados aos elementos de B**? Estão! **Estão ligados a apenas um do B**? Então essa relação aqui é uma função. (Sérgio, 3ª aula – grifo nosso)

Notemos que a tarefa matemática presente no item *a* pode ser agrupada ao tipo de tarefa T_4*: Identificar se uma relação entre dois conjuntos é uma função.* O professor inicia a resolução da tarefa desenhando na lousa os conjuntos A e B propostos no enunciado da atividade. A técnica utilizada para relacionar os conjuntos consiste na aplicação da lei de formação que os relaciona; os elementos do conjunto A, representados pela letra *x*, são substituídos na relação $y = 3 \cdot x - 1$ para que os mesmos possam ser relacionados aos elementos do conjunto B, representados por *y*. Entretanto, somente relacionar os diagramas não resolve esse tipo de tarefa, é preciso ainda dizer se essa relação é uma função; para isso o professor faz uso da definição de função. Podemos então enunciar essa técnica como τ_4: *Relacionar os conjuntos por meio da lei de formação e verificar que à cada valor de x corresponde um único valor de y.* Temos assim a constituição da quarta organização matemática *local*.

A resolução do item *b* se dá na sequência:

> Primeiro, o domínio é onde tira o x, certo? Qual é o domínio aqui da minha função? É o conjunto A, leiam a segunda observação: Nem sempre o conjunto das imagens é o próprio conjunto B. O nosso conjunto B é o 2, o 4, o 5, o 8, o 10 e o 11. Então olha o seguinte, o que é a imagem? A imagem depende da relação do A com B. A imagem é sempre quem ta recebendo flechinha, certo? Então quem é a imagem dessa função [...]a imagem aqui são esses valores do B que estão recebendo a flechinha: 2, 5,8 e 11. Então pessoal é isso que tem que fazer, fez o diagrama, relacionou o x que pertence a A com o y que pertence a B. (Sérgio, 3ª aula)

A tarefa existente no item *b* pode ser definida como T_5*: Determinar o domínio, a imagem e o contradomínio de uma função dada por um diagrama.* Notemos que a técnica utilizada pelo professor consiste em identificar os elementos que estão relacionados por meio das flechas. Como não houve a institucionalização de uma definição formal e sim apenas a apresentação de duas observações acerca de domínio e imagem, o professor faz uso delas para justificar a resolução da tarefa. Antes de encontrar o contradomínio, o professor coloca na lousa a seguinte definição:

> *Contradomínio*
> *É o conjunto onde está inserido o conjunto das imagens*

Em seguida ele retoma a resolução do item b

> Pessoal entra aqui a ideia de contradomínio, pessoal tem que ler a definição pra entender o que é o contradomínio. O contradomínio é o conjunto onde está inserido a imagem. Qual é o conjunto que ta inserido as imagens no nosso caso? No B. [...] olha o B aqui, ele não é esse cara? (2, 4, 5, 8, 10, 11) esse conjunto aqui é igual a esse (2, 5, 8, 11) então não é igual! O conjunto das imagens tem o 2? Tem o 5? Mas já não tem o 4, então esse conjunto aqui não é igual a esse[..]Pessoal, **essa aqui não é a melhor definição**, mas pra gente entender, é essa a ideia, então no nosso caso aí quem é o contradomínio, é o conjunto aonde está inserido as imagens. (Sérgio, 3ª aula – grifo nosso)

A fala de Sérgio reforça a técnica que compõe a quinta organização matemática *local* desenvolvida nesse estudo, ou seja, τ_5: *Identificar os elementos que estão relacionados por meio de pares ordenados.*

A frase destacada em negrito demonstra certa preocupação de Sérgio ao apresentar a definição de contradomínio. Supomos que tal fato tenha ocorrido pela ausência de uma definição no livro didático, uma vez que o professor o utiliza como livro-texto para a preparação de suas aulas. Além disso, percebemos que essa definição foi elaborada pelo professor, durante a aula, utilizando apenas seus conhecimentos acerca desse conteúdo, para que os alunos tivessem uma referência para a resolução das atividades.

Realizaremos aqui um pequeno parênteses para buscar na literatura a maneira usual de apresentação do contradomínio de uma função, para servir como um saber de referência para nosso estudo. Os livros de Cálculo I utilizados em um Curso de Licenciatura/Bacharelado em Matemática, assim como em outros cursos de nível superior da área das Ciências Exatas, apresentam a definição de contradomínio juntamente com a definição de função. Trazemos na sequência a apresentação realizada por um autor conceituado nesse meio:

> Entendemos por uma função f uma terna $(A, B, a \to b)$ onde A e B são dois conjuntos e $a \to b$, uma regra que nos permite associar a *cada* elemento a de A um único b de B. O conjunto A é o domínio de f e indica-se por D_f, assim $A = D_f$. **O conjunto *B* é contradomínio de *f*.** O único b de B associado ao elemento a de A é indicado por $f(a)$ (leia: f de a); diremos que $f(a)$ é o valor que f assume em a ou que $f(a)$ é o valor que f associa a a. Quando x percorre o domínio de f, $f(x)$ descreve um conjunto denominado imagem de f e se indica por Im_f: $Im_f = \{f(x)/\ x \in D_f\}$
> Uma função de f de domínio A e contradomínio B é usualmente indicada por $f: A \to B$ (leia f de A em B). (GUIDORIZZI, 1987, p. 37 – grifo nosso).

Vemos assim que a definição apresentada pelo professor não se distancia em muito das que normalmente são apresentadas nos livros utilizados na academia. Entretanto, sua fala “essa aqui não é a melhor definição”, revelou sua preocupação em conhecer bem o conteúdo que ele está apresentando e não cometer erros que possam prejudicar a compreensão dos alunos. Além disso, Sérgio mostrou ter consciência da distância existente entre sua fala e o conceito matemático, o que ilustra uma das responsabilidades atribuídas ao professor: transformar o seu conhecimento sobre o conteúdo em algo compreensível para os alunos (WILSON, SHULMAN e RICHERT, 1987). Uma vez mais podemos perceber claramente que o conhecimento do professor está influenciando diretamente suas escolhas. Sérgio faz uma adaptação, durante a aula, do conteúdo apresentado no livro didático por ele adotado em função dos conhecimentos adquiridos durante sua formação inicial.

A resolução dessa atividade contemplou alguns momentos de estudo. Tivemos o momento do primeiro encontro com as organizações matemáticas *locais* OM_4 e OM_5. Houve a elaboração das técnicas τ_4 e τ_5, assim como a constituição do entorno tecnológico-teórico acerca de τ_5, quando o professor enuncia a definição de contradomínio durante a resolução da atividade. A exploração dos tipos de tarefas T_4 e T_5 e o trabalho com as técnicas elaboradas acontece no final da aula, quando o professor propõe alguns exercícios do livro para os alunos resolverem.

A correção da lista de exercícios entregue aos alunos acontece no dia 11/08/2008, no início da aula. Dos três exercícios que os alunos resolveram apenas um deles apresenta um diferencial em relação ao exemplo que foi resolvido em sala de aula pelo professor. Embora seja uma tarefa que pode ser associada ao tipo de tarefa T_5, o enunciado apresenta como contradomínio um conjunto infinito. Considerando essa particularidade, apresentaremos seu enunciado e a correção realizada pelo professor:

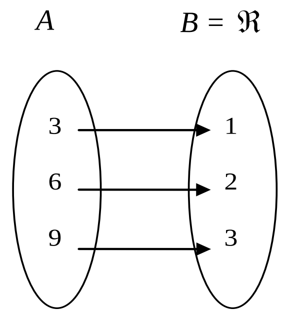
> *Uma função f: {3, 6, 9} $\rightarrow \Re$ associa a cada elemento do domínio a sua terça parte. Represente essa função por um diagrama e escreva qual a sua imagem.*

O registro da correção na lousa foi feito da seguinte maneira:

$f: \{3, 6, 9\} \rightarrow \Re$

$f: A \rightarrow B$

$f(x) = \dfrac{x}{3}$ ou $y = \dfrac{x}{3}$



$Im = \{1, 2, 3\}$

> [...] Como eu escrevo essa função? A terça parte, a gente lembra lá o conceito que é dividir em 3, lembrando lá o que é terça parte de uma coisa, você divide em três partes. Então essa função ela é dada assim: f(x) = $\frac{x}{3}$ ou y = $\frac{x}{3}$, certo? Pessoal, e agora como eu faço para obter as imagens aqui? Se eu coloco no lugar do x aqui o 3 que valor eu obtenho para y? 1, então o 3 tá relacionado com o 1 [...] observe que aqui tem vários elementos né, o que acontece com esse conjunto aqui (B)? Ele é infinito, né? Diferente do que a gente tava trabalhando, conjuntos finitos [...] Qual é o conjunto imagem aqui pessoal? Qual a definição? [...] **Conjunto imagem pessoal, são os elementos de B que estão relacionados com os elementos de A através dessa função aqui**. Aqui tem o 4, tem o 5, tem o √2 (se referindo ao

> conjunto B), eles pertencem ao conjunto imagem? Não, né? Eles estão ligados aos elementos de A? Não! Nesse conjunto aqui tem uma infinidade de números, número primo, número √3, número √2, só que para esses elementos do nosso domínio eles não estão relacionados, o [conjunto] imagem são só aqueles que recebem as flechinhas. Quais são os elementos, o 1 que é imagem do 3, o 2 que é imagem do 6 e o 3 que é imagem do 9. O conjunto B aqui é infinito, agora o conjunto imagem não. **A gente vai definir agora a função de infinito pra infinito.** (Sérgio, 4ª aula – grifo nosso)

Nessa correção, há um momento de exploração do tipo de tarefa T_5, o professor retoma a definição de conjunto imagem para resolver a tarefa proposta. Há também uma breve exposição sobre conjunto infinito, pois até então as atividades trabalhadas apresentavam funções onde os conjuntos, domínio, imagem e contradomínio, eram finitos. A opção por deixar este exercício como sendo o último antes de trabalhar funções definidas em conjuntos infinitos mostrou-se totalmente adequada, uma vez que permitiu, mesmo que superficialmente, uma abordagem sobre conjuntos infinitos e uma sutil apresentação do próximo subtópico a ser estudado: funções definidas de $\Re$ em $\Re$.

A resolução dessa atividade encerra o trabalho com o estudo do *tema:* Conceito de Função. O desenvolvimento das aulas do professor Sérgio até esse momento se deu por meio de cinco organizações matemáticas pontuais, constituídas a partir de cinco diferentes tipos de tarefas. Além disso, a constituição do entorno tecnológico-teórico de algumas técnicas foi explicitado tanto na fala de Sérgio como no conteúdo registrado na lousa.

4.3 Avaliação das Organizações Matemáticas *locais* que compõem GOM_1

Antes de avaliarmos a Organização Matemática desenvolvida pelo professor considerando os critérios de análise propostos por Chevallard (1998), apresentamos um quadro referente aos blocos prático-técnico (T, τ) e tecnológico-teórico (θ, Θ) da praxeologia matemática desenvolvida na condução de GOM_1.

Tipos de Tarefas	*Técnicas*	*Elementos tecnológico – teóricos*
T_1: Modelar uma situação dada por meio de função (y = f(x))	*τ_1: Calcular o valor de y para diferentes valores de x, construir uma tabela relacionando as duas grandezas, e generalizar os dados.*	*Definição de Função* *Definição de domínio, imagem e contradomínio* *Resolução de equação*
T_2: Sendo $y = f(x)$, dado um valor x_1 para x, encontrar o valor de y	*τ_2: Substituir o valor x_1 para x, efetuar os cálculos $(f(x_1))$ para buscar a imagem de x_1 pela $f(x)$*	
T_3: Sendo $y = f(x)$, dado um valor y_0 para y, encontrar o valor x_0 para que $f(x) = y_0$	*τ_3: Substituir o valor y_0 e resolver a equação $f(x) = y_0$.*	
T_4: Identificar se uma relação entre dois conjuntos é uma função	*τ_4: Relacionar os conjuntos por meio da lei de formação e verificar que à cada valor de x corresponde um único valor de y.*	
T_5: Determinar o domínio, a imagem e o contradomínio de uma função dada por um diagrama.	*τ_5: Identificar os elementos que estão relacionados por meio de pares ordenados.*	

Quadro 11 – Praxeologia Matemática de GOM_1

Não observamos, explicitamente, no desenvolvimento dessas organizações matemáticas o uso de justificativas para as tecnologias apresentadas, ou seja, o nível da teoria se fez ausente no desenvolvimento dessa praxeologia matemática. Tal ausência é notada tanto nas práticas docentes desenvolvidas em sala de aula, como nas praxeologias propostas nos livros didáticos (ARTAUD, 1998; NOGUEIRA, 2008; ARAÚJO, 2008). Conforme aponta Chevallard (1998, p. 95), a justificativa utilizada no emprego de determinadas tecnologias, pode se dar, em muitos casos, pela simples transferência de responsabilidades: "“ Se demonstra em Matemática ...” do professor de Física, ou ainda “ Se viu em geometria ...”" do professor de matemática de outrora.”.

A análise dos tipos de tarefas, das técnicas e do bloco tecnológico-teórico teve por referência a análise realizada anteriormente acerca da apresentação desses elementos no livro didático. Não se trata aqui de realizar uma comparação entre a praxeologia proposta pelo livro didático e a desenvolvida pelo professor, apenas tomamos a análise anterior como parâmetro por considerarmos que o livro didático pode exercer o papel de um saber de referência para o docente.

Os tipos de tarefas identificados são claramente apresentados e discutidos pelo professor, sendo estes os mesmos que foram identificados na análise praxeológica do livro didático. Em todas as atividades houve grande empenho do professor em auxiliar os alunos na compreensão do enunciado das tarefas. Além disso, foram trabalhados vários exemplos representativos desses tipos de tarefas em sala de aula, embora tenhamos percebido maior ênfase no trabalho com os tipos de tarefas T_1 e T_2, assim como ocorreu no livro didático, com relação a T_1.

O tipo de tarefa que teve sua razão de ser mais bem justificada foi T_1, o que não correu na proposta praxeológica do livro. O fato de o professor buscar um exemplo mais significativo para os alunos (o exemplo do cyber) para introduzir esse tipo de tarefa justifica nossa afirmação, pois houve uma argumentação em torno da necessidade de se estudar e desenvolver tarefas desse tipo. Os outros tipos de tarefas, embora com menor ênfase, também tiveram suas razões de ser expostas pelo professor. No entanto, algumas delas "dependiam" da existência de outra para sua realização, por exemplo, para resolver T_2 e T_3 era preciso, primeiramente, desenvolver T_1, dessa forma suas razões de ser ficaram vinculadas apenas a existência de outro tipo de tarefa.

Concordamos com Artaud (1998) no fato de que o *critério das razões de ser* e o *critério de pertinência* podem ser tidos como complementares, uma vez que a explicitação da razão de ser de um tipo de tarefa pode implicar na sua representatividade para os alunos, tanto na atividade matemática como extramatemática. A abordagem realizada pelo professor do tipo de tarefa T_1, como relatamos anteriormente, evidenciou a pertinência desse tipo de tarefa nas atividades extramatemáticas, rotineiramente, desenvolvidas pelos alunos. Considerando a pouca explicitação das razões de ser dos outros tipos de tarefas as classificamos como atividades isoladas. No entanto, não podemos deixar de destacar que os tipos de tarefas propostos representam as situações matemáticas mais encontradas no estudo de funções polinomiais do primeiro grau. Além disso, a condução do conteúdo realizada pelo professor focou na importância de haver uma boa compreensão teórica nesse momento para garantir uma futura aprendizagem de outros conteúdos, como por exemplo, o estudo de funções inversas.

A técnica τ_1 aplicada na resolução dos tipos de tarefas T_1 foi efetivamente elaborada pelo professor no desenvolvimento das atividades. O mesmo pode-se dizer de τ_3, embora a mesma já tivesse sido apresentada parcialmente aos alunos em outro momento, pois se tratava de um conteúdo estudado anteriormente, o professor enfatizou a construção dessa técnica na resolução dos tipos de tarefas. Percebemos assim um avanço do professor com relação ao livro didático, pois observamos nesse material apenas a construção de τ_1. Considerando as tarefas propostas, a abrangência das técnicas pode ser considerada satisfatória, pois foram suficientes para a resolução das mesmas.

Utilizamos aqui o termo tecnológico-téorico para nos referirmos aos níveis de justificativa empregados no decorrer dessa praxeologia matemática, entretanto observamos nesse estudo apenas a presença de elementos tecnológicos. Na resolução da primeira atividade já percebemos, na fala do professor, a presença de justificativas para a técnica empregada na resolução de T_3 e as mesmas aparecem adaptadas às condições de utilização. A presença desses elementos aparece de maneira alternada: na fala do professor, durante a resolução das atividades, e nas institucionalizações realizadas na lousa. Nas duas situações as explicações são enfatizadas pelo professor e efetivamente colocadas em prática durante o trabalho com as técnicas.

