IRIO VALDIR KICHOW

PROCEDIMENTOS DIDÁTICOS RELATIVOS AO ENSINO DE NÚMEROS RACIONAIS EM NÍVEL DE SEXTO E SÉTIMO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL

CENTRO DE CIENCIAS EXATAS E TECNOLOGIA

Campo Grande/MS

2009

IRIO VALDIR KICHOW

PROCEDIMENTOS DIDÁTICOS RELATIVOS AO ENSINO DE NÚMEROS RACIONAIS EM NÍVEL DE SEXTO E SÉTIMO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação Matemática à Comissão Julgadora da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul sob a orientação do Professor Dr. Luiz Carlos Pais.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL

CENTRO DE CIENCIAS EXATAS E TECNOLOGIA

Campo Grande/MS

2009

COMISSÃO JULGADORA:

Prof. Dr. Luiz Carlos Pais

Prof. Dr. Rui Marcos de Oliveira Barros

Prof. Dr. José Luiz Magalhães de Freitas

Profª. Drª. Marilena Bittar

Dedico este trabalho:

À minha esposa Ilsyane, meus filhos João Alfredo e Maeme pela alegria de vida que me proporcionam.

À memória de minha mãe Luiza Kichow que com carinho e dedicação me incentivou a construir meu caminho como educador.

À memória de meus amigos Renato Gomes Nogueira, Chateaubriand Nunes Amâncio e Ivonélia C. da Purificação pelas contribuições dadas ao longo dos anos em que a vida nos proporcionou um convívio comunitário.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Luiz Carlos Pais, pela dedicação, incentivo, parceria e amizade que foram preciosos na construção deste trabalho.

Aos meus filhos João Alfredo e Maeme pela paciência e compreensão nos momentos em que estive ausente.

A minha esposa, companheira que me motivou, contribuiu com suas leituras e sugestões e foi compreensiva quando eventualmente estive ausente de seu convívio.

Aos amigos do Mestrado em Educação Matemática da UFMS, Anderson, Ademir, Anelisa, Franklin, Juliana, Lia, Susilene, Valéria e Vera, da turma de 2007, pelo companheirismo e convívio.

Aos professores do Mestrado em Educação Matemática da UFMS pelas preciosas contribuições dadas nas aulas que ministraram.

Aos amigos José Luiz Magalhães de Freitas e Marilena Bittar pelo empenho e contribuições dados a minha pesquisa e ao jovem Mestrado em Educação Matemática da UFMS. São, juntamente com Luiz Carlos Pais, gigantes na luta pela Educação Matemática.

Aos meus pais pela educação que me foi proporcionada e pelo dom da vida.

Aos meus irmãos Egon, Sandra e Angela pelo incentivo para perseverar sempre na busca pelos meus ideais.

Ao Colégio Militar de Campo Grande por ter proporcionado condições para que eu pudesse me dedicar aos estudos e a escrita deste trabalho.

A todos os colegas professores com os quais já tive o privilégio de trabalhar e compartilhar as causas e inquietações da educação.

Aos membros da banca examinadora: Prof. Dr. Rui Marcos de Oliveira Barros, Prof. Dr. Luiz Carlos Pais, Prof. Dr. José Luiz Magalhães de Freitas e Profª. Drª. Marilena Bittar pelo trabalho exaustivo, criterioso e crítico que contribuiu para a construção deste trabalho.

RESUMO

O objeto de estudo desta dissertação é a descrição e análise de procedimentos didáticos implementados por professores, ao conduzirem o estudo dos números racionais para alunos em nível de sexto e sétimo anos do Ensino Fundamental. O referencial teórico utilizado é a Teoria Antropológica do Didático, proposta por Yves Chevallard. Os dados utilizados na parte experimental da pesquisa foram coletados por meio da observação direta das aulas ministradas por quatro docentes de escolas da rede pública de ensino na cidade de Dourados (MS), da análise de três cadernos de alunos desses professores que foram doados à pesquisa, bem como a realização de entrevista com esses docentes. Os discursos e práticas realizadas pelos professores, mediante explanações orais e uso de ostensivos, principalmente os anotados na lousa, foram analisados a partir de uma abordagem fenomenológica, da qual foram extraídas as unidades de significado e as confluências temáticas. O discurso da prática didática efetiva em sala de aula que esses professores implementam, no que se refere ao ensino dos números racionais, foram analisados sob os aspectos da organização matemática, organização didática, aspectos da linguagem e momentos de estudo. Com isso, foi observado que as práticas efetivas na aula são as que valorizam a utilização das técnicas, o que, provavelmente, ocorra em função da vivência desse docente no período em que era aluno na educação básica.

Palavras Chaves:

Teoria Antropológica do didático – TAD, Práticas docentes, Números Racionais.

ABSTRACT

The object of this study is to describe and analyze the Didactic Procedures implemented by teachers while lecturing Rational Numbers to sixth-and-seventh-year Middle School students. The theoretical framework has its core on “The Anthropological Theory of the Didactic”, proposed by Yves Chevallard. The data used in the experimental section of this essay were collected through live class observation of four teachers from Dourados (MS) City Public System Schools, the analysis of three students’ notebooks, from the viewed classes, that were donated to the research and, lastly, the interviews conducted with these teachers. The discourses and practices performed by them, using means of oral explanations and the use of ostensive objects, especially those written on the board, were examined based on the phenomenological approach, from which were extracted the elements of significance and thematic confluences. The discourse of Effective Didactic Practice implemented in the classroom by these teachers, regarding the teaching of Rational Numbers, were analyzed under the aspects of Mathematical organization, didactic organization, language aspects and study moments. As a result, it was noticed that effective practices in the classroom are the ones that value the use of techniques, which probably occurs because of the teacher’s own experience as a former student in basic education.

Key words:
The Anthropological Theory of the Didactic, Teaching Practices, Rational Numbers.

SUMÁRIO

I - INTRODUÇÃO

Este trabalho é, em parte, fruto de minhas vivências, primeiramente como docente e depois como pesquisador, embora suas raízes tenham sido lançadas antes, isto é, por ocasião das primeiras experiências que vivenciei na vida escolar na condição de aluno. Convém, esclarecer, também, que, devido a certa facilidade em aprender, isso influiu bastante no meu interesse pela matemática. Assim sendo, a trajetória foi construída a partir dessas primeiras experiências, enquanto aprendiz, até o início da carreira docente, encontrando-se permeada por fatos e circunstâncias que foram responsáveis na constituição de minha vida profissional dedicada à docência.

Assim, de forma breve, quero aqui apresentar essa trajetória.