4.4 Gênero de Organização Matemática 2 (GOM_2) – Estudo do *Tema*: Função Polinomial do primeiro grau

Sérgio inicia o estudo de Função Polinomial do 1º grau apresentando três exemplos de relações funcionais: a medida do lado de um retângulo e o valor de seu perímetro ($y = 2 \cdot x + 4$); a distância percorrida por um automóvel e o tempo de percurso ($d = 50 \cdot t$); o volume de água de um recipiente em relação ao tempo de vazão ($v = 50 - 40 \cdot t$). Vale destacar que após definir que todas as funções desse tipo podem ser escritas pela fórmula: $y = a \cdot x + b$ ou $f(x) = a \cdot x + b$, o professor retoma as relações apresentadas anteriormente e troca as variáveis utilizadas por *x* e *y*, por exemplo, $v = 50 - 40 \cdot t$ passa a ser $y = 50 - 40 \cdot x$. Essa mudança, segundo ele, se deve ao fato de que os alunos são acostumados a trabalhar com as variáveis *x* e *y*, principalmente no estudo de equações do primeiro e segundo grau, e como ele pretende relacionar o polinômio da função a uma equação do primeiro grau, considera essa troca conveniente nesse momento. Novamente percebemos características acerca do conhecimento pedagógico do professor, sempre preocupado em utilizar exemplos que facilitem a compreensão do aluno.

Entretanto, apesar de Sérgio considerar, nesse momento, essa troca como sendo algo benéfico aos alunos é preciso refletir um pouco sobre esse posicionamento. Talvez fosse mais interessante apenas o professor comentar que as variáveis usadas nessa situação (*v*, *t*, *d*) assumem a mesma função que as variáveis *x* e *y*, que são familiares aos alunos por serem comumente utilizadas no ensino da Matemática. Podemos ainda dizer que o uso excessivo dos ostensivos *x* e *y* nas práticas escolares, não só da Matemática, como da Física e da Química também, pode levar a associações indevidas entre objetos ostensivos e não-ostensivos, como nesse caso, o aluno associar a incógnita x ao conceito de equação do primeiro grau. Insistimos nesse ponto, pois é preciso que o aluno compreenda o conceito independente da simbologia utilizada e a prática de Sérgio, nessa situação, pode não ter contribuído nesse sentido.

O professor apresenta a definição de função polinomial do primeiro grau da seguinte maneira:

> *A função polinomial do 1º grau é definida em* $f : \Re \rightarrow \Re$ *por* $y = a \cdot x + b$, *com a e b* $\in \Re$ *e* $a \neq 0$.
> *Algumas observações:*
> *1. Se o coeficiente a for igual a zero temos uma função constante, ou seja,* $y = b$ *para todo valor de x.*
> *2. A função* $y = a \cdot x + b$ *com a e b diferentes de zero também é*

conhecida como função afim. Ex: $y = 2 \cdot x + 2$

3. A função $y = a \cdot x$ *é uma função do 1º grau, mas também conhecida como função linear. Ex:* $y = 20 \cdot x$

Com base na leitura que realizamos do livro didático, poderíamos inferir que a institucionalização realizada pelo professor, em especial as observações 1, 2 e 3, apresentam-se de maneira mais organizada do que a proposta naquele material. Além disso, o professor produz um avanço em relação ao livro didático quando acrescenta a noção de função linear. Uma vez mais o estudo da organização didática desenvolvida por Sérgio auxilia nossa compreensão acerca de seus conhecimentos, nesse caso, seu conhecimento sobre o conteúdo Função. Apesar de estar em início de carreira, trabalhando pela primeira vez com este conteúdo, Sérgio é capaz de realizar uma leitura crítica do livro didático e acrescentar elementos, considerados por ele, de fundamental importância no trabalho com funções. Lembrando que, discussões sobre o uso do livro didático foram realizadas na formação inicial deste professor, reforçamos que a análise da organização didática e matemática permite investigar e compreender a relação entre os conhecimentos adquiridos na formação inicial e os mobilizados na prática de sala de aula, foco de nossa pesquisa.

Para Sérgio esse livro "aborda meio superficialmente os conteúdos". Durante sua explicação ele enfatiza a diferença existente entre função linear e função afim:

> Uma função definida de R em R, ou seja, sai do conjunto dos números reais e chega também no conjunto dos números reais, por essa fórmula aqui, com *a* e *b* pertencentes aos reais e $a \neq 0$. Por que o $a \neq 0$? É assim a observação: (Lê a observação 1), se $a = 0$, 0 vezes x dá? 0 né? Então sempre vai sobrar o *b*. Vamos pegar um exemplo aqui: y = 2, isso aqui depende do x? Tem algum x? Não. Se o x vale 10, quanto vai valer o y? 2. Se o x vale 3? Quanto vale o y? 2. Se o x vale 100, quanto vale o y? 2. **Então pra qualquer valor de x o y sempre vai ser 2. Então essa é uma função constante**, depois quando a gente trabalhar com gráfico vai entender o que é isso.
> Agora, quando vocês estiverem entrando no ensino médio, lá, vocês **tomem cuidado pra não confundirem função afim e função linear**. **Função afim você tem todos os termos**, você tem um exemplo assim: y = 2·x + 2. É uma função do primeiro grau? É. Porque o expoente do x aqui é 1. E ela é afim porque tem todos os termos dela. O *a* vale 2 e o *b* vale 2 também [...] **A linear, você tem o quê? O *b* valendo 0**, e um exemplo é esse aqui: y = 20·x. [...] **Então eu to tentando explicar que essas funções aqui não são iguais, elas são do primeiro grau, mas só que elas têm particularidades diferentes. Então quando vocês estiverem em um nível maior de estudo, vocês vão poder comentar: Ah, um dia o professor comentou isso com a gente! Porque geralmente o pessoal confunde, função linear e função afim são a mesma coisa e não é!** [...] Então, por isso que essa função aqui, em engenharia, biologia, tudo que tem proporcionalidade usa. Então o que acontece? Se você dobra esse (x), dobra esse (y). Se você divide esse pela

> metade (x), vai dividir aquele pela metade também (y). Esses tipos de funções aqui são bastante utilizados. (Sérgio, 4ª aula – grifo nosso)

Percebemos claramente na fala do professor o momento de institucionalização dos elementos que compõem o estudo de Funções polinomiais do primeiro grau. Temos nessa explicação a apresentação dos tipos de Funções (constante, linear e afim) como também sua definição, ou seja, os principais conceitos que os alunos deverão apreender desse estudo introdutório do conteúdo de funções. Conforme afirma Chevallard (1998, p. 112)

> O momento da institucionalização é, portanto, inicialmente aquele em que, na construção "bruta" que, pouco a pouco, emergiu do estudo, serão separados, por um movimento que engaja o futuro, o "matematicamente necessário", que será conservado, e o "matematicamente eventual", que será, em breve, esquecido. Nesse submomento de *oficialização*, uma praxeologia matemática agora separada da história singular que lhe deu vida faz sua entrada na cultura da instituição que deu moradia à sua gênese.

Encerrando o estudo desse subtópico, o professor resolve dois exemplos na lousa, os quais aparecem no livro didático como atividades resolvidas. Considerando a particularidade de uma das atividades, ou seja, sua rara incidência nos exercícios propostos, não a agrupamos a um tipo de tarefa, uma vez que para determinar um tipo de tarefa levamos em consideração a existência de um número razoável de tarefas pertencentes a esse tipo. Diante disso, realizaremos a análise praxeológica apenas do exemplo que foi agrupado a um tipo de tarefa. Antes disso, apresentamos seu enunciado e a resolução registrada na lousa pelo professor.

Ache a função do 1º grau $f(x) = ax + b$ *tal que* $f(1) = -3$ *e* $f(6) = 7$

Resolução:

$$\begin{cases} -3 = a \cdot 1 + b \\ 7 = a \cdot 6 + b \end{cases}$$

$f(1) = a \cdot 1 + b$

$-3 = a \cdot 1 + b$

$f(6) = a \cdot 6 + b$

$7 = a \cdot 6 + b$

$$\begin{cases} a + b = -3 \text{(I)} \\ 6 \cdot a + b = 7 \text{(II)} \end{cases}$$

Isolando a em (I)

$a = -3 - b$

Substituindo $a = -3 - b$ *em (II), temos*

$7 = 6 \cdot (-3 - b) + b$

$7 = -18 - 6b + b$

$7 + 18 = -5b$

$25 = -5b(-1)$

$-25 = 5b$

$\frac{-25}{5} = b$

$b = -5$

Substituindo $b = -5$ *em (I)*

$a = -3 - (-5)$

$a = -3 + 5$

$a = 2$

$f(x) = 2 \cdot x - 5$

A tarefa resolvida pelo professor é do tipo T_6*: Determinar os coeficientes a e b da função f(x) = ax + b, conhecendo dois valores de f(x).* O primeiro passo da técnica utilizada pelo professor nessa resolução é a substituição dos valores de *f(x),* fornecidos pelo enunciado, na fórmula *f(x) = ax + b*. Com isso, tem-se a constituição de duas equações do primeiro grau com duas variáveis, as quais são resolvidas por meio de um sistema de equações. Dessa forma, enunciamos tal técnica como τ_6*: Substituir os valores de f(x) e resolver o sistema de duas equações obtido.* Após a resolução passo a passo da tarefa o professor faz um resumo com os alunos:

> Então, vamos retomar aqui, como a gente resolveu esse problema aqui, primeiro você tem que utilizar as informações que o exercício deu [...] **aqui eu substituí o que ele falou**: *f(1) = -3, f(1),* o que é? No lugar do *x* eu vou por *1* [...] *-3 = a + b*, então utilizei essa informação (aponta *f(1) = -3*). Depois utilizei essa (aponta *f(6) = 7*), o que é o *f(6)*? Basta eu pegar no lugar do *x* e por o *6*, então vai ficar *a·6+b*, quanto vale o *f(6)*? *7*, beleza, agora aqui eu tenho que achar os valores de *a* e *b* que satisfazem essa e essa aqui. Eu posso ir chutando? Pode, mas vai demorar né, quando que você ia achar que o *b* é *-5* e o *a* é *2*? Se pode até achar, dependendo do caso, mas matematicamente **você resolve um sisteminha ali de duas equações, a equação I e a equação II,** você poderia ter escolhido isolar em qualquer uma, qualquer letra [...] o que é isolar o *a*? Então eu deixo o *a* de um lado da igualdade, passo quem não tem *a* pro outro [...] Então o que acontece, eu pego isso daqui e substituo na segunda equação ali, então no lugar do *a* eu vou por *-3-b*, que é o que eu fiz aqui, aqui era o *a* e eu coloquei o valor do *a* que eu tenho. Fazendo as contas a gente vai ver que só sobra o *b* aqui e a gente acha o valor dele, e achando o valor dele o que a gente faz? Pode substituir aqui ou ali também e você vai achar o valor *a*. Então substitui nessa, tomar cuidado com o joguinho de sinal, aqui era *b*, substitui pelo valor dele, achei o *a* e depois escrevi a função. Pessoal, isso aqui a gente viu no semestre passado (sistemas de equações) como vocês esquecem tão rápido! Mas durante as aulas a gente vai estar trabalhando bastante isso daí. (Sérgio, 5ª aula – grifo nosso)

Na fala do professor, destacamos as expressões que revelam a técnica utilizada na resolução desse tipo de tarefa. Embora o mesmo pertença ao conteúdo de funções polinomiais do primeiro grau, sua resolução utilizou basicamente conhecimentos adquiridos anteriormente durante o estudo de sistemas de equações do primeiro grau. Dessa forma, observamos apenas a presença de elementos tecnológicos referentes às técnicas de resolução de equações, como por exemplo, isolar a incógnita.

Na resolução dessa atividade tivemos o momento do primeiro encontro com a sexta organização matemática *local* e um reencontro com a resolução de sistemas de equações do primeiro grau. Diante desse reencontro, não podemos dizer que houve, totalmente, a elaboração da técnica utilizada na resolução desse tipo de tarefa. A parte referente à resolução de sistemas não representou uma novidade para os alunos, entretanto, o contexto no qual ela estava inserida apresentou uma situação nova. Dessa forma, acreditamos na existência do momento do primeiro encontro com a técnica τ_6 elaborada, parcialmente, anteriormente. Além disso, tivemos a presença de elementos tecnológicos que justificaram a utilização dessa técnica.

O professor inicia o estudo de gráficos de funções polinomiais do primeiro grau durante a quarta aula, ocorrida no dia 15 de agosto de 2008. Aproveitando o fato de que nesse ano haveria eleições, ele comenta sobre alguns exemplos de gráficos utilizados para organizar os dados de pesquisas eleitorais; gráficos de barra, de pizza e de linha. O professor opta por registrar na lousa um exemplo de um gráfico de linha que descreve o desempenho de dois candidatos eleitorais; nesse caso uma brincadeira com dois alunos da turma.

A técnica didática utilizada pelo professor para iniciar o estudo de gráficos reafirma, uma vez mais, suas habilidades e, em especial, sua preocupação, em exemplificar o conteúdo a ser estudado, tornando-o mais significativo aos alunos. Dizemos isso, pois ao propor a situação em que dois alunos da turma estariam disputando uma eleição, toda a turma passou a participar daquela atividade. Vemos aqui um exemplo significativo de como

> [...] um dos primeiros desafios que professores iniciantes enfrentam é a transformação do conhecimento disciplinar que possuem na forma de conhecimento que é apropriado para o aluno e específico para a tarefa de ensinar. A habilidade de transformar o conhecimento de conteúdo requer mais que o conhecimento do essencial e a sintaxe da disciplina de alguém; requer o conhecimento sobre os alunos e sobre o processo de ensino, de programa e de contexto, de objetivos e alvos, de pedagogia. Ao esboçar um número de diferentes tipos de conhecimentos e habilidades, os professores traduzem seus conhecimentos de conteúdo em representações instrucionais. (GROSSMAN, WILSON e SHULMAN, 1989, p. 15)

Considerando o gráfico que foi construído, Sérgio diz aos alunos “então aqui a gente teve uma ideia de como trabalhar com o plano cartesiano, vocês já trabalharam?” (a maioria dos alunos responde que não). Diante disso, o professor retoma o conceito de plano cartesiano:

> [...] o que é um plano cartesiano? Isso aí vem lá da antiguidade, tem vários estudos anteriores de Matemáticos que foram trabalhando até achar um jeito interessante de você visualizar determinadas relações que é o que a gente ta estudando aqui. Então **o plano cartesiano nada mais é do que** [...] você tem dois eixos, ou **duas retas orientadas**, pra cá e pra cá (direita e esquerda) e pra cima e pra baixo e **elas são perpendiculares**, ou seja, **elas nunca se**

> **cortam além que seja aqui na origem**. Isso aqui é chamado de origem, ou centro, é a origem das retas [...] (Sérgio, 5ª aula – grifo nosso)

Segundo Bica (2009) o estudo do plano cartesiano é fundamental para o desenvolvimento do conteúdo de Funções; sua pesquisa aponta ainda que tal procedimento tem sido realizado por vários autores de livros didáticos. Entretanto, o livro utilizado por Sérgio não apresenta essa abordagem, fato que possivelmente tenha levado o professor a realizar essa explicação que contemplou as principais características de um plano cartesiano. Após isso, o professor resolve, juntamente com os alunos, três exemplos que ilustram a construção do gráfico de uma função do primeiro grau.

Pelo fato de os três exemplos pertencerem ao mesmo tipo de tarefa, escolhemos apresentar o primeiro exemplo resolvido pelo professor, pelo fato de o mesmo ter uma explicação mais detalhada acerca da construção de um gráfico. Não estamos inferindo que a segunda e a terceira atividade não tenham sido resolvidas plenamente pelo professor, apenas consideramos que a resolução da primeira nos proporcionou mais elementos para realizarmos a análise praxeológica desejada.

O professor propõe aos alunos a lei de formação de uma função e o seu domínio; $f(x) = 2x + 1$ e $D = \{0,1,2\}$. Não há um enunciado que descreva a tarefa a ser cumprida, no entanto o contexto no qual ela está inserida e a direção tomada pelo professor durante a resolução, nos levam a determiná-la como o tipo de tarefa T_7*: Construir o gráfico de uma função polinomial do primeiro grau*. A resolução continua da seguinte maneira

> A minha função ali é o que? É o dobro de um número mais um, então eu vou achar o dobro do número somado com um, então se o meu x fosse o 0, **vamos montar a tabela aqui**, do x e do f(x), então quando o meu x vale 0 qual é o valor da minha f, quanto vale a imagem do 0? 2·0+1 = 1, então a imagem do 0 por essa função que eu dei aí é 1. Qual é a imagem do 1 por aquela função? 2·1+1 = 3 e a imagem do 2? 5, certo? Então essa função é o dobro mais um. Então essa aqui é a minha função, o domínio é esse e eu achei a imagem, se você quiser **representar pelo diagrama** dá certo, vamos representar. (Sérgio, 5ª aula – grifo nosso)

Esse início de resolução evidencia os primeiros procedimentos, adotados pelo professor, para a construção do gráfico de uma função, ou seja, montar uma tabela e representar os dados em um diagrama. Consideramos tais procedimentos como sendo passos da técnica que resolverá T_7. A resolução continua

> Então pessoal **essa função** aqui ela **pode ser escrita como um conjunto de pares ordenados**, **o que é par ordenado? Par já fala que é dois, e ordenado porque é nessa ordem aqui x, y**. Então meu primeiro caso aqui é o 0, pro x igual a 0 qual foi o y que eu obtive?1, pro x = 1? O y = 3. (para x) 2 (temos y) 5 [...] (Sérgio, 5ª aula – grifo nosso)

Apresentamos essa fala, pois além de anunciar o próximo passo a ser realizado, escrever a função como um conjunto de pares ordenados, o professor apresenta o conceito de par ordenado aos alunos. Em seguida ele relaciona os valores do domínio da função com suas respectivas imagens.

Desviamos nossa atenção por um instante da resolução da atividade para darmos o enfoque necessário a um fato observado. Percebemos que o professor realiza várias explicações relativas ao plano cartesiano durante essa atividade, sendo que as mesmas não seriam necessariamente intrínsecas a essa resolução. São elas:

> [...] Voltando aqui pro nosso plano cartesiano [...] então essa reta aqui é a reta real e essa aqui também, então aqui tem as retas que a gente estudou, as retas numéricas, uma reta real nesse sentido e outra aqui nesse sentido, então o que acontece? **Aqui, quantos pontos existem nessa reta? Na reta real? Quantos valores têm aqui? Infinitos** né [...]. Lembrando que a distância tem que ser a mesma, do zero pro um e do um pro dois, **a reta é ordenada**. [...] **o plano cartesiano, ele é infinito**, você pode escolher ordenar ele de qualquer forma, agora você está vendo ele ordenado aqui bonitinho, mas **pode acontecer de você ordenar ele e mudar a sua origem**, a sua origem poderia ser 0 pro y e 5 pro x, então aqui no 5, você poderia ordenar aqui, tanto faz, então 5 pra x e 0 pra y. Mas no nosso caso que a gente tá estudando, ele tá ordenado pra zero no x e zero no y, porque é o início, mas pode ser ordenado onde você quiser. E a medidas elas têm que ser iguais, tanto pra essa, quanto pra essa (referindo-se as retas) [...] (Sérgio, 5ª aula – grifo nosso)

As discussões sobre o infinito e o deslocamento da origem do plano cartesiano, são situações normalmente abordadas em cursos de nível superior e, em alguns casos isolados, nas séries finais do Ensino Médio. Acreditamos que a postura do professor seja reflexo de sua formação inicial, uma vez que esse é o seu primeiro ano como docente e sendo assim, possivelmente, ele tenha se espelhado nas práticas desenvolvidas por seus professores universitários para enfocar essas explicações, uma vez que “professores universitários e professores de ensino regular não somente ensinam o conteúdo de seus cursos como também modelam as práticas e estratégias de ensino para os futuros professores em suas salas de aula” (GROSSMAN, WILSON e SHULMAN, 1989, p. 03).

Retomando a resolução, até o momento o professor construiu uma tabela com valores para *x* e *f(x)* e escreveu a função como um conjunto de pares ordenados da seguinte maneira: *f*

= {(0,1), (1,3), (2,5)}. Finalizando a atividade ele marca os pontos referentes a cada par ordenado no plano cartesiano a fim de construir o gráfico:

> [...] o zero forma um par aqui (com o 1) **então eu vou marcar uma bolinha** (no 1). O 1 ele tá formando parzinho com quem? Com o 2, então o que eu vou fazer? Eu vou traçar uma reta aqui e vou traçar uma outra aqui, onde deu a intersecção delas? (chama a atenção) Olha essa reta é paralela a essa (referindo-se a reta x) e essa aqui paralela a essa (referindo-se a reta y), onde deu a intersecção das duas? Vou marcar uma bolinha aqui, então esse aqui é o parzinho (1,3), e o 2? Forma par com quem? Com o 5, então eu vou traçar uma reta aqui, paralela a essa, onde elas se cortaram? Esse ponto aqui é o parzinho (2,5) [...] **O que acontece se eu ligar eles? Eu tenho uma linha reta**, o que apareceu ali? Com o que parece isso aqui? Uma reta, certo? (Sérgio, 5ª aula – grifo nosso)

Considerando todos os procedimentos realizados pelo professor na resolução dessa tarefa, podemos enunciar a técnica que resolve T_7 como τ_7*: Montar uma tabela para x e f(x); representar os dados em um diagrama; escrever a função como um conjunto de pares ordenados; marcar os pontos no plano cartesiano e traçar o gráfico.*

Percebemos claramente, no decorrer da resolução, a construção da técnica τ_7 que compõe a sétima organização matemática *local*, assim como a constituição de seu entorno tecnológico, por meio das explicações realizadas pelo professor. As outras duas atividades resolvidas, embora não explicitadas nesse texto, podem ser consideradas como um momento de exploração do tipo de tarefa apresentado (T_7) e de trabalho com a técnica anteriormente elaborada (τ_7).

Ao final da resolução da segunda atividade, o professor comenta com os alunos que a próxima aula será realizada no laboratório de informática e que lá eles poderão visualizar melhor o gráfico de uma função polinomial do primeiro grau. De fato, o próximo encontro acontece no laboratório de informática e o professor trabalha com os alunos utilizando o software *Graphmatica*. Diante dessa iniciativa do professor procuramos saber, durante a entrevista, como se deu o preparo dessa aula e o motivo que o levou a utilizar esse software.

> (O) Material (era o) que eu já tinha trabalhado no estágio, uma base que eu tinha feito e aplicado, aplicado várias vezes e que funcionou lá (referindo-se a universidade) e eu tentei trabalhar com eles, não foi tudo, mas o necessário que eu acho que eles deveriam saber no nono ano, deu certo.
> (O porquê do uso desse software) Porque é o que eu sei trabalhar com ele, o *graphquation* também, só que o *graphquation* é uma parte mais para inequações que eu acho mais interessante. Aí o *graphmatica* é porque eu já tinha mais contato na universidade. (Sérgio em entrevista)

Essa situação nos revela claramente a relação existente entre os conhecimentos adquiridos na formação inicial e os efetivamente colocados em prática pelo professores em início de docência. O professor não só coloca em prática uma experiência ocorrida durante o estágio supervisionado na universidade, como faz uma adaptação do material à série em que estava trabalhando, pois o que ele conhecia era destinado ao Ensino Médio. Além disso, ele confirma o contato que teve nesse período, de formação inicial, com o uso de softwares educacionais, demonstrando ter conhecimento não só sobre esse que fora utilizado, como também sobre outro que ele disse que pode ser indicado para o estudo de inequações, pois pode ser usado também com funções. A leitura das ementas das disciplinas cursadas por Sérgio permite dizer que a disciplina de Prática de Ensino III, em especial, apresenta em seu programa o estudo de vários softwares educacionais como ferramenta de apoio para o estudo de conteúdos do Ensino Médio.

Nesse sentido, podemos inferir que houve uma contribuição da formação inicial para a prática desse professor. O que nem sempre é verdade, pois é fato que muitos professores, desde iniciantes até os mais experientes, apresentam um grau elevado de resistência quanto ao uso da sala de informática. Em muitos casos, quando tais professores se veem obrigados a utilizar essa ferramenta em suas aulas, não há uma discussão acerca do uso significativo desse recurso didático (BITTAR, 2000), sendo o mesmo utilizado como uma simples transferência de ambientes; do papel e lápis para o contexto virtual. Porém, tal situação não pode ser tida como responsabilidade apenas dos professores, tanto a formação inicial como os cursos de formação continuada ou pós-graduação carregam parte dessa carga de responsabilidade, pois, em muitos casos, há certa negligência dessas instituições na condução da discussão acerca do uso de tecnologias em sala de aula.

No início dessa aula, o professor realiza uma familiarização dos alunos com o software, ensinando, basicamente, como construir o gráfico de uma função: consiste apenas em digitar na barra de ferramenta a lei de formação da função. Ele comenta que é possível mudar o pano de fundo da tela do software e trabalhar com outros tipos de coordenadas, como por exemplo, as coordenadas polares. Nesse momento ele coloca na lousa vários exemplos de funções para os alunos construírem os gráficos.

Após esse momento inicial ele propõe algumas atividades com o objetivo de fazer com que os alunos percebam algumas características dos gráficos de funções polinomiais do primeiro grau. Sérgio inicia o estudo com funções do tipo $y = ax$, evidenciando seu objetivo.

> Professor: [...] **pra que serve esse software** aí, a gente ta **estudando algumas características de determinadas funções**, então vou passar uma atividade aqui onde a gente vai trabalhar com uma função linear [...]então eu quero que vocês façam primeiro para o *a* valendo 1, $y = 1x$, desenha esse gráfico aí na tela [...]começa $y = 1x$, isso ficou bem no meio né, do eixo *y* e do x, né. Pessoal, agora digitem lá, $y = 2x$, vejam o que acontece, o que aconteceu, ele ficou abaixo do anterior ou acima? Acima né, $y = 5x$, o que aconteceu? Ficou abaixo ou acima do anterior, o *a* é maior ou menor do que o anterior que a gente havia colocado, o *a* é maior né? Façam para dez agora, $y = 10x$, beleza, e agora o que vocês observaram, ficou abaixo ou acima do anterior, acima né. Ele passa o eixo *y*? Não né, fica em cima né, agora vamos ver se passa, coloca $y = 1000x$, vamos ver, será que passa?
> Aluno: 2000 passa, professor
> Professor: será que passa? [...] vai chegar em cima mas não vai passar [...]Pessoal, o que aconteceu aqui, os valores do *a* foram aumentando, o que vocês observaram? essa aqui foi a primeira que vocês fizeram né? ($y = x$) ela cortou os eixos bem no meio né, o *x* e o *y*, o que vai acontecendo se você vai aumentando o valor do *a*? o que acontece ali? [...] se você aumenta o valor do *a*, a reta fica mais inclinada, não é? (Sérgio, 6ª aula – grifo nosso)

Observamos que o professor direciona a atividade de forma que os alunos consigam perceber a inclinação das retas de acordo com o valor positivo associado ao *a* da fórmula geral $y = ax$. O mesmo procedimento foi adotado para os valores negativos de *a*. Segundo Bica (2009) essa forma de abordagem auxilia "a articulação do valor visual (sentido de inclinação) e sua correspondente na escrita algébrica (sinal do coeficiente)".

Percebemos nessa atividade, um exemplo do uso significativo de um software educacional, pois o professor explora um ponto positivo desse recurso: a facilidade para a construção de gráficos de funções. Embora a mesma atividade pudesse ser realizada no ambiente papel e lápis, possivelmente seu êxito seria menor, pois a construção detalhada de um gráfico exige um tempo, razoavelmente, maior e isso poderia ocasionar na perda de concentração dos alunos. Além disso, a construção de vários gráficos, inclusive com uma diferenciação de suas cores, em um mesmo plano cartesiano no software *graphmatica*, proporciona aos alunos uma melhor visualização das propriedades características de funções polinomiais do primeiro grau, permitindo assim que os mesmos possam elaborar conjecturas a esse respeito. Vemos assim que a proposta desenvolvida pelo professor coaduna com Bittar (no prelo)

> É importante ressaltar que não se trata de tornar a aprendizagem mais fácil aligeirando o ensino (referindo-se ao uso da informática em sala de aula). Ao contrário, a aprendizagem deve ser favorecida com situações que a tornem mais significativa e que os alunos possam interagir entre si e com a máquina, construindo conhecimentos, vivenciando situações que muitas vezes não tinham sentido, ou tinham outro sentido, no ambiente papel e lápis.

Antes de trabalhar com as funções do tipo $y = ax + b$, o professor faz um fechamento elencando as principais observações retiradas do estudo realizado até o momento.

> [...] a gente viu o seguinte: pra valor positivo (de *a*) o que você observa? Olha, não sei se vocês lembram, mas o plano cartesiano é dividido em quadrantes, 1º, 2º, 3º e 4º quadrante, **para valor positivo** onde passa essa reta? Quais quadrantes? **1º e 3º** e **para valores negativos de *a*, 2º e 4º**. Então essa é uma observação, outra observação[...]todas elas, **independente do valor de *a*, elas** estão passando na origem, certo, sempre **passam na origem**. Então é uma característica de funções que têm essa relação aqui (função afim)[...] **se a gente trabalha com o a positivo e o a negativo, a gente observa duas coisas, crescimento e decrescimento dos gráficos dessas funções** [...] (Sérgio, 6ª aula – grifo nosso)

Destacamos nessa fala a presença de enunciados tecnológicos que constituirão o bloco saber da Organização Matemática que está sendo desenvolvida. Embora ainda não haja nenhum tipo de institucionalização, o professor chama a atenção dos alunos para as observações retiradas dessa atividade.

> Agora a gente vai ver como inserir o termo b aqui, vamos colocar $y = ax + b$ [...] **vamos ver o que representa esse *b* nas funções**, o *a* a gente já viu que representa a inclinação, não era? [...] então agora primeiro façam o gráfico aí, o desenho para $b = 0$, então você vai fazer $y = x$, isso, façam esse gráfico aí de novo, o que acontece? b = 0 dá isso aqui, (faz o gráfico na lousa). Agora pessoal façam para o $b = 1$, $y = x + 1$, olha o que acontece. Pessoal, vamos mudando o valor de *b*, coloca o valor que você quiser. **Pessoal, isso que a gente ta fazendo não é só pra ver se fica bonitinho não, é pra tentar ver o que acontece tá**. Primeiro vou fazer uma pergunta, todas as retas estão passando pelo (0,0)? Estão passando por onde? (pelo 2, pelo 1....)mas como você sabe que vai passar pelo 2? [...] vamos olhar o seguinte, essa reta aqui, $y = x$ ela toca aonde? No (0,0), desenhem essa aqui, $y = x + 1$, onde ele toca o eixo do *y*? [...] no *1*, e o eixo do *x*? O que aconteceu dessa reta pra essa? Ela subiu ou ela desceu? Subiu. Quanto? Agora coloquem lá, $y = x + 2$, olha o que acontece. Agora onde ela tocou o eixo do *y*? 2, e no *x*? Será que tem alguma coisa haver com *b*? [...] será que ele está aí à toa, será que ele diz alguma coisa pra gente? [...] **o *b* é onde ele (o gráfico) vai estar interceptando o eixo *y***.

As expressões destacadas nesse excerto correspondem ao objetivo do professor ao realizar essa atividade: compreender o significado do termo *b*, da fórmula geral $y = ax + b$, no gráfico de uma função polinomial do primeiro grau. É interessante perceber a preocupação do professor em reforçar para os alunos o significado da realização dessa atividade, para que os mesmos não pensem que estão apenas construindo, aleatoriamente, desenhos na tela do computador. Consideramos que essa postura, pode ser considerada, uma vez mais, uma influência de seu curso de formação inicial, possivelmente, da disciplina de Prática de Ensino de Matemática III que discute o uso de softwares educacionais em sala de aula. Além disso, “o professor tem responsabilidades especiais em relação ao conhecimento de conteúdo, servindo como fonte primária da compreensão da matéria pelo aluno” (SHULMAN, 2001, p. 176), ou seja, cabe a ele dar, aos alunos, a ênfase necessária ao estudo de tópicos considerados importantes dentro da Matemática.

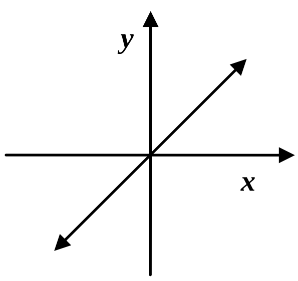
Durante essas atividades o professor realiza uma breve exposição sobre o estudo das posições relativas de retas no plano, porém ele expõe apenas a relação existente entre os coeficientes angulares de retas paralelas, não realizando nenhum comentário acerca de retas concorrentes ou coincidentes.

O professor finaliza essa aula com um exemplo parecido com outro que foi realizado em sala de aula. Nessa atividade, são apresentadas duas funções e cada uma delas representando o valor cobrado por duas empresas de táxi; os alunos devem construir o gráfico de cada uma delas e verificar qual delas oferece o melhor valor. Facilmente eles constroem os gráficos e verificam qual das empresas é a mais vantajosa para o cliente.

No encontro seguinte, em sala de aula, o professor inicia a aula retomando as observações que foram realizadas na aula no laboratório. Ele coloca alguns exemplos de funções do primeiro grau, crescentes e decrescentes, e trabalha com os alunos o significado dos coeficientes *a* e *b*. Após essa explicação ele registra esse conteúdo na lousa da seguinte maneira:

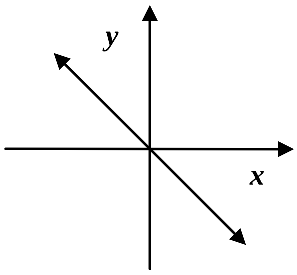
$y = ax + b$ (a coeficiente angular e b coeficiente linear)

- *Se $a > 0$*



A função do primeiro grau é crescente, ou seja, se aumentarmos o valor de x, o valor correspondente de y também aumentará.

- *Se a < 0*



A função do 1º grau é decrescente, ou seja, se aumentarmos o valor de x, o valor correspondente de y diminuirá.

Observamos aqui um momento dedicado à institucionalização, pois de todo o estudo realizado anteriormente é registrado na lousa apenas aquela parte considerada, pelo professor, que deve ser apreendida pelos alunos, ou seja, aquilo que eles devem saber sobre o crescimento e decrescimento de funções polinomiais do primeiro grau.

Durante essa aula, o professor propõe um trabalho para os alunos fazerem utilizando o software *graphmatica*. Ele pede que eles escrevam sobre o significado do coeficiente angular, além disso, eles terão que dizer, tomando como base os coeficientes *a* e *b* de uma função do primeiro grau, quando duas retas são paralelas, concorrentes e coincidentes.