Meu primeiro contato com o universo da aprendizagem escolar deu-se em minha residência com meus pais, prosseguindo, depois, na primeira escola em que estudei. Tratava-se de uma escola urbana, e foi onde entrei em contato com a professora Maria Aparecida. Contei, também, com o auxílio de meu pai, que migrou do Estado do Paraná para Dourados, com toda a família, ainda no início da década de 1970, em busca de trabalho proporcionado pelo “boom” da soja. Dessa forma, o contato com os números dava-se, geralmente no final de semana e no início da noite, quando ele não estava trabalhando e se dispunha a me ensinar a “fazer contas”, envolvendo as quatro operações básicas. Minha mãe orientava-me no estudo ensinando-me a ler e escrever. Essas oportunidades foram importantes, pois mesmo levando-se em conta que meu pai havia estudado até a terceira série do primário e minha mãe apenas a primeira série, ambos sempre tiveram um empenho muito grande para que eu pudesse estudar.

Posso dizer que as primeiras práticas didáticas que me foram proporcionadas, pela família e, posteriormente, na escola, tinham a característica de serem pragmáticas no sentido de “ensinar a fazer”. A abordagem de o porquê fazer assim nunca esteve presente de forma clara, enquanto aluno.

Após a conclusão da primeira série do Ensino Fundamental, naquela época Ensino de 1º grau, os próximos três anos escolares foram cursados em uma escola da zona rural, em classe multisseriada. Esse ambiente proporcionava uma ruptura com a linearidade curricular própria da série que eu cursava, pois não havia como ficar alheio aos instantes em que a professora explicava um conteúdo para os alunos da série escolar seguinte que se encontravam no mesmo espaço físico.

Retornei a realidade de aluno de classe regular novamente quando fui promovido para a, então, quinta série. Foi um ano escolar um tanto atribulado, pois a escola em que fui estudar localizava-se em uma cidade a cinquenta e três quilômetros da fazenda em que morava. O percurso de ida e volta era feito todos os dias com o ônibus da fazenda e naquele tempo a estrada era de chão.

Desde a sexta série até o final do Ensino Médio, na época, Ensino de 2º grau, permaneci em uma mesma escola. Cursei a sexta série no período matutino e as demais no período noturno. Dessa época, vem-me à lembrança que foi, justamente, na sexta série que encontrei dificuldades em uma disciplina que, até então, eu sempre tinha certa facilidade para estudar: Matemática. Foi um ano escolar em que senti com intensidade a aridez de estar estudando algo que me era incompreensível. Não conseguia acompanhar o trabalho com as frações e números decimais e ainda acompanhados de regras de sinais.

Ao concluir o antigo ensino de segundo grau, em 1984, fiquei fora da escola um ano, pois, na época, estava indeciso quanto ao curso universitário que queria fazer. Ao final do ano seguinte, decidi prestar o vestibular para o curso de Matemática, licenciatura plena, que, na época, não existia na cidade em que morava, Dourados - MS, mas, somente em Campo Grande. Aprovado no vestibular, iniciei a graduação no ano de 1986. Essa escolha foi motivada, principalmente, pelo gosto que havia cultivado pela Matemática, quando estudante da escola básica.

Como acadêmico do curso de licenciatura em Matemática, na UFMS, no primeiro ano, comecei a lecionar em estabelecimentos de ensino das redes particular e pública na cidade de Campo Grande. A decisão de começar, nessa época, a atuar no magistério foi impulsionada pela necessidade de trabalhar para prover meu sustento e também decorrente de incentivo encontrado nos estudos e discussões sobre a necessidade de engajamento na educação, conduzidas, à época, pelos professores Luiz Carlos Pais e José Luiz Magalhães de Freitas. José Luiz era meu professor na disciplina de Vetores e Geometria Analítica. Eles estavam articulando, na UFMS, a criação do laboratório de Educação Matemática (LEMA), espaço que permitiu, inclusive, a publicação de um periódico denominado REVISTA DO LEMA.

Nesse primeiro ano de curso, vivenciei uma prática didática até então desconhecida para mim. Como muitos alunos da disciplina de Vetores e Geometria Analítica possuíam falta de pré-requisitos em fundamento de geometria, os professores da disciplina disponibilizaram um horário para sanar dúvidas. Foi, certamente, o local onde vivenciei efetivamente a construção de muitos conceitos de geometria que não possuía.

Em 1988, por motivos de ordem pessoal, fui morar na cidade de Rio Claro – SP onde dei continuidade ao meu curso e ao exercício do magistério em escolas da rede particular de ensino nas cidades de Rio Claro, Araras e Americana, todas no estado de São Paulo.

Na continuidade do meu curso de licenciatura, estive em contato, enquanto aluno, com professores que atuavam na graduação e, também, no Mestrado em Educação Matemática da UNESP, como Maria Aparecida Viggiani Bicudo, Irineu Bicudo, Maria de Lourdes Onuchick, Sérgio Nobre e Claudemir Murari. Essa convivência foi propícia para a consolidação da minha atuação na Educação Matemática.

Circunstâncias outras me forçaram a mudar de endereço e, no ano de 1992, voltei ao Mato Grosso do Sul fixando, dessa vez, residência na cidade de Dourados onde concluí meu curso de graduação no Centro Universitário da Grande Dourados – UNIGRAN – dando continuidade às atividades no magistério, vindo a trabalhar em diversos estabelecimentos de ensino da rede pública e privada, compondo, sempre, uma carga horária robusta para que, assim fosse possível, o meu sustento e o de minha família. Entretanto, a partir de 1996, dediquei-me a trabalhar exclusivamente em uma única escola, essa mantida por uma congregação religiosa. Nesse estabelecimento, além de exercer a atividade de professor também fui coordenador da área de matemática, espaço esse ao qual posso atribuir boa parte de minha formação, enquanto profissional engajado na causa da educação. A convivência e troca de experiências com outros professores da área, coordenadores e supervisão auxiliaram-me a construir e solidificar a convicção quanto à necessidade de tornar o aluno cada vez mais um agente ativo no processo de ensino e aprendizagem. Esse foi o espaço onde foram levantadas muitas dúvidas, em especial a dificuldade de trabalho com os números racionais, tanto por parte do aluno como também do professor. Em consequência disso, fui levado a retomar minha formação acadêmica para buscar melhor entender essas inquietações. Em 2007, ingressei no Mestrado em Educação Matemática da UFMS, em Campo Grande, quando defini, então, como objeto de pesquisa, os **Procedimentos Didáticos Relativos ao Estudo dos Números Racionais Utilizados por Professores que Atuam em Nível de Sexto e Sétimo Ano do Ensino Fundamental**.

Diante de tais colocações, é importante esclarecer que este trabalho apresenta a pesquisa que foi desenvolvida no Mestrado em Educação Matemática, tendo como propósito investigar e descrever os procedimentos didáticos relativos ao estudo dos números racionais utilizados por professores que atuam em nível de sexto e sétimo ano do ensino fundamental. A escolha desses dois anos escolares se justifica por ser o instante que tem início o estudo dos números racionais com enfoque de conjunto numérico.