Tivemos acesso às questões propostas nesse trabalho; duas atividades foram destinadas ao estudo das posições relativas das retas e elas seguem a mesma linha das atividades que foram desenvolvidas na aula realizada no laboratório. Novamente o professor espera que os alunos consigam perceber as particularidades, semelhanças ou diferenças, dos gráficos a partir de sua visualização. Sua postura nos dá indícios de sua posição frente ao aprendizado dos alunos, ao menos no trabalho com esse conteúdo, que foi o período em que observamos sua prática.

Percebemos sua preocupação em fazer com que os alunos construam o conhecimento antes mesmo de fazer formalizações a seu respeito. Esse trabalho sobre as posições relativas de duas retas nos dá um claro exemplo dessa situação: ao invés de apresentar esse conteúdo em sala de aula com todas as suas definições formais, o que normalmente acontece na maioria dos casos, o professor opta por utilizar um recurso didático como um meio para introduzir o conceito. Porém, não é o simples fato de utilizar tal recurso que torna sua prática diferenciada e sim sua leitura acerca desse instrumento, pois percebemos que o professor acredita na contribuição desse software para a aprendizagem desse conteúdo, o que de fato pode acontecer, pois o mesmo permite que os alunos consigam, mesmo que empiricamente, observar o significado das definições antes mesmo de conhecer seus enunciados. Novamente, observamos nessa situação possíveis influências das discussões realizadas, sobre o uso de softwares educacionais, durante o Curso de formação inicial.

Finalizando a aula, o professor pede para os alunos resolverem alguns exercícios do livro didático; como uma dessas atividades envolvia o conceito de triângulo isósceles e os alunos sentiram dificuldade para sua resolução, o professor opta por resolvê-la juntamente com os alunos. O enunciado dessa atividade pede para que seja construído o gráfico da função que representa a relação existente entre o perímetro de um triângulo e a medida de seu lado. Temos então uma tarefa pertencente ao tipo de tarefa T_7*: Construir o gráfico de uma função polinomial do primeiro grau*. Os dados fornecidos pelo enunciado são: um triângulo isósceles de lado l e base *8*. O professor inicia a resolução:

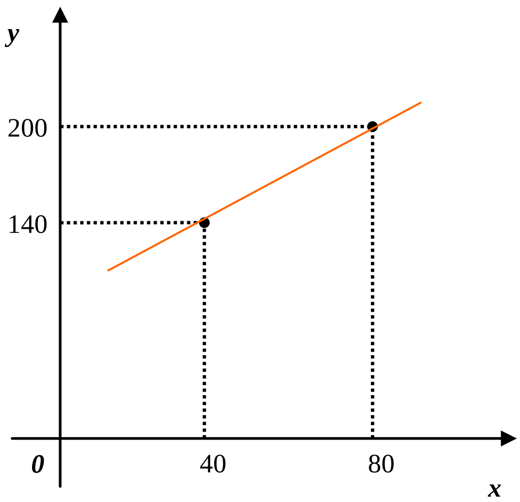
> [...] Pessoal, o que é um triângulo isósceles? Tem dois lados congruentes, ou seja, mesma medida, l e l, segundo o problema, ele fala que a base aqui vale *8* [...]O que é o perímetro? O perímetro *P* é a soma dos lados, então o que eu vou fazer? $l+l+8 = 2\cdot l+8$, pergunto: isso aqui é uma função? É. Eu consigo desenhar o gráfico que representa isso aí? [...] o que eu vou fazer? Vou montar uma tabelinha, lembra da tabela? Valor pra l e o valor pra *P*, pergunto: o l pode ser negativo? o l pode ser zero? Existe um triângulo com um lado só? Vamos considerar que seja de l pra cima, então l, 2, 3 e 4. pro lado igual a l, quanto é o perímetro? 10. Pro lado igual a 2? 12. Agora o que eu faço? Vou lá e desenho. Pessoal, vamos olhar aqui, vocês acham que **eu preciso de quantos pontos para desenhar o gráfico? Olha lá, a nossa colega lá do fundo disse que precisa de apenas dois! Será que ela ta certa? Ok!** Então vamos marcar só esses primeiros aqui, vou marcar o l. Pessoal, o l eu vou ligar com quem? 10. Então esse pontinho aqui no nosso plano, ele tem coordenada (1,10), agora o 2, eu vou ligar o 2 com 12, então aqui esse pontinho tem coordenada (2,12). Então a reta que ele quer passa por esses dois pontinhos. (Sérgio, 7ª aula – grifo nosso)

No início da resolução o professor retoma os conceitos de triângulo isósceles e perímetro, pois os alunos não estavam conseguindo resolver a atividade. Durante essa resolução ele comenta sobre o axioma de incidência de uma reta “dados dois pontos distintos existe uma única reta que contém estes pontos” (BARBOSA, 2001, p. 01). Em um momento da aula no laboratório de informática ele também fez esse comentário, porém não houve nenhuma institucionalização, considerando aqui um registro gráfico, a seu respeito. A nosso ver tal fato deveria acontecer, pois se trata de um resultado significativo para a construção de gráficos de funções polinomiais do primeiro grau.

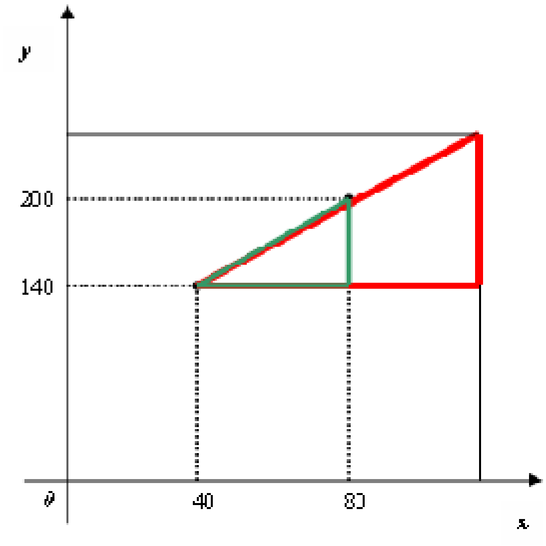
O próximo encontro é destinado à resolução dos exercícios que foram propostos na última aula, ou seja, um momento de exploração dos tipos de tarefas já apresentados e de trabalho com as técnicas construídas anteriormente. Como não observamos diferenças praxeológicas nessas atividades, ou seja, foram contemplados os mesmos tipos de tarefas e as mesmas técnicas de resolução, não apresentamos aqui tais resoluções. Porém, gostaríamos de destacar a resolução de uma dessas atividades, pois a mesma apresenta um novo modelo de técnica proposto pelo professor. Apenas para situar o leitor, informamos que tal resolução não se deu nessa aula e sim na próxima que coincide com a nossa última observação.

A atividade em questão é a seguinte:

> *O gerente de um supermercado verificou que, quanto mais anunciava nos jornais, mais vendia. Essa relação pode ser expressa pelo gráfico, em que y representa o número de mercadorias vendidas durante a semana, e x, o número de anúncios publicados nos jornais durante a semana.*
> *Quantas vezes o gerente deverá anunciar esta semana, para que o supermercado venda 230 mercadorias?*



Essa atividade contempla dois tipos de tarefas identificadas anteriormente, T_3: *Sendo* $y = f(x)$, *dado um valor* y_0 *para y, encontrar o valor* x_0 *para que* $f(x) = y_0$ e T_6: *Determinar os coeficientes a e b da função f(x) = ax + b, conhecendo dois valores de f(x)*. O diferencial dela consiste apenas na apresentação de um ostensivo gráfico em seu enunciado. Nesse caso é preciso retirar os valores de *f(x)*, para determinar a função, pela interpretação do gráfico. No entanto as técnicas empregadas em sua resolução continuam as mesmas, τ_3 e τ_6. O fato que destacamos aqui é a atitude do professor; o fato de ele perceber que essa atividade poderia ser resolvida por meio da geometria e sua disposição em apresentar uma outra forma de resolver aos alunos. Para uma melhor compreensão da explicação realizada pelo professor apresentamos na sequência os triângulos extraídos do gráfico anterior.



Vocês lembram de semelhança de triângulos? Lembram ou não? Então vamos só observar aqui [...] então observa o seguinte, você tem esse triângulo pequeno (verde) aqui e tem esse outro triângulo grande de fora (vermelho), esse ângulo aqui é comum aos dois, não é? Esse daqui é um ângulo reto e esse daqui também é um ângulo reto, lembra o caso de semelhança de triângulo, ângulo - ângulo, então existe uma proporcionalidade entre os lados, então quer ver como sai fácil isso daí, só vamos construir (antes) esses dois triângulos que a gente tem, tem esse pequeno aqui (constrói) e tem o grandão [...] então pessoal, olha aí, outro jeito de vocês resolverem. **O que a gente fez aqui foi trabalhar com álgebra (na primeira resolução) e aqui a gente resolveu ela trabalhando com geometria, por semelhança** [...] Então a gente resolve utilizando teoria de funções que a gente ta vendo, mas também utilizando geometria, dois caminhos diferentes pra você resolver. Então a gente recuperou coisas que vocês já tinham estudado, (que) teria como estar relacionando a esses conteúdos. Então temos dois jeitos de fazer. (Sérgio, 9ª aula – grifo nosso)

Vemos nessa situação a visão geral que o professor apresenta sobre os diferentes conteúdos da Matemática, mostrando segurança ao discuti-los em diferentes contextos. Tal comportamento coaduna com o que Shulman (2001, p. 16) considera como sendo o esperado das práticas de professores "(que eles) compreendam o que ensinam e, quando possível, compreendam de diversas maneiras. Eles devem compreender como uma ideia dada se relaciona às outras dentro da mesma área da matéria e também a outras ideias, de outros assuntos".

Após a resolução dessa atividade o professor inicia um outro exercício. O enunciado da atividade é:

Construa o gráfico das funções e classifique-as em crescentes, decrescentes ou constantes.

a) $y = 5x$

b) $y = -x + 3$

c) $f(x) = 4$

d) $y = 6x - 6$

Temos dois tipos de tarefas a serem cumpridos; um apresentado anteriormente *T_7: Construir o gráfico de uma função polinomial do primeiro grau* e um novo tipo que pode ser nomeado como *T_8: Classificar uma Função polinomial do primeiro grau em crescente ou decrescente*.

Optamos por apresentar a praxeologia desenvolvida pelo professor na resolução dos itens *a* e *c* dessa atividade. Na sequência temos sua fala para o item *a*:

> Então pessoal, a número 2 aqui, ele pede o gráfico da função, qual é a função da letra *a* número 2? y = 5x. Eu preciso construir o gráfico pra dizer se ela é crescente ou decrescente? **Olhando aí, ela é crescente ou decrescente? Crescente**. Por quê? Quem é positivo? O cinco, como é o nome desse cidadão aqui, coeficiente angular! **Então o coeficiente angular aqui é positivo**. Então **pra construir o gráfico** dele, eu preciso de quantos pontos? Pessoal, então olhando aqui, pra você construir o gráfico dessa função aqui, **basta você dar dois valores para o x e encontrar os dois valores para y**. Então, pra x = 0, quanto que vale o y? 5·0 = 0. Pra x = 1, 5·1 = 5. Beleza, então você vai lá, você tem dois pares ordenados, (0,0) e (1,5). Onde eu vou marcar o (0,0), bem no meio? Na intersecção. E agora pessoal? O 1 aqui faz par com que número? 5. **Então eu tenho esses dois pontos aqui, falta marcar a reta** aqui. Ok, pessoal, então esse aqui é o gráfico que representa essa função aqui, Eu só posso colocar o 0 e 1? Claro que não, poderia colocar o 10, o 20, só que iria ficar bem grandão. Então pra desenhar o gráfico, tentem colocar valores próximos do zero, pode colocar valor negativo também, não tem problema. (Sérgio, 9ª aula – grifo nosso)

Vemos que a técnica utilizada pelo professor para resolver T_8 consiste na análise do sinal do coeficiente *a* da função, o que nos leva a enunciá-la da mesma maneira *τ_8: Analisar o sinal do coeficiente a da função*. Para resolver T_7, o professor aplica τ_7, conforme destacamos em sua fala; embora ele não tenha mencionado a construção de uma tabela, um dos passos da referida técnica, tal procedimento foi registrado na lousa.

Escolhemos apresentar a resolução do item *c* por tratar-se de um modelo de função constante, o qual foi pouco enfatizado pelo professor no decorrer dessas aulas; apenas no laboratório de informática houve um pequeno comentário acerca desse modelo de função. Além disso, há uma ínfima incidência de atividades que envolvam esse conceito, tanto no livro didático como no desenvolvimento das aulas do professor. Dessa forma, apresentamos sua resolução, porém sem agrupá-la a um determinado tipo de tarefa e sem enunciar uma técnica que a resolva.

> [...] pessoal, aqui você pode escrever assim também (f(x) = 4 ou y = 4). **Pessoal, esse valor de y vai mudar? Aquele y ali ele depende do x em algum momento? Se eu colocar x = 10, quanto vai valer o y? Se eu colocar x = 1000, quanto vai valer o y?** Então como é o gráfico dele? Primeiro, onde é o gráfico(se corta o eixo x ou o eixo y)? No eixo do x ou do y? No y, né, então tá aqui. Então vamos olhar o seguinte: **se o x = 0, quanto vale o y? 4. Se o x vale 1, quanto vale o y? 4. Se o x vale 5, quanto vale o y? 4. Se o x vale -3, quanto vale o y? 4**. O que acontece com aqueles pontos ali, vão dar essa reta aqui. Então, pessoal, vocês têm essa reta aqui**, por isso que é constante, porque qualquer valor que você mudar pro x, dá aqui (na reta y = 4) e não vai alterar o valor do y.** Então essa reta aqui ela passa no 4. Ela é crescente? Ela é decrescente? Ela é constante! Pessoal, olhando aqui, essa função aqui da letra c ela apresenta coeficiente angular? Ou seja, um número que multiplica o x? Até apresenta, né, o zero. Então a gente observa aqui que não tem o termo x e só tem o termo b. (Sérgio, 9ª aula – grifo nosso)

Percebemos na fala do professor, em negrito, que ele tenta mostrar aos alunos o que ocorre nesse caso específico; o valor de y independe do valor de x, ou seja, para diferentes valores de x, o y não se altera e que isso determina o fato de o gráfico ser uma reta constante. Vale ressaltar, a diferente abordagem realizada pelo professor, acerca de funções constantes, com relação a proposta do livro didático. Temos nessa situação, um exemplo de como a mesma organização matemática pode acarretar em diferentes organizações didáticas, ou seja, o mesmo conteúdo pode ser apresentado de maneiras totalmente diferenciadas.

Consideramos que além dessa explicação, em um caso particular, o professor poderia ter realizado algum tipo de institucionalização, como foi feito nos casos de crescimento e decrescimento, pois essa é uma maneira de enfatizar os principais conceitos a serem apreendidos durante o desenvolvimento da organização matemática (CHEVALLARD, 1998).

Vejamos agora a introdução do conceito de raiz ou zero da função por meio da resolução de uma atividade:

> **Agora pessoal a gente vai precisar de um novo conceito, que é o conceito de raiz ou zero da função.** Então pessoal, vamos considerar como exemplo f(x) = x + 5, é uma função do primeiro grau, certo? Então a raiz ou zero, **lembra quando a gente estudava lá em equação do primeiro grau, a gente não achava as raízes lá? É a mesma coisa aqui** [...] **a gente ta interessado em saber, onde ou para que valor de x temos f(x) = 0 ou y = 0** [...] **Como será que eu posso proceder? Eu não quero que seja igual a zero, sim ou não? Então eu vou impor que isso aqui seja igual a zero, ou seja, 0 = x + 5, o que é isso aqui? [...] resolvendo isso aqui eu tenho que x**

> **= -5, então o zero da função ou raiz da função é esse cara aqui. Se eu pego o -5 e substituo aqui o que acontece? -5 + 5 = 0, encontrei o que eu queria, o -5 é o que zera aquela função ali.** Quantas vezes uma reta corta o eixo x? Uma [...] pessoal, esse estudo de raiz aqui, você pode observar também no gráfico da função. (Sérgio, 9ª aula – grifo nosso)

Vemos aparecer aqui um novo tipo de tarefa que pode ser determinado como T_9*: Determinar o zero ou raiz de uma função polinomial do primeiro grau*. Vale ressaltar que o professor tenta mostrar aos alunos que apesar de ser um conceito aparentemente novo, eles já resolveram situações próximas a essas no estudo de equações do primeiro grau. Além disso, percebemos na fala do professor a construção da técnica que resolve esse tipo de tarefa, podendo a mesma ser identificada como τ_9*: Substituir zero na variável y da relação y = f(x) e resolver a equação*. Um ponto que também merece destaque nessa resolução é a verificação realizada pelo professor ao encontrar o valor que supostamente seria o zero ou raiz da função; havíamos observado o mesmo procedimento durante a resolução dos sistemas de equações anteriormente apresentado. Consideramos de extrema valia esse processo, uma vez que, possivelmente, possibilita uma melhor compreensão do significado do valor encontrado com a solução da questão, conforme aponta os Parâmetros Curriculares Nacionais para Matemática (BRASIL, 1998).

Além de encontrar o zero ou raiz da função, tal atividade solicita o estudo da variação do sinal da função. Dessa forma, o professor dá continuidade à explicação:

> [...] **O estudo que você faz em cima do zero ou da raiz é pra você estudar o sinal da função, ou seja, onde o y vai ser positivo e onde o y vai ser negativo.** [...] (constrói o gráfico da função) Olha aqui onde o gráfico toca o eixo do x, no ponto (-5,0) [...] Vamos fazer o seguinte: onde o y é maior que zero? Daqui (pra cima) ou daqui pra baixo? (em relação ao eixo x) daqui pra cima, né? Então a partir de que valores pra x eu tenho os pontos vindo aqui (traça várias retas paralelas a x partindo do gráfico até chegar ao eixo y) [...] **Pra x = -5 o y dá zero**, então se eu pegar **valor maior que -5, vai dar positivo** [...] Pra valores menores que -5, ou seja, andando pra esquerda os valores de y vão diminuindo então **y < 0 se x < -5** [...] (Sérgio, 9ª aula – grifo nosso)

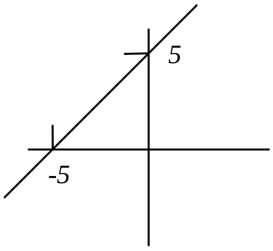
Podemos considerar o tipo de tarefa realizado como T_{10}*: Estudar a variação do sinal de uma função polinomial do primeiro grau*. Percebemos que o professor tenta dar significado a tarefa realizada dizendo que a mesma complementa o estudo da raiz ou zero da função. A técnica empregada consiste na análise do sinal da imagem dos valores que estão a direita e a esquerda de -5 e para isso o professor constrói o gráfico da função, o que nesse primeiro contato com o conteúdo contribui para uma melhor visualização do resultado. Sendo assim, enunciamos essa técnica como τ_{10}: *Procurar para quais valores de x:* $y = 0, y < 0, y > 0$. O professor finaliza o estudo de gráficos de funções polinomiais do primeiro grau registrando na lousa a definição de raiz de uma função, conforme apresentamos na sequência:

"*A raiz da função y = ax + b é o valor de x para o qual y = 0, isto é:*

$$0 = ax + b$$
$$-b = ax$$
$$x = \frac{-b}{a}$$

Ex:

$$f(x) = 3x + 15$$
$$x = \frac{-(15)}{3} = -5$$



Nessa última atividade analisada, tivemos o momento do primeiro encontro com dois novos tipos de tarefas, os quais encerraram o estudo do *tema* Função polinomial do primeiro grau. Percebemos ainda, a elaboração das técnicas τ_9 e τ_{10} pelo professor e ao final da resolução tivemos a institucionalização do conceito estudado nessa ocasião.

Trazemos em seguida a avaliação das organizações matemáticas estabelecidas nesse segundo gênero de organização, porém antes apresentamos uma tabela resumo com os elementos presentes nessa análise praxeológica.

4.5 Avaliação das Organizações Matemáticas *locais* que compõem GOM$_2$

A praxeologia desenvolvida no estudo de GOM$_2$ foi composta por quatro tipos de tarefas, quatro técnicas e alguns enunciados tecnológico-teóricos, conforme quadro a seguir.

Tipos de Tarefas	*Técnicas*	*Elementos tecnológico-teóricos*
T_6: Determinar os coeficientes a e b da função f(x) = ax + b, conhecendo dois valores de f(x)	*τ_6: Substituir os valores de f(x) e resolver o sistema de equações*	*Definição de Função polinomial do primeiro grau* *Resolução de sistema de equações* *Conceito de coeficiente angular* *Dados dois pontos distintos existe uma única reta que contém estes pontos(axioma de incidência)* *Definição de raiz de uma função* *Sistema de coordenadas cartesianas* *Definição de Função crescente/decrescente*
T_7: Construir o gráfico de uma função polinomial do primeiro grau	*τ_7: Montar uma tabela para x e f(x); representar os dados em um diagrama; escrever a função como um conjunto de pares ordenados; marcar os pontos no plano cartesiano e traçar o gráfico*	
T_8: Classificar uma função em crescente ou decrescente	*τ_8: Analisar o sinal do coeficiente a da função*	
T_9: Determinar o zero ou raiz de uma função polinomial do primeiro grau	*τ_9: Substituir zero na variável y da relação y = f(x) e resolver a equação*	
T_{10}: Estudar a variação do sinal de uma função polinomial do primeiro grau	*τ_{10}: Procurar para quais valores de x:* $y = 0, y < 0, y > 0$	

Quadro 111 – Praxeologia Matemática de GOM_2

Os tipos de tarefas presentes nessas organizações foram claramente identificados pelo professor à medida que foram surgindo no desenvolvimento das atividades. Além disso, percebemos um extenso trabalho com tarefas pertencentes aos quatro tipos determinados, tanto nos exemplos, nas atividades propostas e no trabalho a ser realizado utilizando o software *Graphmatica*.

Acreditamos que as explicações realizadas sobre os enunciados das tarefas tiveram o intuito de apresentar a necessidade de sua realização. O tipo de tarefa T_7 teve sua apresentação contextualizada em uma situação conhecida dos alunos; os outros três tipos de tarefas foram colocados como implicações do estudo de gráficos. Uma vez mais, a prática do professor apresenta características diferenciadas da proposta do livro didático, pois havíamos observado nesse material justificativas para a realização dos tipos de tarefas focadas apenas na Matemática, sem grandes contextualizações.

Além disso, podemos dizer que os tipos de tarefas representam significativamente o estudo de gráficos de funções polinomiais do primeiro grau, uma vez que contemplam as situações matemáticas comumente abordadas nesse conteúdo. Considerando o aspecto das necessidades matemáticas dos alunos, podemos inferir que o tipo de tarefa T_7 foi a que, possivelmente, apresentou maior significado aos alunos, até mesmo pela explanação realizada pelo professor. Dizemos isso, pois o exemplo utilizado para introduzir a necessidade de se construir gráficos foi uma situação conhecida dos alunos e que inclusive os envolveu em uma brincadeira: a simulação de uma campanha eleitoral entre dois colegas da turma. Dessa forma, acreditamos que os alunos tenham percebido a importância do estudo de gráficos. Os outros tipos de tarefas, embora bem apresentados e explicados pelo professor, tiveram sua existência atrelados a realização de T_7; uma espécie de tarefas decorrentes da construção do gráfico de uma função.

Como houve pouco trabalho com τ_6 e os alunos sentiram dificuldades na sua aplicação, a mesma não pode ser considerada como de fácil utilização, ao menos nesse momento inicial. Consideramos que todas as técnicas apresentadas foram efetivamente elaboradas pelo professor; construídas passo a passo no desenvolvimento das atividades e de maneira compreensível, o que nem sempre aconteceu no texto do livro didático. De acordo com as tarefas propostas, as técnicas apresentadas mostraram-se suficientes e confiáveis para a realização das mesmas, tendo em alguns casos sua validade testada na verificação dos resultados.

Uma vez mais observamos pouca ênfase ao nível de justificativa teórica na prática do professor, apenas enunciados tecnológicos referentes às técnicas empregadas. Entretanto, o enunciado tecnológico *"Dados dois pontos distintos existe uma única reta que contém estes pontos"* pode ser assumido como um nível de justificativa teórica, uma vez que é um dos axiomas admitidos para o desenvolvimento de teoremas da Geometria Plana. Outros elementos tecnológicos como: conceito de coeficiente angular, definição de zero ou raiz de uma função e definição de função crescente e decrescente foram apresentados ao longo das atividades.

Estes enunciados tecnológicos serviram tanto para embasar o desenvolvimento de algumas atividades como justificar a utilização de alguns procedimentos. A explicação realizada acerca do conceito de plano cartesiano serviu para alicerçar a construção dos gráficos das funções polinomiais do primeiro grau e o resultado de que para a construção de uma reta é necessário apenas dois pontos justificou a opção do professor em tomar apenas dois pontos no plano. Ressaltamos que existe uma adaptação de tais enunciados durante suas explicações, o que possivelmente contribui para uma melhor compreensão dos mesmos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As questões que nortearam o desenvolvimento dessa pesquisa foram: *Quais conhecimentos são mobilizados por um professor de Matemática em início de docência durante as aulas sobre o tema funções? Qual a relação existente entre esses conhecimentos e os adquiridos na formação inicial?*

Na busca por respostas a essas questões traçamos como objetivo principal investigar a relação existente entre os conhecimentos adquiridos por um professor na formação inicial e os conhecimentos mobilizados na sua prática pedagógica acerca do tema função. Para tanto, contamos com a participação de Sérgio, um professor de Matemática em início de docência, que atua na Educação Básica.

Os conhecimentos investigados na prática desse professor correspondem a algumas das vertentes que compõem a Base de Conhecimentos para o Ensino (SHULMAN, 1986). Tais categorias, a saber: conhecimento de conteúdo do objeto de estudo, conhecimento pedagógico do objeto de estudo e conhecimento curricular, mostraram-se pertinentes para a realização dessa pesquisa.

Embora soubéssemos os conhecimentos a serem investigados, nos deparamos com uma questão metodológica: *De que maneira realizar uma investigação sobre os conhecimentos de um professor de Matemática em início de docência acerca de um determinado conteúdo?* Nesse sentido, a Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1998), além de oferecer instrumentos metodológicos para essa investigação, contribuiu na constituição de nosso embasamento teórico, pelo fato de levar em consideração a especificidade do saber matemático. Dessa forma, o emprego desta teoria permitiu que realizássemos um estudo detalhado sobre a categoria do conhecimento de conteúdo do objeto de estudo como também abordar aspectos das outras vertentes do conhecimento.

A partir dessas duas teorias, analisamos fontes de dados que consideramos fundamentais para uma investigação acerca da prática pedagógica do professor: o livro didático por ele utilizado e os protocolos de observação de suas aulas. Além disso, buscamos na grade curricular do Curso de formação inicial do professor, em entrevistas semi-estruturadas e no seu planejamento didático, esclarecer alguns pontos observados nos protocolos.

A análise do livro didático contribui para um melhor entendimento da prática desenvolvida pelo professor, pois pudemos compreender seus procedimentos em determinadas situações. Além disso, observamos que os autores seguem um modelo de apresentação comumente utilizado em livros didáticos de diferentes níveis escolares: inicialmente a noção do conceito de Função, o qual chamamos de primeiro gênero de organização matemática e, após isso, um estudo específico da Função Polinomial do primeiro grau, denominado de segundo gênero de organização matemática. Consideramos essa nomenclatura, por acreditarmos que, embora se tratassem de estudos acerca de um mesmo tema, no caso funções, cada um deles apresentava particularidades em seus elementos praxeológicos. Ou seja, em cada um dos gêneros de organização matemática, identificamos tipos de tarefas, técnicas e elementos tecnológico-teóricos ligados a cada uma das questões de estudo: conceito de função e função polinomial do primeiro grau.

O modelo praxeológico adotado para a análise desse material permitiu não só o estudo específico do saber matemático função, identificando os tipos de tarefas, técnicas e justificativas empregadas no ensino desse conteúdo, como também a identificação de uma proposta de abordagem didática. Os autores promovem um modelo de organização didática para a apresentação do conteúdo priorizando os momentos de: exploração dos tipos de tarefas e elaboração de uma técnica, trabalho com a técnica e institucionalização.

Quanto às análises dos protocolos de observação, as mesmas permitiram concluir que os conhecimentos mobilizados por Sérgio durante o trabalho com o conteúdo de funções apresentam características das três vertentes do conhecimento investigadas, mostrando que a Base de conhecimentos para o ensino traduz o que realmente ocorre na prática pedagógica docente. Uma vez mais constatamos a imbricação existente entre as categorias do conhecimento. Um exemplo disso pode ser percebido na aula em que Sérgio discute que, nem sempre, o domínio de uma função contemplará todos os números reais: naquela situação o professor lança mão de um exemplo de função que não admite tal conjunto como domínio, a função em questão foi $f(x) = \frac{1}{x}$. Ao mesmo tempo em que sua atitude expressa sua preocupação em apresentar um exemplo claro e de fácil compreensão para os alunos, ela também revela sua desenvoltura em trabalhar com o tema matemático. Ou seja, conhecimentos pedagógicos e matemáticos caminham juntos na arte de ensinar. Não basta a um professor dominar os conteúdos de sua especialidade, como também não basta a ele prover de todas as técnicas e procedimentos relativos ao ensino. É necessário que haja articulação entre essas áreas do conhecimento, e, principalmente, que isto ocorra desde o ingresso do futuro professor na formação inicial.

Presenciamos ainda situações em que Sérgio busca meios de evitar possíveis dificuldades na aprendizagem dos alunos. Ele substitui números decimais por números naturais e também evita o uso de variáveis pouco utilizadas, como *v*, *d* e *t* e as troca por aquelas mais conhecidas, *x* e *y*. Nesses dois casos, ele considerou que dificuldades em trabalhar com esses conceitos poderiam atrapalhar a aprendizagem de funções, que era o foco do estudo, e sendo assim, preferiu evitar essa situação. Em outros momentos, ele prefere ir além da proposta do livro didático e estende as explicações relativas à função afim, linear e constante, considerando as mesmas importantes dentro do estudo de Funções polinomiais do primeiro grau. O mesmo ocorre com relação ao estudo do plano cartesiano antes de iniciar a apresentação dos gráficos das funções.

Vimos também que, muitas das atitudes, escolhas e procedimentos do professor, possuem raízes em sua formação inicial, conforme pontuado pelo mesmo em algumas situações. Em algumas circunstâncias, sua prática é influenciada pelas práticas vivenciadas durante sua graduação. Um exemplo disso se deu durante a resolução de uma tarefa pertencente ao tipo T_7*: construir o gráfico de uma função polinomial do primeiro grau*. Sérgio realiza várias explicações sobre o plano cartesiano, destacando o fato de as retas serem infinitas e a possibilidade de deslocamento da origem do plano. Considerando que discussões como essas acontecem, com maior frequência, em cursos de nível superior e de elas não estarem presentes nos textos normalmente destinados à educação básica, acreditamos que a prática desenvolvida pelo professor seja reflexo de sua formação inicial e que possivelmente, ele tenha se espelhado nas práticas desenvolvidas por seus professores universitários, uma vez que "professores universitários e professores de ensino regular não somente ensinam o conteúdo de seus cursos como também modelam as práticas e estratégias de ensino para os futuros professores em suas salas de aula" (GROSSMAN, WILSON e SHULMAN, 1989, p. 03).

A outra situação se deu na aula no laboratório de informática, o material utilizado pelo professor havia sido aplicado, por ele mesmo, no período em que cumpria o Estágio Supervisionado no último ano da graduação. Segundo ele

> (O) Material (era o) que eu já tinha trabalhado no estágio, uma base que eu tinha feito e aplicado, aplicado várias vezes e que funcionou lá (referindo-se a universidade) e eu tentei trabalhar com eles, não foi tudo, mas o necessário que eu acho que eles deveriam saber no nono ano, deu certo. (Sérgio em entrevista)

Nesse caso, Sérgio não só coloca em prática uma experiência ocorrida durante o estágio supervisionado na universidade, como faz uma adaptação do material à série em que estava trabalhando, pois o que ele possuía era destinado ao Ensino Médio. Além disso, ele confirma o contato que teve no período de formação inicial com o uso de softwares educacionais.

Esses dois episódios ilustram a influência da formação inicial na prática de Sérgio, como também a relação entre os conhecimentos vivenciados na graduação e os mobilizados em sala de aula.

Outra fonte de conhecimento utilizada pelo docente foi o livro didático. O preparo de suas aulas teve como referência principal este instrumento, servindo de apoio não só para a redação do texto didático e das atividades como também, em vários momentos, para a ordem de apresentação do conteúdo. Entretanto, sua leitura desse material foi crítica, em determinadas circunstâncias, e baseada em discussões realizadas na formação inicial. Ou seja, a licenciatura mostrou-se ser o eixo condutor da prática de Sérgio. Observamos também forte influência, não somente dos conhecimentos do conteúdo vistos na formação inicial, mas também dos conhecimentos pedagógicos uma vez que Sérgio teve a oportunidade de discutir a utilização do livro didático durante sua formação inicial.

Durante sua primeira aula, o professor opta por iniciar o trabalho com o conteúdo de funções por meio de um exemplo diferente do proposto pelo livro didático. Sua fala esclarece sua escolha:

> [...] tentei pegar alguma coisa prática, pra eles verem o que seria o exemplo de uma função, onde eles poderiam encontrar uma aplicação de uma função, não pegando um exemplo assim, já meio, um pouco mais sofisticado eu diria que envolvesse mais teoria, tinha que ter teoria de geometria tudo ali, então daí eu preferi pegar um exemplo mais fácil, mais compreensível para eles, para estar iniciando esse conteúdo. Pra não ficar uma coisa de outro mundo. (Sérgio em entrevista)

Além de demonstrar sua preocupação com a aprendizagem dos alunos, pois considerou nessa situação uma maneira mais simples de apresentar o conteúdo. Sérgio apresenta certo preparo para lidar com esse instrumento didático. Segundo ele, durante a formação inicial

> teve discussões e a gente fez trabalhos em grupo para estar avaliando determinado conteúdo, cada um escolhia um tema, por exemplo, funções e daí pegava uma coleção de livros e analisava como estava sendo trabalhado isso naquela coleção de livros. A gente via se não tinha erros de conceitos, se estava bem disposto, se tinha relações com outros conteúdos. (Sérgio em entrevista)

Vemos em sua fala que a licenciatura, por ele cursada, parece ter oferecido, efetivamente, um parâmetro para a realização de análises de livros didáticos. Conforme observado durante a leitura da ementa das disciplinas de Prática de Ensino de Matemática II e III, de seu Curso de formação inicial, as análises de livro didático foram realizadas de acordo com a ficha de avaliação proposta pelo Programa Nacional do Livro Didático.