Com a intenção de detalhar esse objeto de pesquisa, definimos como objetivos específicos, sobre o modo de encaminhar o estudo pelos professores, a identificação dos diferentes Dispositivos Didáticos e Estratégias Metodológicas na organização deste estudo, a descrição das Atividades Matemáticas mais utilizadas, a caracterização dos Aspectos Conceituais e Epistemológicos, a verificação de quais são as regras, propriedades e teoremas relativos ao estudo dos números racionais fornecidos pelos docentes e a análise de como se dá a articulação entre a representação fracionária e a representação decimal dos números racionais, todos esses aspectos em nível de sexto e sétimo ano do ensino fundamental.

Conduzimos, então, o trabalho, utilizando o aporte teórico da Teoria Antropológica do Didático, proposta pelo educador Yves Chevallard, e o conceito de Cultura Escolar, proposto por André Chervel.

Enquanto Metodologia, optamos por uma abordagem Fenomenológica, valendo-nos dos trabalhos de Maria Aparecida Viggiani Bicudo e Joel Martins. Ousamos, neste trabalho, estabelecer uma sincronia entre a TAD e a Fenomenologia, acreditando que, no transcurso da análise desta investigação, o leitor terá uma visão mais detalhada desse aspecto.

Para a organização do texto, estabelecemos uma divisão em capítulos, perfazendo um total de quatro, e quatro anexos. O primeiro capítulo faz uma breve apresentação do referencial teórico utilizado no trabalho, a Teoria Antropológica do Didático, proposta por Chevallard, e a Cultura Escolar, partindo dos estudos de André Chervel. Não temos a pretensão de aprofundar-nos nas discussões teóricas, visto que, esse espaço não comporta a grandeza e a complexidade da teoria; queremos, sim, indicar os caminhos que percorremos e fornecer os conceitos-chaves dessa teoria, como Praxeologia, Momentos de Estudo e Objetos Ostensivos e Não Ostensivos. A metodologia que empregamos para atingir esses objetivos é apresentada no segundo capítulo, onde procuramos situar teoricamente nosso referencial e os procedimentos que usamos. No capítulo três, servidos desses referenciais, teórico e metodológico, iniciamos a fase de análise. É nesse capítulo que apresentamos com riqueza de detalhes o trabalho que ora conduzimos, visto serem apresentados os tipos de tarefa e as organizações matemáticas e didáticas que observamos e identificamos nas práticas dos professores, ao conduzirem o estudo dos números racionais com seus alunos. A síntese e conclusão do trabalho são apresentadas no último capítulo, o quarto.

Vale ressaltar que compõem, também, o presente trabalho, os anexos, que entendemos serem facilitadores para melhor visão dos detalhes que mencionamos na pesquisa. O anexo 1 apresenta as tarefas que cada um dos professores conduziu com os alunos. A fonte dessas tarefas constituiu-se das observações “in loco” e dos ostensivos nos cadernos dos alunos que, depois, foram repassados a nós pelos próprios professores, como doação para a pesquisa. O anexo 2 apresenta um quadro com as atividades trabalhadas pelos professores nas aulas em que o pesquisador esteve presente, classificadas por tipos de tarefa. Tal classificação por tipos de tarefa, foi feita pelo pesquisador. No anexo 3, apresentamos os “discursos brutos” dos professores ao responderem à seguinte questão: *Como você ensina números racionais?* Essa questão integra a entrevista do trabalho que ora apresentamos. No último anexo, indicado por 4, elencamos as unidades de significado destacadas por nós e a respectiva categorização pelas confluências temáticas que identificamos.

Com esta breve apresentação, convidamos, você leitor, a empreender a leitura deste trabalho. Acreditamos que ele pode contribuir para melhor percepção do universo existente na relação didática do docente com seus alunos, ao encaminhar o estudo dos números racionais.

CAPÍTULO I - REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo apresenta a base teórica que utilizamos para conduzir a pesquisa. A escolha do aporte teórico foi feita levando em consideração o objeto de pesquisa definido, nossas concepções filosóficas de ver e viver a educação matemática e do estado da arte realizado no processo de gestação deste trabalho.

1.1 - Teoria Antropológica do Didático - TAD

Como apresentamos na introdução, há um histórico de vivência que nos levou a retomar a formação acadêmica com uma questão formulada sobre como se dá a influência da ação do professor no cotidiano de sala de aula. Acreditamos que essa é uma questão importante, considerando que o docente é o protagonista principal da ação didática no processo de ensino.

Sendo nosso propósito olhar e analisar como ocorre a prática didática do professor no momento da aula, entendemos que a Teoria Antropológica do Didático, proposta pelo professor Yves Chevallard, nos fornece um quadro teórico adequado para estudarmos essa práxis docente.

Segundo esse pesquisador, a TAD situa a atividade matemática no conjunto das atividades humanas e das instituições sociais.

Nossa compreensão do significado dessa localização da atividade matemática, no conjunto de todas as atividades humanas e das instituições sociais, é que as atividades humanas são ações realizadas regularmente pelas pessoas comuns no seu cotidiano, sem se preocupar com aspectos formais dessa ação. Quando realizamos uma determinada ação no nosso dia a dia, não teorizamos sobre a mesma antes, não elencamos as etapas que serão cumpridas e suas respectivas justificativas teóricas. Um exemplo que ilustra o que dizemos é o de uma pessoa que vai realizar a troca de uma lâmpada danificada. Ela simplesmente retira a que está danificada e a substitui por outra nova. No transcurso dessa ação ela não se detém para estudar os movimentos que são realizados pela mão para girar a lâmpada, nem tão pouco em medir com precisão o torque necessário após finalizar o giro da lâmpada no soquete.

Por outro lado, essas atividades não incluem ações estritamente individuais, ou seja, aquelas que são realizadas por uma única pessoa. Na TAD, a intenção é considerar atividades humanas que possam ser modeladas. Dessa forma, localizamos as atividades matemáticas, quer sejam no sentido mais simples da vida cotidiana social, quer sejam nas atividades reguladas por instituições sociais, como é o caso da escola, como ações que podem ser modeladas.

Convém esclarecer que não é tarefa fácil caracterizar o que vem a ser uma atividade matemática e o que é uma atividade não matemática, uma vez que a separação entre elas é muito tênue e de difícil precisão, pois se assumirmos que fazer matemática é classificar e seriar, estaremos fazendo matemática a todo instante. Entretanto, tendo como propósito entender o que é uma atividade matemática, discorreremos sobre quais os aspectos que a caracterizam.

É importante lembrar que a palavra atividade passa a ideia de movimento, contrapondo-se à inércia. Dessa forma, passou-se a associa-lá ao trabalho, e na TAD, mais precisamente, com a modelagem voltada para a resolução de problemas. Cabe-nos esclarecer, então, qual o entendimento que temos sobre essa ação.

Existem três grandes tipos de atividades que costumam ser consideradas como genuinamente matemáticas. A primeira, consiste em utilizar modelos matemáticos, ou seja, usar a matemática conhecida como ferramental, para resolver, geralmente, um problema rotineiro do nosso dia-a-dia, a exemplo do uso dos números racionais quando queremos acrescentar ou diminuir certa porcentagem de um valor dado, situação muito comum nas relações de compra e venda. Esse uso, entretanto, parte do pressuposto que quem esteja utilizando tal ferramenta tenha certo domínio sobre o seu funcionamento, caracterizando, assim, uma habilidade de trabalho com ela.

Esse uso da matemática, como ferramenta, está presente também no cotidiano escolar, quando o aluno faz uso do cálculo do mínimo múltiplo comum para somar frações com denominadores diferentes. Todavia, nem sempre temos conhecimento da matemática que precisa ser usada nas diversas situações que nos são apresentadas no dia-a-dia. Assim, adentramos no segundo tipo de atividade matemática, onde, tanto no cotidiano comum como no escolar, surgem situações em que necessitamos da matemática que não seja do nosso domínio imediato.

Podemos ilustrar tal circunstância pensando em alguém que precisa resolver um problema e a matemática que ele conheça não seja suficiente para solucioná-lo. Essa pessoa poderá recorrer ao auxílio de outra, como, por exemplo, um matemático. Outra opção seria aprender a matemática já criada que possa ajudá-la na busca da solução ao problema. Observamos que, do primeiro caso, fazer uso de uma matemática conhecida pelo sujeito, passamos para a situação em que temos um problema e não sabemos qual matemática usar. Podemos então estudar para aprender essa matemática que nos é necessária.

Existem ainda os problemas para os quais não temos ainda uma matemática para solucioná-lo. Nesse caso, ilustramos o terceiro aspecto de uma atividade matemática, em que usamos a figura dos pesquisadores em matemática, que buscam criar novos modelos para solucionar tanto as situações do contexto matemático ou intramatemático como do não-matemático.

Quando falamos da criação matemática, não estamos nos restringindo somente ao círculo do cientista, pois todo aquele que aprende matemática cria uma nova para si, a exemplo do aluno ao aprender uma matemática desconhecida para ele até aquele instante.

Em conformidade com Chevallard, caracterizamos o fazer

> [...] matemática como um trabalho de modelagem. Esse trabalho transforma o estudo de um sistema não-matemático, ou um sistema previamente matematizado, no estudo de problemas matemáticos que são resolvidos utilizando de maneira adequada certos modelos. Podemos destacar três aspectos desse trabalho: a utilização rotineira de modelos matemáticos já conhecidos; a aprendizagem (e o eventual ensino) de modelos e da maneira de utilizá-los; e a criação de conhecimentos matemáticos, isto é, de novas maneiras de modelar os sistemas estudados. (CHEVALLARD, 2001, p. 56)

Ao delinear o que é uma atividade matemática, a TAD também se preocupa com a sua dimensão pragmática, ou seja, para que serve a Atividade Matemática.

Na Teoria Antropológica do Didático, a Atividade Matemática tem como propósito a dimensão didática do estudo, onde a finalidade da realização da ação é a de levar aquele que pratica a Atividade Matemática à construção do conhecimento, ou seja, ao aprendizado da Matemática.

Para realizar essa ação que leva a construção do conhecimento matemático, é necessário fazer matemática, o que consiste em construir modelos que possam ser utilizados em outras atividades de um mesmo tipo.

A TAD postula que toda atividade humana realizada regularmente, a exemplo da atividade do professor conjuntamente com seus alunos, pode ser incluída em um modelo único, designada por praxeologia.

A palavra *praxeologia* tem sua origem em duas expressões gregas. A primeira é *práxis* que significa ação, ato ou atividade e *logos* cujo significado é ciência. Podemos dizer então que *praxeologia* é a ciência que estuda a ação.

Na Teoria Antropológica do Didático, temos a praxeologia como um dos seus conceitos fundamentais. No entanto, sua utilização não é nova, pois vem sendo empregada desde o século XIX. Os primeiros trabalhos em que se tem o termo utilizando são de Louis Bourdeau, em sua obra, *Theorie des sciences. Plan de science integrale*, publicada em Paris, no ano de 1882, e no de Meliton Martin, em 1863, na cidade de Madrid, sob o título *Ponos*. Contudo, é no ano de 1890, que Alfred Espinas apresenta a praxeologia como uma disciplina de conhecimento autônoma, em seu artigo *Les origines de la technologie*, publicado na *Revue Philosohique de la France et de l'Etranger*, onde apresenta os objetivos dessa nova disciplina. Para ele, a praxeologia é a ciência sobre as formas e as regras gerais da atuação no mundo dos seres que se podem movimentar.

Na Teoria Antropológica do Didático, na raiz da noção de praxeologia, encontram-se as noções interligadas de tarefa e de tipo de tarefas.

Essa praxeologia é indicada por $[T, \tau, \theta, \Theta]$, onde T indica o tipo de tarefa, τ é a técnica utilizada para resolver o tipo de tarefa dada, θ é a tecnologia que justifica a técnica usada e Θ é a teoria que contém e explica a tecnologia.

Nosso entendimento de tarefa é que ela é uma ação modelada que integra a atividade matemática com o propósito de levar o aluno a, efetivamente, aprender matemática.

Utilizando a nomenclatura da TAD, quando uma tarefa *t* está associada a um tipo de tarefa *T*, usando a linguagem matemática, dizemos que *t* pertence a *T*. Na maioria dos casos, uma tarefa (e o tipo de tarefa associada) é expressa por meio de um verbo: somar duas ou mais frações com denominadores iguais, representar o número decimal vinte e cinco décimos na forma de fração irredutível. A realização de uma tarefa mobiliza uma ação denominada técnica, que está justificada por um discurso lógico denominado de tecnologia. Por sua vez, a tecnologia encontra-se justificada dentro de um corpo de saberes, organizado e institucionalizado, denominado de Teoria.

A praxeologia matemática, também denominada de Organização Matemática, que vamos indicar nesse trabalho pela sigla OM, é a realidade matemática que pode ser construída dentro de uma aula de matemática. Já a maneira pela qual é construída tal realidade matemática é a Organização Didática, que estaremos indicando por OD. Podemos descrever e analisar OM's e OD's.

Assim, no exemplo da seguinte organização matemática: somar as frações $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}$, temos: t_1 (tarefa): $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}$; T_1 (Tipo de tarefa): somar duas frações de mesmo denominador; τ_1 (técnica): para somar duas frações de mesmo denominador, conservamos o denominador e somamos os numeradores ($\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=\frac{1+2}{3}=\frac{3}{3}$); θ_1 (tecnologia associada a τ_1 – explicação, argumento racional, para validar a técnica numa instituição que pode ser um teorema, uma propriedade, um princípio, um conceito, etc.): Conceito de fração (tomar a unidade, dividi-la em partes iguais e tomar algumas dessas partes) e conceito de soma (para somar as parcelas todas devem ser de uma mesma grandeza, no exemplo citado acima todas as parcelas são "terços"). Uma tarefa pode usar mais de uma técnica e mais de uma tecnologia. Nesse exemplo, a Θ (teoria) é a da aritmética.