Ao resolver uma atividade que envolvia o conceito de funções constantes Sérgio também procedeu de maneira diferenciada daquela proposta no livro, trabalhando de forma mais detalhada o gráfico de uma função constante. Vemos assim que os conhecimentos adquiridos pelo professor possibilitaram que ele realizasse a sua própria leitura do saber proposto pelo livro didático, realizando em alguns momentos adequações que julgou serem necessárias.

De forma geral, considerando a prática desenvolvida por Sérgio durante esse período em que foi trabalhada a introdução do conceito de função até função polinomial do primeiro grau, podemos dizer que houve um predomínio de aulas expositivas, caracterizando assim um estilo tradicional de ensinar. Além do trabalho realizado no laboratório de informática, com um software específico para o estudo de gráficos e com atividades que tinham como objetivo permitir que os alunos realizassem algumas “descobertas” sobre esse conteúdo, as outras aulas do professor se concentraram no uso do giz, lousa, papel e lápis. Como dito anteriormente, tal postura pode ser reflexo das práticas vivenciadas por Sérgio ao longo de sua formação acadêmica como também de sua trajetória escolar.

Durante a entrevista expomos para Sérgio nossa observação com relação às práticas por ele desenvolvida e se ele gostaria, e estaria, preparado para utilizar outros recursos didáticos em suas aulas, sua fala:

> Sim, vontade a gente teria, o que eu teria vontade de fazer são coisas mais práticas, só que isso gera muita burocracia, tirando aluno de sala de aula e levando para outros lugares. Eu gostaria também que tivesse alguma ligação entre alunos da universidade e alunos da escola, se tivesse algum trabalho voluntário, alguma coisa, para as pessoas estarem indo até a escola e incentivando mais as crianças a gostarem de Matemática, não só o professor ficar falando. A gente não usa muito vídeo por que os vídeos a gente não consegue encontrar muito na internet, mas a gente busca trabalhar, mas são bem poucas as oportunidades [...] já realizei alguns trabalhos com sólidos geométricos também [...] (eu) tive (preparo na formação inicial), mas a gente também vê muita coisa nos encontros que a gente tem nesses cursos para professores para a gente estar se aperfeiçoando [...] a formação inicial, vamos colocar assim, que ela é uma base bem estruturada e a gente depois com o passar do tempo tem que estar se renovando para estar utilizando essas novas ferramentas. (Sérgio em entrevista)

Vemos assim, que Sérgio atribui o não uso de outros recursos didáticos às dificuldades burocráticas, possivelmente, existentes na escola onde trabalha. Ele afirma que se sente preparado para lidar com materiais diferenciados e que recebeu uma formação para isso, tanto na graduação como nos cursos oferecidos pela Prefeitura Municipal de Campo Grande. Olhando as ementas das disciplinas cursadas por Sérgio, em especial, as Práticas de Ensino I e II, observamos a presença de discussões acerca do uso de materiais concretos, softwares, calculadoras, aplicativos, jogos, etc. Sua fala confirma que tal proposta tenha sido efetivamente realizada.

Um último aspecto observado e, que, apesar de não ser foco de nossa pesquisa, decidimos abordá-lo pelo fato de este possuir relevância para o campo de pesquisa em Educação Matemática é a confluência das abordagens teóricas adotadas nessa pesquisa.

A Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1998), no estudo da atividade matemática, pontua o fato de uma mesma organização matemática poder acarretar em diferentes organizações didáticas, pois as escolhas e procedimentos adotados para o desenvolvimento da atividade matemática é algo particular da instituição que a desenvolve. Fato esse observado, em determinadas ocasiões, na análise praxeológica do livro didático e da prática do professor. Sendo duas instituições distintas, apesar de Sérgio considerar a mesma organização matemática proposta pelo livro didático, em algumas situações, ele apresenta o conteúdo de forma diferenciada, tomando por base os conhecimentos que foram adquiridos em sua formação inicial.

Exatamente nesse ponto que consideramos a principal complementaridade das duas teorias. Se a proposta do professor difere da do livro devido aos seus conhecimentos, então para compreendermos esse processo é necessário que compreendamos tais conhecimentos: suas origens, características e fundamentos. Em uma análise prévia e ingênua desse processo poderíamos dizer, simplesmente, que esses conhecimentos são oriundos da formação adquirida pelo docente. Entretanto, a utilização de um referencial que discute os conhecimentos de um professor, em especial, no início da docência, que apresenta relações mais estreitas com a formação inicial, permite realizar uma discussão fundamentada e clara sobre a relação da prática com a formação.

Sendo assim, no momento dessa análise, a Base de Conhecimentos para o ensino (SHULMAN, 1986), associada a TAD, se mostrou uma fundamentação teórica necessária e suficiente para essa discussão. Em algumas situações percebemos claramente esse casamento teórico: quando Sérgio realiza adaptações nas atividades propostas pelo livro didático ou então quando ele apresenta novas propostas, essas atitudes podem ser entendidas como técnicas didáticas que estão, diretamente, relacionadas aos seus conhecimentos. Ou seja, o que nos faz compreender a organização didática posta por Sérgio, suas escolhas, seus procedimentos e suas atitudes, é a recorrência a Base de Conhecimentos para o ensino (SHULMAN, 1986). Vemos que, a opção de Sérgio leva em consideração as, possíveis, dificuldades dos alunos, o que revela sua preocupação com a aprendizagem dos mesmos. Tal fato é indicativo de seus conhecimentos pedagógicos como também de sua facilidade em lidar com o conteúdo trabalhado.

Enfim, a pesquisa realizada evidenciou a estreita relação existente entre os conhecimentos da formação inicial e os mobilizados na prática pedagógica, mostrando o papel fundamental da Licenciatura para o preparo do futuro professor. Mas mais do que isso, mostrou a importância dos diversos tipos de conhecimentos que devem estar presentes de forma consistente na formação inicial.

Como perspectivas de trabalho, acreditamos que novas pesquisas que discutam os conhecimentos de professores sejam necessárias ao campo da Educação Matemática, uma vez que o tema permite discutir questões relevantes como: a prática de sala de aula e a formação inicial oferecida pelas licenciaturas. Consideramos também que estudos realizados com um número maior de sujeitos e, sendo estes, oriundos de diferentes formações possa contribuir para um levantamento da atual formação oferecida pelos Cursos de formação de professores.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, A. J. **O ensino de álgebra no Brasil e na França:** estudo sobre o ensino de equações do 1º grau à luz da Teoria antropológica do didático. 2009. Tese (Doutorado) – UFPE, Recife.

ARTAUD, M. **Les nombres relatifs: étude de traces écrites de l'activité d'une classe de cinquième.** Actes de l'U.E. de la Rochelle : Analyses des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques, 1998. p. 183-198.

BARBOSA, J. L. M. **Geometria Euclidiana Plana**. Coleção do Professor de Matemática. Sociedade Brasileira de Educação Matemática – IMPA, Rio de Janeiro, 2001.

BICA, L. M. P. M. **Funções em livros didáticos:** relações entre aspectos textuais e visuais. 2009. Dissertação (Mestrado) – PUC, São Paulo.

BITTAR, M. O uso de softwares educacionais no contexto da aprendizagem virtual. In: CAPISANI, D. (org.). **Educação e arte no mundo digital**. Campo Grande: AEAD/UFMS, 2000. p. 77-101.

BITTAR, M. **A escolha do software educacional e a proposta didática do professor: estudo de alguns exemplos em matemática.** no prelo. 2009

BONJORNO, J. R.; BONJORNO, R. A.; OLIVARES, A. **Matemática: fazendo a diferença**. 1 ed. São Paulo: FTD, 2006. (Coleção fazendo a diferença). 8ª ser. (9ºano).

BOSCH M. et CHEVALLARD Y. Ostensifs et sensibilité eux ostensifs, **Recherches en didactique des mathématiques**, 19/1, 1999. p. 77-124.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Parecer CES n. 1.302, 06 de novembro de 2001.**Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura**. Diário oficial da União, Brasília, 05 de março de 2002. Seção 1, p.15.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática /Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC /SEF, 1998.148 p.

_____. Ministério da Educação e do Desporto/Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** ensino médio. Brasília: MEC/SEF, 2002.360p.

_____. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional n. 9394. Brasília, 1996.

_____. Ministério da Educação. **Guia de livros didáticos PNLD 2008:** Matemática / Ministério da Educação. Anos Finais do Ensino Fundamental. Brasília: MEC, 2007.152 p.

BROUSSEAU, G. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. In: **Recherches en Didactique des Mathématiques,** 7/2, pp. 33-115. 1986.

CURI, E. **Formação de Professores Polivalentes:** uma análise de conhecimentos para ensinar Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos. 2004. Tese (Doutorado) – PUC, São Paulo.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Tradução: Daisy Vaz de Moraes, Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

CHEVALLARD, Y. **Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathematiques: L'approche anthropologique**. Actes de l'U.E. de la Rochelle, 1998. p. 91-118.

______. **Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique**. Actes de ce congrès international sur la théorie anthropologique du didactique, Universidad de Jaén, 2007, p. 705-746.

DAMICO, A. **Uma investigação sobre a formação inicial de professores de Matemática para o ensino de números racionais para o Ensino Fundamental.** 2007. Tese (Doutorado) – PUC, São Paulo.

DUVAL, R. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. **Aprendizagem em Matemática**. Ed. Papirus, 2003, p.11 – 34.

ESTEVES, A. K. **O conhecimento dos Professores dos Anos Iniciais sobre Números Decimais e a Relação com sua Prática Pedagógica**. 2009. Dissertação (Mestrado) – UFMS, Campo Grande.

GROSSMAN, P. L.; WILSON, S. M.; & SHULMAN, L. (1989). **Teachers of substance:** Subject matter knowledge for teaching. In M. C. Reynolds (Ed.). Knowledge base for the beginning teacher (pp. 23-36). Oxford: Pergamon Press.

GUIDORIZZI H.L. **Um curso de cálculo.** vol 1.São Paulo: LTC. 2 ed.

GALVÃO, C. Investigar e Reflectir através da Narrativa. In **Didácticas/Metodologias da Educação. Actas do III Encontro Nacional.** 1997. (pp.103-116). Braga: Universidade do Minho.

GASCÓN, J. A necessidade de utilizar modelos em didática das matemáticas. **Revista Educação Matemática Pesquisa.** Vol 5, n. 2. 2003. ISSN 1516-5388

LIMA, L.; PONTES, M. G. O. A aprendizagem significativa do conceito de função na formação do professor de matemática, **32ª. Reunião Anual da ANPED**, 2009.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, E. D. A. **Pesquisa em Educação:** abordagens qualitativas.- São Paulo: EPU, 2004.

MA, L. **Knowing anda teaching elementary mathematics:** teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United State. New Jersey, Lawrence Erlbaum, 1999.

MIZUKAMI, M. N. **Aprendizagem da docência:** algumas contribuições de L.S. Shulman. Revista do Centro de Educação, v. 29, n. 2, 2004.

MOREIRA, P.C. e DAVID, M.M. M.S. O conhecimento matemático do professor: formação e prática docente na escola básica. **Revista Brasileira de Educação** [on line]. 2007, n.28, pp. 50-61. ISSN 1413-2478.

MOREIRA, P.C. e DAVID, M.M. M.S. **A formação matemática do professor:** licenciatura e prática docente escolar. Belo Horizonte: Autêntica, 2005

NOGUEIRA, R. C. S. **A Álgebra nos Livros Didáticos do Ensino Fundamental:** Uma Análise Praxeológica. 2008. Dissertação (Mestrado) – UFMS, Campo Grande.

OLIVEIRA, A.B. ; BITTAR, M. **Um estudo com professores de matemática a respeito de seus conhecimentos sobre o tema função**. Série-Estudos (UCDB), Campo Grande, v. 26, p. 65-78, 2008.

OLIVEIRA, A. B. **Uma análise dos conhecimentos de professores egressos de um Curso de Licenciatura em Matemática sobre o tema Função.** 2007. Monografia de Graduação – UFMS, Campo Grande.

OLIVEIRA, H., & PONTE, J. P. (1997). **Investigação sobre concepções, saberes e desenvolvimento profissional dos professores de Matemática**. Actas do SIEM VII (pp. 3-23), Lisboa: APM.

OLIVEIRA, N. **Conceito de Função:** Uma abordagem do processo ensino-aprendizagem. 1997. Dissertação (Mestrado) – PUC, São Paulo.

PELHO, E. B. B. **Introdução ao Conceito de Função:** A importância da compreensão das variáveis. 2003. Dissertação (Mestrado) – PUC, São Paulo.

PERRENOUD, P. Formar professores em contextos sociais em mudança. **Revista Brasileira de Educação**. Set./Out./Nov./Dez.,n. 12, p. 1-38, 2002

PONTE, J. P.; GALVÃO, C.; SANTOS, F. T.; OLIVEIRA, H. O início da carreira profissional de jovens professores de matemática e ciências. **Revista de Educação.** 2001, nº 10. vol.1., pp. 31-45.

ROCHA, L. P. **(Re) constituição dos saberes de professores de Matemática nos primeiros anos de docência**. 2005. Dissertação (Mestrado) – Unicamp**,** Campinas.

ROSSINI, R. **Saberes docentes sobre o tema função:** uma investigação das praxeologias. 2006. Tese (Doutorado) – PUC, São Paulo.

SHULMAN, L. **Those Who Understand:** Knowledge Growth in Teaching, Educational Researcher,1986.

SHULMAN, L. **Knowledge and teaching:** Foundations of the new reform. Harvard Educational Review. Tradução: Alberto Ide. nº 1, vol. 57, febr. 2001, p. 163-196.

TARDIF, M. Saberes Docentes e Formação Profissional. Petrópolis: Editora Vozes, 2002.

TARDIF, M**.** Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários: Elementos para uma epistemologia da prática profissional dos professores e suas conseqüências em relação à formação para o magistério. **Revista Brasileira de Educação**. Jan./Fev./Mar./Abr.,n. 13, p. 1-38, 2000.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL. Proposta curricular para o curso de Licenciatura Plena em Matemática. 2000.

VIANNA, H. M. **Pesquisa em Educação: a observação.** Brasília: Líber Livro Editora, 2007. (Série Pesquisa, v. 5) 108p.

VASCONCELLOS, M. **Formação docente e entrada na carreira: uma análise dos saberes mobilizados pelos professores que ensinam Matemática nos anos iniciais.** 2009. Tese (Doutorado) – UFMS, Campo Grande.

WILSON, S.; SHULMAN, L. S.; RICHERT, A. E. **150 ways of knowing:** Representations of knowledge in teaching. In: CALDERHEAD, J. (Ed.). Exploring teachers' thinking. Grã-Bretanha: Cassell Educational Limited, 1987, pp. 104-124

ZUFFI, E. M. **O Tema "Funções" e a Linguagem Matemática de Professores do Ensino Médio – por uma Aprendizagem de Significados**. 1999. Tese (Doutorado) – USP, São Paulo.

ZUFFI, E. M.; PACCA, J. L. A. O conceito de Função e sua linguagem para os professores de Matemática e de Ciências. **Revista Ciência e Educação**. v. 8, n. 1, p. 1-12, 2002.

ANEXOS

Ementas das disciplinas

Disciplina: Prática de Ensino de Matemática I

Carga Horária: 136 horas
Disciplina anual
1ª série

Ementa:
Ciclos I e II (1ª. a 4ª. séries)
Parâmetros Curriculares Nacionais
A matemática nos Ciclos I e II (números e operações: grandezas e medidas, geometria, tratamento da informação).
Material didático concreto (dobraduras, material dourado, sólidos geométricos, ...)
Uso de novas tecnologias nos dois primeiros ciclos (*calculadora, Word, Paint, Jogos, Logo,* ...)
Análise de livros didáticos.
Projetos de aprendizagem (uso da internet)
Aprendizagem cooperativa e colaborativa.
Ciclo III (5ª e 6ª. séries)
Parâmetros Curriculares Nacionais
A matemática no Ciclo II (conteúdos e preparação de aulas: contexto, interdisciplinar, resolução de problemas)
O uso de material didático concreto no terceiro ciclo (geoplano, dobraduras, ...)
Uso de novas tecnologias no terceiro ciclo (*calculadora, Word, Excel,*
Análise de livros didáticos destinados ao terceiro ciclo.

Objetivo geral:
Desenvolver um referencial teórico e metodológico para fundamentar as atividades pedagógicas referentes à Educação Matemática em nível dos ciclos iniciais do ensino fundamental.
Examinar algumas das concepções mais significativas quanto aos valores e objetivos da Educação Matemática em nível dos ciclos iniciais do ensino fundamental.

Objetivos específicos:
Estudar possibilidades de uso de novas tecnologias em particular da calculadora, e de *software* como *Logo, Poly, ...*) como ferramentas de apoio ao estudo de conteúdos dos ciclos iniciais do ensino fundamental;
Analisar, de forma crítica, atividades propostas para o desenvolvimento das noções elementares do ensino da matemática em nível dos ciclos iniciais do ensino fundamental.
Resolver problemas envolvendo sistemas de numeração; formas geométricas; grandezas e medidas.
Planejar atividades pedagógicas referentes aos conceitos de número, medidas e geometria, tratamento e apresentação de dados, inerentes a situações compatíveis com os ciclos iniciais do ensino fundamental.
Analisar, de forma crítica, livros didáticos e elaborar projetos de aprendizagem para os três primeiros ciclos do ensino fundamental.

Programa:
Ciclos I e II (1ª. a 4ª. séries)
Parâmetros curriculares nacionais. (16 horas)
Estudar propostas contidas nos PCN para os ciclos I e II concernentes a conteúdos e metodologias de Matemática para o Ensino Fundamental.
Valores e objetivos da educação matemática em nível dos ciclos iniciais do ensino fundamental.
Introdução ao estudo dos números e sistemas de numeração. O sistema de numeração decimal.
Uma abordagem inicial dos conceitos de grandezas e medidas - noções de geometria.
Aprendizagem de conceitos elementares da geometria plana e espacial.
Resolução de problemas envolvendo cálculos de distâncias, comprimentos, áreas e volumes.
Análise de atividades relativas à coleta e tratamento da informação.
Materiais concretos (dobraduras, tangram, sólidos geométricos,...). (14 horas)
A partir de materiais concretos como: palitos, tangram, ábaco, geoplano, ábaco, sólidos geométricos, abordar problemas matemáticos que sejam significativos para o aluno e que permitam explorar conteúdos e aprimorar o uso da linguagem matemática.
Reflexões sobre possibilidades e limites do uso de material concreto de manipulação.
Uso de novas tecnologias nos dois primeiros ciclos (*calculadora, Word, Paint, Jogos, Logo*, ...). (14 horas)
Uso da calculadora em sala de aula.
Possibilidades de inserção do computador no ensino e na aprendizagem.
Análise de atividades para os ciclos iniciais do ensino fundamental por meio do uso de software.
Análise de livros didáticos. (12 horas)
Análise de livros didáticos a partir do Guia do Livro Didático - Projeto Nacional do Livro Didático (PNLD) concernente à Matemática do Ensino Fundamental.
Projetos de Aprendizagem (uso da internet). (12 horas)
Análise de projetos coletivos disponíveis na internet. Pesquisas nos sites da tv cultura e nova escola.
Aprendizagem Cooperativa e colaborativa. (10 horas)
Análise de jogos e outros recursos didáticos destinados ao desenvolvimento da aprendizagem cooperativa nos ciclos iniciais.

Ciclo III (5ª e 6ª séries)
Parâmetros Curriculares Nacionais. (10 horas)
Análise e produção de atividades matemáticas para as 5ª e 6ª, baseadas nos PCN. O planejamento didático na educação matemática.
A Matemática do ciclo III (conteúdo e preparação de aulas: contextualização, interdisciplinaridade, resolução de problemas). (26 horas)
Elaboração e aplicação de pequenos projetos de aprendizagem para os professores desenvolverem e relatarem os resultados obtidos.
Explorar situações-problema envolvendo contagens, medidas e tratamento de dados que possibilitem o estudo de conceitos matemáticos e de práticas pedagógicas, pertinentes aos ciclos iniciais do Ensino Fundamental.
Análise de livros didáticos destinados ao terceiro ciclos. (10 horas)
Análise de livros didáticos a partir do Guia do Livro Didático - Projeto Nacional do Livro Didático (PNLD) concernente ao ciclo III de Matemática do Ensino Fundamental.

Uso de novas tecnologias no III ciclo (*calculadora, Word, Paint, Jogos, Logo*, ...). (12 horas)
Uso da calculadora em sala de aula.
Possibilidades de inserção do computador no ensino e na aprendizagem.
Análise de atividades para os ciclos iniciais do ensino fundamental por meio do uso de software.

Bibliografia Básica

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais, Matemática (1º. e 2º. ciclos do Ensino Fundamental)** - Brasília, MEC/SEF, 1997.
BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais, Matemática (3º. e 4º. ciclos do Ensino Fundamental)** - Brasília, MEC/SEF, 1998.
BIGODE, A. J. L. **Matemática Hoje é Feita Assim. 5ª e 6ª. séries**. Editora FTD – São Paulo, 2000.
BITTAR, M. & FREITAS J.L.M. **Fundamentos e metodologia de matemática para os ciclos iniciais**, publicação da EAD-UFMS, Campo Grande-MS, a aparecer.
Educação Matemática em Revista, publicação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.
SOARES, E. S., **Matemática com Sarquis**, 1ª a 4ª série, Editora Formato, Belo Horizonte, 1998.

Bibliografia Complementar:

BITTAR, Marilena. **O uso de software educacionais no contexto da aprendizagem virtual**. In : Educação e Arte no Mundo Digital, pp. 73 à 96. Editora UFMS, Campo Grande: MS, 2000a.
CANDIDO, Suzana Laino. **Formas num mundo de formas**. São Paulo, Editora Moderna, 2000.
CARRAHER, Terezinha Nunes. **Aprender Pensando**. São Paulo, Vozes, 1994.*
DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 3.ed., São Paulo: Ática, 1991.
FIORENTINI, Dario e MIORIM, Maria Ângela (organizadores). **Por trás da porta, que matemática acontece?** Editora Graf. FE/Unicamp-CEMPEM, Campinas, SP:2001
KISHIMOTO, Tizuko M. **Jogos, brinquedos, brincadeiras e a educação.** 2ª. ed. São Paulo: Cortez, 1998.
Livros didáticos de matemática para o ensino fundamental.
Revista do Professor de Matemática. Publicação da Sociedade Brasileira de Matemática.
Provas dos últimos anos do Exame Nacional de Cursos – Provão.
Provas dos últimos anos do Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM.
SÃO PAULO (Estado). Secretaria de Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Atividades Matemáticas**. Ciclo Básico (4 vols.) 4ª. ed. São Paulo: SE/CENP, 1991.
SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO. Subsídios de Matemática - Série Fundamentos Político-Pedagógicos, 1ª. Edição, Campo Grande-MS, 2000.
STEWART, I. – **Jogos, Conjuntos e Matemática**. Coleção O Prazer da Matemática – Editora Gradiva, Lisboa, Portugal, 1994. *

Disciplina: Prática de Ensino de Matemática II

Carga Horária: 68 horas
Disciplina semestral – 1º semestre
2ª série

Ementa:
Ciclo IV (7ª e 8ª séries)
Parâmetros Curriculares Nacionais
A matemática no quarto ciclo (conteúdo e preparação de aulas e avaliações).
Uso de novas tecnologias no quarto ciclo (*Excel, Cabri-Géomètre, Logo,* ...)
Análise de software.
Análise de livros didáticos.
Projetos de aprendizagem nos ciclos III e IV do Ensino Fundamental.

Objetivo geral:
Desenvolver um referencial teórico e metodológico para fundamentar as atividades pedagógicas referentes à Educação Matemática em nível quarto ciclo do ensino fundamental.
Examinar algumas das concepções mais significativas quanto aos valores e objetivos da Educação Matemática em nível do quarto ciclo do ensino fundamental.

Objetivos específicos:
Estudar possibilidades de uso de novas tecnologias em particular da calculadora, aplicativos como Word e Excell e de *software* como *Cabri Géomètre, Logo,...* como ferramentas de apoio ao estudo de conteúdos do quarto ciclo do ensino fundamental;
Analisar, de forma crítica, atividades propostas para o desenvolvimento de conteúdos e metodologias de matemática em nível quarto ciclo do ensino fundamental.
Resolver problemas na passagem da aritmética para a álgebra, fazendo uso da linguagem simbólica da Matemática.
Planejar atividades pedagógicas referentes aos conteúdos de equações, geometria, tratamento e apresentação de dados, por meio de situações compatíveis com o quarto ciclo do ensino fundamental.
Analisar, de forma crítica, livros didáticos e elaborar projetos de aprendizagem para os três primeiros ciclos do ensino fundamental.

Programa:
Ciclo IV (7ª e 8ª. séries)
Parâmetros curriculares nacionais. (18 horas)
- Estudar propostas contidas nos PCN para o ciclo IV concernente a conteúdos e metodologias de Matemática para o Ensino Fundamental.
- Valores e objetivos da educação matemática em nível do quarto ciclo do ensino fundamental.
- Introdução ao estudo dos conceitos algébricos (letras, expressões, relações, cálculos algébricos com objetos abstratos).

Fazer um estudo inicial de conceitos, definições e propriedades gerais figuras geométricas, tais como congruência, semelhança, ângulos, paralelismo, classificação de quadriláteros e outras propriedades.
Introdução à geometria dedutiva por meio de formulação de propriedades e produção de diversos tipos e níveis provas de teoremas fundamentais (soma dos ângulos internos de um polígono, ângulos interno e central de uma circunferência, Tales, Pitágoras e outros).
Resolução de problemas sobre conteúdos do quarto ciclo do ensino fundamental.
Análise de atividades relativas à coleta e tratamento da informação.
Uso de novas tecnologias no quarto ciclo (*Excel, Cabri-Géomètre, ...)* (12 horas)
- Possibilidades de inserção do computador no ensino e na aprendizagem.
- Análise de atividades para o quarto ciclo do ensino fundamental por meio do uso de software.

Análise de livros didáticos. (12 horas)
- Análise de livros didáticos a partir do Guia do Livro Didático - Projeto Nacional do Livro Didático (PNLD) concernente à Matemática do Ensino Fundamental.

Projetos de Aprendizagem nos ciclos III e IV do Ensino Fundamental (26 horas)
- Análise de projetos de aprendizagem em livros, revistas e na internet.

Bibliografia Básica

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais, Matemática (3º. e 4º. ciclos do Ensino Fundamental)** - Brasília, MEC/SEF, 1998.
BIGODE, A. J. L. **Matemática Hoje é Feita Assim. 7ª e 8ª. séries**. Editora FTD – São Paulo, 2000.
BITTAR, M. & FREITAS J.L.M. **Fundamentos e metodologia de matemática para os ciclos iniciais**, publicação da EAD- Editora UFMS, Campo Grande-MS, a aparecer.
Educação Matemática em Revista, publicação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

Bibliografia Complementar:
BONGIOVANI, V.,CAMPOS, T. e ALMOULOUD, S. **Descobrindo o Cabri-Géomètre**. São Paulo, FTD, 1997.
CANDIDO, Suzana Laino. **Formas num mundo de formas**. São Paulo, Editora Moderna, 2000.
COXFORD, Arthur F. e SHULTE Alberto P. (org.). **As idéias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1994.
DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 3.ed., São Paulo: Ática, 1991.
LINDQUIST, M.M.; SHULTE, A. (org.). **Aprendendo e Ensinando Geometria**. São Paulo, Atual, 1994.
Livros didáticos de Matemática para os ciclos finais do ensino fundamental.
Revista do Professor de Matemática. Publicação da Sociedade Brasileira de Matemática.
Provas dos últimos anos do Exame Nacional de Cursos – Provão.
Provas dos últimos anos do Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM.
SÃO PAULO (Estado). Secretaria de Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Proposta curricular para o ensino de matemática: 1º grau**. 4ª. ed. São Paulo: SE/CENP, 1992.

SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO. Subsídios de Matemática - Série Fundamentos Político-Pedagógicos, 1ª. Edição, Campo Grande-MS, 2000.
STEWART, I. – **Jogos, Conjuntos e Matemática**. Coleção O Prazer da Matemática – Editora Gradiva, Lisboa, Portugal, 1994. *

Disciplina: Prática de Ensino de Matemática III

Carga Horária: 68 horas
Disciplina anual– 3ª série

Ementa:
Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
Exame Nacional do Ensino Médio
A matemática no Ensino Médio (conteúdo: preparação de aulas, materiais didáticos e avaliações).
Uso de novas tecnologias no ensino médio (Graphequation, Graphmatica, Cabri-Géomètre, Logo, ...)
Análise de livros didáticos.
Elaboração de projetos (projetos de pesquisa do MS).

Objetivo geral:
Desenvolver um referencial teórico e metodológico para fundamentar as atividades pedagógicas referentes à Educação Matemática em nível ensino médio.
Examinar algumas das concepções mais significativas quanto aos valores e objetivos da Educação Matemática em nível de ensino médio.
Integrar teoria e prática em situações reais ou o mais próximo possível do real, possibilitando a aplicação dos conhecimentos adquiridos ao longo do curso.
Adequar a formação do aluno para um domínio do conteúdo de Matemática presente no Ensino Médio.

Objetivos específicos:

Analisar, de forma crítica, atividades propostas para o desenvolvimento de conteúdos e metodologias de matemática em nível do ensino médio.
Oportunizar a demonstração de atitudes críticas no domínio do conteúdo matemático e na metodologia de ensino.
Resolver problemas concernentes a conteúdos matemáticos do ensino médio.
Estudar possibilidades de uso de novas tecnologias em particular dos *software* Graphequation, Graphmatica, *Cabri Géomètre, Logo,...* como ferramentas de apoio ao estudo de conteúdos do ensino médio;
Analisar, de forma crítica, livros didáticos e elaborar projetos para o ensino médio.
Integrar teoria e prática em situações reais ou o mais próximo possível do real, possibilitando a aplicação dos conhecimentos adquiridos ao longo do curso.
Propiciar ao aluno uma avaliação do trabalho acadêmico desenvolvido no transcorrer do curso.
Adequar a formação do aluno para um domínio do conteúdo de Matemática presente no Ensino Médio e Fundamental.
Oportunizar a demonstração de atitudes críticas no domínio do conteúdo matemático e na metodologia de ensino. Desenvolver atitudes e habilidades didático-pedagógicas concernentes ao tratamento de conteúdos de matemática do ensino médio.

Programa:

Estudar propostas contidas nas diretrizes curriculares concernentes a conteúdos e metodologias de Matemática para o Ensino Médio. (10 horas)
Valores e objetivos da educação matemática em nível do ensino médio.
Introdução ao estudo de funções (construções e conversões de tabelas, leis de formação e gráficos). (8 horas)
Aprofundar o estudo de conceitos, definições, propriedades gerais de figuras geométricas uni, bi e tridimensionais, incluindo perímetros, áreas e volumes. (8 horas)
Retomada do estudo da geometria dedutiva, por meio de formulação de propriedades e produção de diversos tipos e níveis provas, de teoremas fundamentais. (8 horas)
Aprofundamento do estudo sobre coleta e tratamento de dados (Introdução à probabilidade e estatística). (6 horas)
Resolução de problemas sobre conteúdos do ensino médio. (10 horas)
Elaboração de home page. Estudo de software educacionais. Elaboração de atividades com recursos computacionais. Pesquisar, em sites da internet, atividades, projetos, pesquisas, software, ... relativos ao ensino de Matemática. (12 horas)

Bibliografia Básica

BRASIL, Secretaria de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais, Matemática (Ensino Médio)** - Brasília, MEC/SEF, 2000.
Livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio.
Educação Matemática em Revista, publicação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.
Revista do Professor de Matemática, publicaçõ da Sociedade Brasileira de Matemática.

Bibliografia Complementar:
BONGIOVANI, V.,CAMPOS, T. e ALMOULOUD, S. **Descobrindo o Cabri-Géomètre**. São Paulo, FTD, 1997.
COXFORD, Arthur F. e SHULTE Alberto P. (org.). **As idéias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1994.
DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 3.ed., São Paulo: Ática, 1991.
LINDQUIST, M.M.; SHULTE, A. (org.). **Aprendendo e Ensinando Geometria**. São Paulo, Atual, 1994.
Provas dos últimos anos do Exame Nacional de Cursos – Provão.
Provas dos últimos anos do Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM.

Disciplina: Prática de Ensino de Matemática IV

Carga Horária: 68 horas
Disciplina anual – 4ª série

Ementa:
Tendências em Educação Matemática.
Teoria das Situações Didáticas.
Análise a Priori.
Transposição didática.
Contrato Didático.
Teoria dos Campos Conceituais.
Dialética instrumento/objeto.
Avaliação Escolar: formas e instrumentos.

Objetivo geral:
Analisar algumas tendências contemporâneas em Educação Matemática
Desenvolver um referencial teórico e metodológico para fundamentar as atividades pedagógicas referentes à Educação Matemática.
Estudar teorias e práticas pedagógicas inovadoras para o Ensino Fundamental e Médio, no que se refere ao Ensino de Matemática.
Destacar a importância da sintonia entre conteúdo/metodologia, para o Ensino de Matemática na Educação Básica.

Objetivos específicos:
Proporcionar conhecimentos diversificados para se trabalhar conteúdos matemáticos na Educação Básica.
Analisar, de forma crítica, formas e instrumentos de avaliação escolar.

Programa:
Tendências em Educação Matemática. (16 horas)
Surgimento e Evolução da área de Educação Matemática.
Prolififeração de grupos de pesquisa e de sub-áreas.
Teoria das Situações Didáticas. (16 horas)
O modelo teórico de Guy Brousseau.
Exemplos de situações adidáticas de ação, de formulação e de validação.
Institucionalização de conhecimentos matemáticos.
Análise a Priori. (16 horas)
Planejamento e elaboração de seqüências didáticas.
Identificação de variáveis didáticas e de escolhas.
Previsões de comportamentos possíveis.
Transposição didática. (16 horas)
Saber científico e saber escolar
Trajetórias e transformações do saber científico.