Para a construção de uma praxeologia matemática, tanto o professor quanto o aluno, cada um em seu nível, fazem uso das técnicas didáticas. Segundo Chevallard (2001), entende-se por didático o que é relativo ao estudo da didática.

Ao mencionarmos a palavra "didática", convém esclarecer qual é o nosso entendimento sobre ela.

Historicamente, os primeiros trabalhos que buscaram a sistematização sobre o ensino remontam ao século XII com a obra *Eruditio Didascalia*, de Hugo de San Victor, depois, no século XVI, com *Disciplinis*, de Juan Luis Vives e *Aporiam Didactici Principio*, de Wolfgang Ratke. Contudo, é no século XVII que, Comênio, com sua obra *Didáctica Magna*, marca significativamente o processo de sistematização da didática e a populariza na literatura pedagógica.

A etimologia da palavra deriva do grego Τεχνή διδακτική (techné didaktiké), que pode ser traduzida como a arte ou a técnica de ensinar. Ainda sobre a origem da palavra, Piconez esclarece que:

> Enquanto adjetivo derivado de um verbo, o vocábulo referido origina-se do termo διδάςκω (didásko) cuja formação lingüística - note-se a presença do grupo σκ (sk) dos verbos incoativos - indica a característica de realização lenta através do tempo, própria do processo de instruir. (PICONEZ, 2006, p. 01)

Desse modo e nesse contexto, Chevallard (2001, p. 275) ressalta que "O professor utiliza técnicas didáticas para reorganizar certas obras matemáticas de modo que dêem resposta às questões que os alunos apresentam; os pesquisadores utilizam algumas técnicas de estudo que também são técnicas didáticas".

No cotidiano vivo da sala de aula, o professor, ao encaminhar o trabalho com números racionais com seus alunos, como, por exemplo, ao trabalhar a representação fracionária, pode valer-se de diversas técnicas didáticas. Entre elas estão a utilização de desenho de uma figura e sua posterior divisão em partes iguais e, em seguida, a pintura de algumas dessas partes, procurando, assim, mostrar por meio de técnicas didáticas, um dos primeiros significados para uma fração: a relação parte-todo.

1.1.1 - Momentos de Estudo

Sendo a didática a ciência que tem como objeto o processo de estudo, a aprendizagem é entendida como consequência desse processo. Compete-nos detalhar de maneira mais pontual o que é, de fato, tal processo, seus componentes e os Momentos de Estudo pelos quais ele é constituído, segundo a TAD.

A organização didática, que em algumas vezes indicaremos por OD, no contexto do nosso trabalho, é compreendida como sendo o conjunto de todas as técnicas, tecnologias e teorias mobilizadas pelo professor para conduzir o estudo efetivo de um dado tipo de tarefa no quadro da instituição, conforme Chevallard (1999).

O processo de estudo é constituído por diferentes Momentos que, quase sempre, se sobrepõem. No contexto escolar, o momento do primeiro contato com um tipo de problema ocorre em sala de aula para alguns alunos, mas, para outros, isso vai ocorrer posteriormente, quando estiver realizando o dever de casa, por exemplo.

Considerando que o aluno tem uma vida social, que acontece em paralelo com a vida escolar, os momentos de estudo podem manifestar-se, também, nesse instante do dia-a-dia. Basta lembrarmos que uma criança, no seu cotidiano, está exposta a muitas informações provenientes dos meios de comunicação, e essas estão repletas de contextos e conteúdos matemáticos. Podemos citar, como exemplo, a veiculação de anúncios sobre vendas de produtos que fazem parte do universo da criança, como brinquedos, que trazem como atrativo a possibilidade de pagamento com desconto, prática comum em campanhas promocionais.

Na TAD, para uma melhor identificação e estudo, são destacados seis Momentos de Estudo, os quais estarão sendo apresentados a seguir. Temos o momento do primeiro contato com uma questão de estudo, cujo significado pessoal é extremamente importante para o desenvolvimento e para a construção do conhecimento. Aqui, no contexto teórico da abordagem antropológica, a dificuldade progride um pouco porque, tal "Momento", não é um simples espaço de tempo. A complexidade da noção decorre do seguinte aspecto: mesmo antes de se ter uma razoável compreensão do problema, na maioria das vezes, outros Momentos estão ocorrendo em paralelo. Um exemplo disso está no conceito que construímos sobre o número meio. Em que instante de nossa vida, precisamente, percebemos o primeiro contato que tivemos com esse número? Será que foi quando começamos a dividir um doce com nossos amiguinhos nas festinhas de aniversário no início de nossa infância, ou foi antes? Ou depois? Percebe-se, aqui, com esse exemplo singelo, que um Momento não pode ser localizado no tempo com precisão, muito menos hierarquizado em relação a outros Momentos ou outros conceitos que são construídos ao longo de nossa vida.

Outro Momento de Estudo é o de exploração do Tipo de tarefa e da elaboração de uma técnica. É quando as estratégias pessoais de solução são colocadas em prática com os mais variados resultados. Entre o Momento do primeiro contato e o de Exploração da técnica, ocorre uma compreensão do problema. A ação de compreender é fugaz, não sendo possível precisar o tempo exato de sua ocorrência. Pequenos ciclos de retorno acontecem entre o verdadeiro contato, a compreensão e o início da exploração da técnica. O Momento do primeiro encontro com o problema não é sincronizado em relação aos alunos da classe. Cada um pode vivenciá-lo em tempo diferente, por isso, a noção de Momento de Estudo não é estritamente cronológica. A mesma coisa acontece com o Momento de trabalho com a técnica, cada aluno pode vivenciá-lo em dias e horários diferentes.

Após o Momento do trabalho com a técnica, temos o Momento da construção do entorno tecnológico-teórico, onde acontece a justificação do uso da técnica. Esse momento está diretamente ligado aos dois momentos anteriormente descritos, pois, quando se trabalha com a elaboração de uma técnica para resolver uma dada tarefa, gera-se uma semente que germinará como um esquema mais amplo e geral, que permitirá, posteriormente, a construção de uma técnica. Na prática didática tradicional, isto é, aquela que dá primazia ao conceito, muitas vezes, esse é o Momento que primeiro aparece na condução do trabalho do professor para com seus alunos. Nessa visão, os problemas são vistos como aplicação do bloco tecnológico-teórico.

De todos os Momentos de Estudo, esse, o Momento da construção do entorno Tecnológico-Teórico, talvez seja o mais importante do ponto de vista da aprendizagem, pois é aqui que se tem a oportunidade de levar o aluno a redescobrir o processo de construção do conhecimento. É onde se permite que haja, efetivamente, um aprendizado e não uma mera assimilação de uma forma de resolver e conhecer “dada” por alguém, no caso, muitas vezes, o docente.