Contrato Didático. (16 horas)

Conceito de contrato didático.
Rupturas do contrato didático.

Teoria dos Campos Conceituais. (16 horas)
Conceitos e definições.
Invariantes operatórios.
Exemplos de campos conceituais.

Dialética instrumento/objeto. (16 horas)
O duplo estatuto do saber matemático.
O funcionamento da dialética instrumento/objeto.

Avaliação Escolar: formas e instrumentos. (24 horas)
Objetivos da avaliação escolar.
Formas e instrumentos de avaliação.

Bibliografia Básica

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais, Matemática (3º. e 4º. ciclos do Ensino Fundamental) -** Brasília, MEC/SEF, 1998.
CHEVALLARD, Yves et al. **Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.*
MACHADO, S. (org.). **Educação matemática: uma introdução**. São Paulo: Ed. PUC-SP, 1999.
PARRA, C. e Zaiz, I. (org.). **Didática da Matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

Bibliografia Complementar:
ASTOLFI, J. P. & Develay M. **A Didática das Ciências**. Campinas-SP: Papirus, 1991.
Educação Matemática em Revista, publicação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.
PAIS, L. C. Didática da Matemática: Uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
Provas dos últimos anos do Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM.

Disciplina: Psicologia do desenvolvimento e da aprendizagem

Carga Horária: 68 horas
Disciplina semestral – 2º semestre
2ª série

Ementa:
Fundamentos Epistemológicos e Históricos da Psicologia. Interpretações do homem e suas relações com a sociedade, presentes na Psicologia: Positivista; Idealista e Didalética.
Os processos de Desenvolvimento e Aprendizagem conforme as teorias: Behaviorista; Piagetiana; Sócio-Histórica e Psicanalítica.

Objetivo geral:
Proporcionar elementos teóricos que permitam o entendimento de diferentes abordagens dos processos psicológicos e as suas relações histórico-sociais.
Abordar o desenvolvimento histórico da constituição da psicologia como ciência.
Analisar a constituição do pensamento conceitual e a aprendizagem da ciência.

Objetivos específicos:
Proporcionar elementos teóricos que permitam suas explicações e aplicação ao contexto de ensino e aprendizagem.
Promover o entendimento da diferenciação entre os processos de desenvolvimento e aprendizagem e as implicações das instituições sociais: educação familiar e escolar.

Programa:
Fundamentação Epistemológica e Histórica da Psicologia.
Desenvolvimento Filogenético.
Desenvolvimento Ontogenético.
Desenvolvimento Físico.
A Constituição dos Processos Psicológicos – o Emocional e o cognitivo – Skinner.
Sociedade, Indivíduo e a Educação em Skinner.
Ensino e a aprendizagem no Behaviorismo.

A Psicanálise de Freud
Processo de Desenvolvimento na Psicanálise.
Ensino e a Aprendizagem para a Psicanálise.

Comparação entre as teorias Behavioristas e a Pscianalítica.
Pressupostos Filosóficos e Sociológicos.
Processos Emocionais.
Processos Cognitivos.
Sociedade, Indivíduo e a Educação.
O ensino e a Aprendizagem.

Fundamentos da Epistemologia Genética de Piaget
Processo de Desenvolvimento Emocional e Cognitivo na Psicogenética de Piaget.

Sociedade, Indivíduo e a Educação na Psicogenética de Piaget.
Ensino e a Aprendizagem na Psicogenética de Piaget.

Fundamentos da Teoria Sócio-Histórica.
Processo de Desenvolvimento Emocional e Cognitivo na Teoria Sócio-Histórica.
Sociedade, Indivíduo e a Educação na Teoria Sócio-Histórica.
Ensino e Aprendizagem na Teoria Sócio-Histórica.

Seminário – Comparação entre as Teorias Piagetiana e Sócio-Histórica.
Pressupostos Filosóficos e Sociológicos.
Processos Emocionais.
Processos Cognitivos.
Sociedade, Indivíduo e a Educação.
O Ensino e a Aprendizagem.

Bibliografia Básica

BEE, Helen. **A Criança em Desenvolvimento**. 7ª Ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.
BOCK, Ana Mercês Bahia et ali. (orgs.). **Psicologia Sócio-Histórica: uma perspectiva crítica em Psicologia.** São Paulo: Cortez, 2001.
LURIA, A. R. **Curso de Psicologia Geral**. 2ª Ed. Rio de Janeiro: Editora Civilização Brasileira Ltda. Vol. I, II, III e IV.
LURIA, A. R., LEONTIEV, A. N., VIGOTSKY, L.S. E OUTROS. **Psicologia e Pedagogia I e II – bases psicológicas da aprendizagem e do desenvolvimento**. 2ª Ed. Lisboa: Editorial Estampa, 1991.
PIAGET, J. **Seis Estudos de Psicologia**. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1982.

Bibliografia Complementar:
FREITAS, M. T. de A. Vygotsky e Bakhtin. **Psicologia e Educação: um intertexto**. 3ª Ed. São Paulo: Editora Ática, EDUFJF, 1996.
MUSSEN, Paul H. **O Desenvolvimento Psicológico da Criança**. 11ª Ed. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1983.
VIGOTSKY, L. S. obras Escogidas, Tomo I. Madrid: Centro de Publicaciones del MEC y Visor Distribuciones S. A., 1991.
VIGOTSKY, L.S., LURIA, A. R. e LEONTIEV, A. N. Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem. São Paulo: Ícone: Editora da Universidade de São Paulo, 1988.

Disciplina: Estrutura e Funcionamento do Ensino Fundamental e Médio

Carga Horária: 68 horas
Disciplina semestral – 2º semestre
1ª série

Ementa:
Estudo do Ensino Fundamental e Médio nos aspectos administrativos, legais e pedagógicos.

Objetivo geral:
Propiciar uma análise histórica da Educação Brasileira;
Contribuir com subsídios teóricos para a compreensão e análise da estrutura e do sistema brasileiro;
Examinar o pensar brasileiro no contexto das políticas públicas.

Objetivos específicos:
Analisar a questão da educação básica no contexto da Lei 9394 de 20/12/06;
Analisar diretrizes e parâmetros curriculares do MEC para os cursos de Licenciatura e para a educação básica.
Analisar documentos e diretrizes referentes ao Estado de Mato Grosso do Sul.

Programa:
A Educação Básica no Brasil
Educação Básica na Colônia, Império, Primeira República e após 1930.
Educação básica nas constituições do Império e República – 1824 a 1988;
A Estrutura e funcionamento do ensino fundamental e sua evolução nas leis 4024/61, 5692/71 e 7044/82;

Sistema escolar brasileiro
Sistema Escolar;
Estrutura do Sistema Escolar;
Estrutura Administrativa da Educação Básica.

Legislação básica:
Constituição Brasileira/88
Constituição Estadual-MS;
Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional: Lei 9394/96;
Resoluções e Deliberações de MS.
O Ensino Médio e a Educação Profissional
Recursos Financeiros e a Educação
Profissão Professor

Bibliografia Básica

BREZINSKI, Iria. (org.). **LDB Interpretada: diversos olhares se entrecruzam**. São Paulo: Cortez, 1997.

Documentos Oficiais: Leis, Decreto-Lei, Resoluções e Pareceres.
MENESES, João Gualberto de Carvalho (et al). **Estrutura e Funcionamento da Educação Básica**. São Paulo: Editora Pioneira, 1998.
SOUZA, Paulo Nathanael Pereira de e SILVA, Eurípedes da. **Como entender e aplicar a nova LDB: Lei 9394/96**. São Paulo: Pioneira, 1997.

Bibliografia Complementar:

NISKIER, Arnaldo. **LDB - a nova lei da educação: tudo sobre a lei de diretrizes e bases da educação nacional: uma visão crítica**. Rio de Janeiro: Edições Consultor, 1997.
SAVIANI, Demerval. **A nova lei da educação: trajetória, limites e perspectivas**. Campinas/SP: Autores Associados, 1997.
_________. **Estrutura e Sistema**. São Paulo: Editora Saraiva, 1972.
_________. **Política e Educação no Brasil**. São Paulo: Cortez, 1982.

Disciplina: Fundamentos de Didática

Carga Horária: 68 horas
Disciplina semestral – 1º semestre
2ª série

Ementa:
Relação educação e sociedade no contexto da realidade brasileira. O papel da didática na formação do educador. Didática da e na Escola Concreta. O processo de planejamento de Ensino.

Objetivo geral:
Analisar a realidade da educação brasileira estabelecendo criticamente a relação entre a sociedade e a escola;
Refletir sobre o papel do conhecimento educacional na formação do professor e em particular do conhecimento didático;
Estudar os vínculos estruturais que se estabelecem entre os elementos fundamentais do processo didático, descrevendo suas relações com uma concepção educacional.

Objetivos específicos:
Analisar aspectos específicos da determinação do conhecimento científico no processo didático;
Elaborar planos de ensino procurando manter coerência com os pressupostos educacionais adotados.

Programa:
Relação educação e sociedade no contexto da realidade brasileira.
A relação Escola, sociedade e Estado;
Educação Escolar e Classes populares;
Função Social da Escola;
Perspectivas atuais da educação.

O papel da didática na formação do educador.
A formação do professor de Ciências e Matemática.
Relação entre a teoria e prática na formação do professor;
O aspecto profissional da atividade docente;
Prática do educador: compromisso, competência e prazer.

Didática da e na Escola Concreta.
Objeto de Estudo de Didática
Didática em uma retrospectiva histórica.
Tendências Pedagógicas.
Construção da Didática em uma Perspectiva histórico - crítica.
Metodologia de Ensino e Metodologia Científica.

O processo de planejamento de Ensino.
A função do Planejamento de Ensino.
Elementos constitutivos do planejamento de ensino.

Valores e objetivos Educacionais.
A avaliação no processo didático.

Estruturação de Planos de Ensino.
Elaboração prática de planos de aulas e de unidades.

Bibliografia Básica

ASTOLFI, J.P. **A didática das Ciências**. Campinas: Papirus. 1990.
LIBÂNEO, J.C. **Didática**. São Paulo: Cortez, 1994.
MELLO, G. **Magistério de Primeiro Grau**. São Paulo: Cortez, 1992.
PAIS, L.C. **Didática da Matemática: uma análise da Influência Francesa**. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2001.
MACHADO, S.D.(org.) et al. **Educação Matemática: uma introdução**. 2ª Edição. São Paulo: EDUC, 2002.

Bibliografia Complementar:

CARVALHO, A. M. **Formação de Professores de Ciências.** São Paulo: Cortez, 1995.
CANDAU, V. **Rumo a uma nova didática**. Petrópolis-RJ: Vozes,.1993.
CECCON C. **A vida na Escola e a Escola da Vida**. Petrópolis: Vozes, 1990.
FERREIRA, F. **Planejamento Sim ou Não**. Porto Alegre: Paz e Terra, 1988.
LUCKESI, C. **Avaliação da Aprendizagem Escolar**. São Paulo: Cortez, 1995.
RODRIGO, M. J. et all. **Conhecimento Cotidiano, Escolar e Científico**. São Paulo: Ática, 1998

Roteiros de Entrevistas

Roteiro de entrevista I

1) Você se lembra como foi trabalhado o conteúdo de funções na faculdade? Havia alguma relação com o que você está trabalhando agora em sala de aula ou era um nível mais avançado?
2) Em sua opinião, qual a importância do estudo de Funções na Educação Básica?
c) O que você considera fundamental que um professor saiba sobre o conteúdo de funções?
3) E com relação ao aluno, o que você acha essencial que ele saiba sobre funções?
4) Você sentiu alguma insegurança quando estava trabalhando com esse conteúdo? Por exemplo, saber o conteúdo, mas ficar em dúvida em como ensiná-lo? Ou então dúvida com relação ao próprio conteúdo?
5) Quais foram às estratégias que você utilizou para resolver este problema?
6) Eu percebi que durante as aulas, você sempre enfatizou que os alunos deveriam saber bem a definição, porque essa ênfase?
7) Na primeira aula, antes de iniciar o conteúdo, você relembrou com os alunos alguns conteúdos que já havia sido estudados e que seriam usados nesse momento. Qual a importância que você remete a essa retomada de conteúdos?
8) Eu percebi também que você iniciou o conteúdo com um exemplo diferente do proposto pelo livro didático, porque?
9) Com relação ao livro didático que você utiliza em sala de aula, de quem foi a escolha?
- caso tenha sido a escola:
10) o que você acha dele? Você faz uso de algum outro material? Por quê?
- caso tenha sido ele:
11) Por que você escolheu esse livro? Foi feita uma pesquisa antes da escolha?
12) Você utiliza outros livros em alguns momentos? Por quê?
13) O uso de listas de exercícios é comum em suas aulas? Na lista entregue na primeira aula, você retirou alguns exercícios do livro para montá-la, que critério usou para escolher as atividades?
14) Em um dos exercícios, você mudou os valores propostos pelo livro, algum motivo especial?
15) Por que você considerou necessário o uso do laboratório de informática para o estudo de funções com seus alunos?
16) Como você preparou essas aulas? Por que você utilizou o software Graphmática? 17) Você faria uso de algum outro software nesse caso? Qual?
18) Você já fez uso de algum outro recurso didático, além do software para o estudo de funções? Quais? Como você tomou conhecimento desses materiais?
19) Eu percebi que você sempre questiona os alunos pra saber se eles realmente estão entendendo a explicação. Quando um aluno apresenta uma dúvida, qual a primeira idéia que você tem para sanar a dúvida dele? E se não for suficiente, o que você faz?
20) Você se lembra das disciplinas pedagógicas que você viu na faculdade?
21) Você se identificava com alguma delas? Qual? Por quê?
22) Você se lembra das discussões que havia nessas aulas? Havia discussões sobre metodologias de ensino, o uso de materiais didáticos ou o planejamento de aulas?
23) Quais eram os enfoques dessas disciplinas?
24) Você considerava essas aulas importantes? Por quê? E atualmente a sua opinião ainda é a mesma?
25) Agora que você já está atuando como professor (a), você acha que essas aulas contribuíram para a sua formação? Em que sentido?
26) Quando você planeja suas aulas de funções, quais são as suas preocupações?

27) Você teve muitas dúvidas com relação ao planejamento de aulas nesse ano?
Como você soluciona essas dúvidas?
28) E essas várias formas de explicar, onde você aprendeu? (faculdade ou na prática do dia-a-dia?).
29) Como você preparou suas avaliações sobre funções? Além da prova escrita, você realiza algum outro tipo de avaliação? Porque?
30) Você estabelece alguma relação entre o resultado das avaliações e a sua prática pedagógica?
31) Você se lembra do que foi discutido na faculdade sobre os PCNs, a LDB ou o PNLD?
Essas leituras contribuíram para a sua prática atual?
32) Você considera importante a leitura destes textos? Por quê?
33) Você já realizou, ou sentiu vontade/necessidade de realizar a leitura dos PCNs, mais especificamente sobre o tratamento desse conteúdo no ensino fundamental?
34) Desde que você terminou a faculdade, você participou de algum curso, palestra, oficina ou leu algo relacionado à Matemática? Havia alguma relação com o ensino de função?
35) Você costuma trabalhar a interdisciplinaridade em sala de aula, fazendo ligações entre a sua disciplina e a de outros professores? De que forma?
36) E com relação ao conteúdo que será visto nos próximos anos, você costuma fazer alguns comentários com os alunos? Por quê?

Reflexão
Considerando que você já esta atuando em sala de aula, com relação ao conteúdo de funções, você acredita que seu curso de graduação tenha oferecido a você uma base suficiente de conhecimentos sobre o conteúdo em si, a forma de trabalhar com ele e os recursos que podem ser utilizados nessas aulas? Você sugeriria a inclusão de algo relacionado a funções?

Roteiro de entrevista II

1) Você acredita que seu curso de graduação exerce uma influência sobre a sua prática pedagógica? Essa influência é mais voltada para a parte pedagógica ou para os conhecimentos específicos da matemática?

2) Você conseguiria me dizer o que você aprendeu na graduação sobre o conteúdo de Funções? Disso que você aprendeu o que realmente serve para suas aulas, ou então o que realmente você mobiliza durante suas aulas? Você poderia me dar um exemplo dessa influência?

3) Você poderia me falar um pouco sobre a formação que você teve quanto ao uso de tecnologias, como software, material concreto.

4) Havia discussões sobre o uso de software? Vocês utilizavam essa tecnologia nas aulas na graduação? Como se dava esse uso, como ferramenta ou como objeto de estudo?

5) Com relação ao livro didático, havia discussões sobre o uso do mesmo na graduação? Como você utiliza esse material? O que te faz buscar novos exemplos ou até mesmo alterar o enunciado de algumas atividades?

6) Você se considera apto ou seguro a escolher um livro didático a ser utilizado em suas aulas? Por quê?

7) Para escolha desse material, quais os critérios utilizados por você?

8) Quanto às disciplinas de Prática de Ensino, desenvolvidas ao longo do curso de licenciatura, qual a importância das mesmas em sua opinião?
Você acredita que deveria haver uma mudança nos conteúdos e temas abordados nessas disciplinas? Em todas elas? Qual mudança você sugere?

9) Você considera que sua formação matemática tenha deixado algo a desejar? em que sentido? qual conteúdo?