Uma das grandes dificuldades encontradas por pesquisadores da História da Matemática e História da Educação Matemática diz respeito a inexistência de registros mais detalhados do processo e dos caminhos percorridos na construção do conhecimento matemático. É comum o pesquisador matemático apresentar o seu trabalho sem valorizar os caminhos por ele percorridos, com seus erros e acertos. Essa ação também está presente na ação didática do professor de matemática. Uma maneira de potencializar esse momento de estudo seria o de solicitar aos alunos que fizessem uma redação detalhada relatando os procedimentos e a heurística utilizada na resolução da tarefa. Essa técnica didática faz com que o momento da construção do entorno tecnológico-teórico seja potencializado.

O próximo Momento é o de trabalho com a técnica. É um Momento que decorre do anterior por colocá-lo em movimento de maneira que se torne mais eficaz. Como consequência dessa ação, podemos ter uma maneira mais confiável de criar um instrumento que possibilite a resolução de um problema posto. Essa mobilidade requer a necessidade do uso de problemas adequados para trabalhar a técnica, e no nosso entender, é um espaço de presença do professor, que tem, nessa concepção, a clara função de coordenar o estudo.

Quando a técnica é validada, isso culminará com a institucionalização dela. Queremos dizer que a técnica passa do domínio de validade de um grupo de estudantes para ter aceitação com um grupo maior, como, por exemplo, os alunos de uma turma, ou de uma série ou de uma escola. Aqui se cria uma situação em que o conhecimento construído para trabalhar determinado Tipo de tarefa passa a ser, agora, de domínio de uma sociedade, no sentido mais amplo.

O último Momento de estudo é o da avaliação, que tem como função verificar o processo empreendido para a construção da técnica e também sua abrangência. É importante esclarecer que esse Momento não é uma ocasião para ajuste de contas entre o aluno e o professor, onde, o primeiro procura verificar o quanto o segundo reteve de informações sobre o assunto estudado. É, sim, o instante em que se procura analisar os passos percorridos nos outros Momentos de Estudo para a construção de uma técnica, olhando, agora, como cada etapa foi realizada. É a oportunidade, para professor e aluno, verificarem como e onde houve maior dificuldade ou facilidade no processo de estudo empreendido. É, também, a ocasião em que se iniciará, novamente, todo o processo envolvendo os Momentos de Estudo para a realização de tarefas de outro tipo, ou seja, quando se volta ao início, agora, para realizar outro estudo.

Convém ressaltar que tais Momentos não seguem uma delimitação cronológica e nem uma ordem pré-estabelecida, podendo um acontecer antes do outro ou, até mesmo, acontecerem em paralelo.

1.1.2 - Objetos Ostensivos e Objetos Não-Ostensivos

Os Momentos de Estudo ocorrem quando são mobilizados os objetos matemáticos, sobre os quais Bosch e Chevallard afirmam que:

> [...], o problema da natureza dos objetos matemáticos e a sua função na atividade matemática nos levam a uma dicotomia que consiste em distinguir dois tipos de objetos: os ostensivos e os não-ostensivos. Falamos de ostensivo, lembrando que este termo tem origem no latim *ostendere* que significa mostrar, apresentar com insistência, para nos referir a todo objeto que tem uma natureza sensível, certa materialidade e devido a este fato tal objeto pode ser apreendido pelo sujeito por ser uma realidade perceptível. Assim, um objeto ostensivo é um objeto material qualquer tal como os sons (entre os quais as palavras de uma língua) os grafismos (entre os quais os grafemas que permitem a escrita das línguas naturais ou construídas das línguas formais) e os gestos. Os objetos não ostensivos são então todos os objetos como as idéias, as intuições ou os conceitos, existentes institucionalmente, no sentido onde lhes são atribuídas existências, sem poder ser vistos, ditos, mostrados, percebidos por si mesmo[1]. (BOSCH e CHEVALLARD, 1999, p.10)

Podemos perceber, então, que, na condução desses Momentos de Estudo, a TAD considera que eles ocorrem quando são mobilizados, pelo aluno, o objeto matemático e sua função por meio de uma representação identificada pelos sentidos. Sobre esses aspectos, esclarecemos que a abordagem antropológica modela o Saber Matemático em termos de Objetos e as relações estabelecidas entre eles. Entretanto, se estamos considerando que, no universo matemático, tudo é Objeto, surge um questionamento sobre a natureza deles: o que encontramos quando vamos em busca de um Objeto? Para responder a essa indagação, esclarecemos que, se partirmos em busca de um Objeto, jamais vamos encontrar o próprio Objeto em si mesmo, mas, sim, atividades humanas que colocam outros Objetos em jogo. Dessa maneira, quando se pesquisa o que pode ser tal Objeto, descobre-se que ele é composto por outros Objetos, geralmente de natureza material, como: sonora (discursiva), gestual, de caráter escrito (gráfico) e de muito "vazio" em torno.

A Teoria Antropológica do Didático estabelece, dentro do conjunto de objetos que compõem os elementos de uma praxeologia, dois grupos: Os Objetos Ostensivos e os Objetos Não-Ostensivos.

---

[1] Tradução nossa do texto original publicado na página pessoal de Yves Chevallard. http://yves.chevallard.free.fr

Os Objetos Ostensivos são aqueles percebidos pelos órgãos do sentido humano, isto é, podem ser vistos, tocados, escutados. São materiais, dotados de materialidade física, como a escrita, os grafismos, os sons, os gestos, entre outros.

Já os Objetos Não-Ostensivos são aqueles cuja existência encontra-se institucionalizada, portanto, não é individual e, sim, coletiva, sendo validada por um grupo ou comunidade. São aqueles em que se atribuem uma existência sem, no entanto, poderem mostrar-se e fazer perceber por si mesmo, como as ideias, os conceitos, as crenças. Para serem invocados ou lembrados, necessitam da manipulação de Objetos Ostensivos apropriados.

Na maioria dos casos, os objetos institucionais estão associados a um Objeto Ostensivo privilegiado, assim, a esse respeito, podemos dizer que, em nossa pesquisa, constatamos que, no estudo de números racionais, o Ostensivo privilegiado é o da representação fracionária.

Para realizar a Atividade Matemática, fazemos uso de discursos, figuras, símbolos, entre outros objetos. Entretanto, o que nos interessa está além das palavras e dos símbolos escritos. Assim, para estudar matemática, fazemos uso dos Ostensivos para construir os Não-Ostensivos.

A importância dos Ostensivos, na atividade matemática, é reforçada por Bosch e Chevallard ao afirmar:

> Todo discurso tecnológico se realiza concretamente pela manipulação de objetos ostensivos, em particular discursivos e escritos, que permitem materializar as explicações e justificações necessárias ao desenvolvimento da tarefa e acontece a mesma coisa ao nível teórico[2]. (BOSCH e CHEVALLARD, 1999, p.17)

Todavia, convém ressaltar que Ostensivo e Não-Ostensivo formam uma unidade na prática das atividades humanas, não havendo precedência de um sobre o outro. A coexistência deles é explicitada por Bosch e Chevallard, para quem a existência do Ostensivo implica na existência do Não-Ostensivo e vice-versa.

Nesta pesquisa, que se propõe a olhar a atividade matemática implementada pelo Professor para estudar Números Racionais com seus alunos, observa-se a presença dos

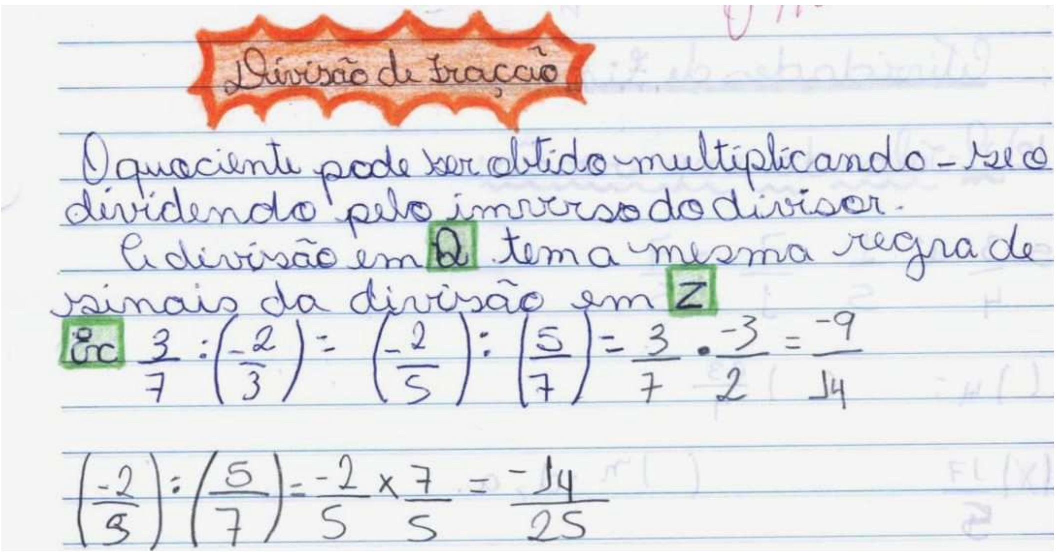
---

[2] Tradução nossa do texto original publicado na página pessoal de Yves Chevallard. http://yves.chevallard.free.fr

Objetos Ostensivos nessa prática. Alguns, como escrita do racional na forma de fração, na forma de representação decimal, na representação figural e a oralidade desses docentes, são utilizados com maior ou menor frequência pelos mesmos, segundo a importância que eles atribuem a esses componentes do processo de estudo. Isso também ocorre com os Momentos de Estudo e as Praxeologias. Convém reforçar que esses elementos fundamentais da organização praxeológica não estão separados, mas juntos, formando uma unidade. Quando os mencionamos separadamente é apenas uma questão de organização da escrita do nosso texto.

Procurando entender essa importância atribuída pelos docentes, fez se necessário entender como ocorre a dinâmica da aula de matemática na escola. Buscamos então um aporte teórico que pudesse explicitar esse contexto didático da aula. Fizemos a opção pela TAD.

A título de exemplificação de alguns elementos dessa teoria, estamos apresentando, abaixo, um fragmento do ostensivo de uma atividade conduzida por um dos docentes que participam de nossa pesquisa.



(figura 1 – fragmento do caderno de aluno da Prof^{a}. Maria.)

Nesse exemplo, apresenta-se, de início, a técnica que é: *multiplica-se o dividendo pelo inverso do divisor*. Técnica, essa, a ser empregada na realização da tarefa que é *dividir três sétimos por menos dois terços*. Tal tarefa pertence ao tipo de tarefa *Divisão de frações.* Podemos dizer que são de fácil identificação esses elementos de uma praxeologia, entretanto, o bloco Tecnológico-Teórico não se explicita no ostensivo acima. Dos componentes de uma praxeologia, esse bloco fica, às vezes, permeando os momentos de estudo. Também temos, acima, uma opção de Ostensivo privilegiado, ou seja, a representação de frações na linguagem própria da matemática, onde se escreve o numerador na parte superior e o denominador na parte inferior. Poderia ter sido apresentado outro Ostensivo, como, por exemplo, a representação de três sétimos na forma de representação figural.

Ao realizar a tarefa, mobiliza-se o trabalho com a técnica e a articulação com outro conteúdo matemático, no caso, os números inteiros.

1.2 - Cultura Escolar

Servidos do arcabouço teórico fornecido pela Teoria Antropológica do Didático para conduzir nossa pesquisa, fomos colocados frente a uma questão intrigante no transcurso de nosso trabalho: Qual é a justificativa para que se efetive o ensino de Números Racionais no modo presente na escola?

Para clarear essa inquietação, fomos levados a entender como se dá a Cultura Escolar, ou seja, a escola ensina alguns saberes que são próprios da escola e que, muitas vezes, não possuem nenhuma justificativa na ciência de referência. Como explicar, por exemplo, que, em plena era dos recursos computacionais, a escola ainda privilegie o trabalho dos racionais na representação fracionária e não na representação decimal?

Para responder a indagação feita, optamos por utilizar o aporte teórico fornecido por André Chervel em seu trabalho, publicado em 1990, intitulado *História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa*, no qual defende a capacidade da escola como produtora de uma cultura própria para suprir finalidades próprias do cotidiano escolar.

Para Chervel, a opinião comum presente na sociedade é a de que a escola ensina saberes que foram constituídos e construídos fora do espaço escolar. São os saberes das ciências de referência, proveniente das pesquisas científicas e que sofrem a transposição para chegarem à escola. Nas palavras de Chervel (1990, p. 180), “Ela ensina as ciências exatas, como a matemática, e, quando ela se envolve com a matemática moderna é, pensa-se, porque acaba de ocorrer uma revolução na ciência matemática”. Para esse teórico, essa é uma concepção para aqueles a quem o ensino escolar é apenas uma questão pedagógica, onde o trabalho dos pedagogos seria o de arranjar os métodos de modo a permitir aos alunos a assimilação rápida e eficiente da maior parcela possível da ciência de referência, ficando, dessa maneira, as disciplinas escolares reduzidas apenas às “metodologias”.

Essa ideia, muitas vezes, aceita por uma parcela considerável de profissionais da educação, não deixa nenhum espaço para que a existência das disciplinas escolares possa ser autônoma, pois elas seriam, apenas, uma combinação de saberes e métodos pedagógicos. Se, de fato, essa concepção fosse válida, como explicar o fato de que, enquanto parte da ciência matemática, privilegia na atualidade a utilização, nos modernos métodos computacionais, de números racionais na representação decimal, a escola e os cursos de formação de professores de matemática por sua vez, enfatizam a representação e o trabalho das operações com números racionais na forma fracionária? Para a realidade dos cursos de formação de professores esse predomínio se justificaria em função do rigor da ciência matemática, uma vez que os teoremas matemáticos não são enunciados empíricos. Nesse contexto surgem questões interessantes: A formação do professor de matemática do ensino básico deve ser a mesma que é proporcionada ao bacharel ou pesquisador matemático? Devem existir intersecções? Quais seriam elas? São questões para as quais não há resposta, mas sim a necessidade de debates visando aprimorar continuamente a formação do docente.

Já no contexto da escola, nas palavras de Chervel

> Poder-se-ia demonstrar, [...], que os “métodos pedagógicos” postos em ação nas aprendizagens são muito menos manifestação de uma ciência pedagógica que operaria sobre uma matéria exterior do que de alguns dos componentes internos dos ensinos. (CHERVEL, 1990, p.182)

Historicamente, muitos conceitos escolares permanecem imutáveis ao longo dos anos, enquanto as ciências de referência desses saberes modernizaram conceitos e procedimentos, o que não é acompanhado pela escola. Em relação ao ensino da matemática, Chervel afirma que

> Demonstrou-se que alguns conceitos matemáticos introduzidos há uns vinte anos no primeiro ciclo do secundário não tem muito em comum com seus homônimos eruditos que lhe serviriam de sustentação: os didáticos da matemática medem hoje a distância existente entre o “saber erudito” e o “saber ensinado” (CHERVEL, 1990, p. 182)

Com essa citação, o autor procura colocar em evidência que existem dois tipos de saberes distintos: o da ciência de referência e o escolar. Entretanto, com isso, não se quer dizer que a escola e os docentes não tenham a capacidade de acompanhar a evolução e a modernização da ciência, mas, sim, que o verdadeiro papel e missão desses é outra, e se insistirem em atuar como repositores de saberes eruditos, correm o risco de não cumprirem com sua missão. Mas qual missão?

Ao longo da história, a escola sempre teve um papel estruturante à função de educar, e o fez utilizando as propriedades das disciplinas escolares. Em tais estudos, coloca-se em evidência o caráter criativo do sistema escolar, descartando, assim, a imagem de uma escola passiva e receptáculo de subprodutos culturais da sociedade. Na escola, as disciplinas merecem uma atenção toda especial, pois são criações espontâneas e originais.

Segundo Chervel

> O sistema escolar é detentor de um poder criativo insuficientemente valorizado até aqui e que ele desempenha na sociedade um papel o qual não percebeu que era duplo: de fato ele não forma somente os indivíduos, mas também uma cultura que vem por sua vez penetrar, moldar, modificar a cultura da sociedade global. (CHERVEL, 1990, p. 184)

Quando falamos em sistema escolar incluímos aqui os professores e as diversas instituições, como Secretarias Estaduais e Municipais de Educação, Conselhos Municipal, Estadual e Nacional de Educação, Ministério da Educação entre outros, que regulamentam e tornam possível o funcionamento da escola. Entretanto o componente desse sistema com poderes de real implementação didática é o professor.

Considerando que, para esse autor, o sistema escolar é autônomo na produção de sua cultura, temos que, para Chevallard, essa cultura escolar é relativamente autônoma. Entretanto, em nosso entendimento, existem pontos em comum entre as teorias defendidas por esses pesquisadores, Chevallard e Chervel. Para ambos, há a valorização da leitura antropológica, uma vez que eles valorizam a cultura como conceito central de suas teorias. Uma segunda característica comum é que ambos procuram compreender o currículo escolar e, consequentemente, a instituição escolar por meio das disciplinas escolares, no caso de Chevallard, a Matemática e, para Chervel, a Língua Francesa.

Outro aspecto em comum a ambos é a valorização do aspecto epistemológico nas duas disciplinas.

Convém salientar que existem, também, as diferenças entre suas ideias, como, por exemplo, o grau de independência da instituição escolar na produção das disciplinas que constituem o trabalho dos professores e dos alunos.

1.3 - Algumas pesquisas que tratam do Ensino de Números Racionais

Nosso trabalho de pesquisa tem como ponto de partida inquietações que foram despertadas e aguçadas ao longo da vivência profissional e acadêmica. Entretanto fez-se necessário buscar trabalhos já realizados sobre o Ensino de Números Racionais para nortear nossos passos.

Tal tarefa não foi tão fácil como poderia parecer a princípio, pois, se considerarmos o volume de pesquisas que são realizadas na área de Educação Matemática, a quantidade de trabalhos sobre o tema ainda é escasso, ainda mais se considerarmos o enfoque sobre a didática do Ensino de Números Racionais. Convém, contudo, destacar que os trabalhos a que tivemos acesso são de grande envergadura, apresentando resultados que validam nosso propósito, ou seja, o de que há muito a se pesquisar no campo do ensino de números racionais.

Dessa maneira, apresentamos aqui alguns desses trabalhos. Com certeza existem muitos de igual teor e valor que poderiam ser apresentados aqui, porém por limitações de tempo, não foram por nós estudados, ou ainda, porque não tivemos acesso a eles, uma vez que a produção acadêmica é dinâmica, surgindo a cada dia novas contribuições à pesquisa.

O trabalho de Romanatto (1999) aborda a teia de relações que pode ser construída no estudo dos Números Racionais, a qual se apresenta no cotidiano da sala de aula de modo muito discreto e frágil, passando, às vezes, despercebida pelos protagonistas das práticas didáticas. A defesa feita por ele sobre a teia de relações, diz que:

> O número racional, para a sua efetiva compreensão, deveria ser visto como uma teia de relações nele incidente ou dele emergente. Dos mais variados contextos nos quais o número racional está presente deve emergir ou incidir uma teia de relações que possibilitará a sua plena

> compreensão. No processo de ensinar e de aprender, o mais importante deverá ser o trabalho com essa teia de relações, e assim é que se dará o efetivo entendimento desse conteúdo matemático, que quando referido a um contexto particular, implicará algumas relações e outras não. (ROMANATTO, 1999 – p. 40)

Isso não está suficientemente claro para o professor, visto que ele, muitas vezes, concebe o conjunto de Números Racionais sob um único contexto.

Percebe-se que, na prática docente, a efetiva exploração dessa teia de relações não é feita de maneira sistematizada, aparecendo algumas vezes de maneira esporádica no cotidiano do professor.

No trabalho de Gomes (2006) encontramos, quando ela discorre sobre a história do Ensino dos Números Racionais, o relato que, no período compreendido entre 1931-1960, alguns livros didáticos desse período, que, inegavelmente são fontes de referência com influência na prática didática, apresentavam a seguinte ideia sobre fração:

> A idéia que prevalece é a da fração como uma ou mais partes iguais de uma “unidade”. Contudo, em três dos compêndios (THIRÉ; MELO E SOUZA, 1934; MAEDER, 1955; LACAZ NETO, 1959), a palavra “fração” designa precisamente essa uma ou mais partes, enquanto que nos outros dois (STÁVALE, 1940; SANGIORGI, 1953), a fração é o número que indica uma ou mais partes iguais em que a unidade é dividida. (GOMES, 2006. p 31)

Outro enfoque apresentado pela mesma autora foi o presente no período em que vigorava a proposta do Movimento da Matemática Moderna, após 1961, onde:

> De acordo com as idéias defendidas no contexto do movimento da matemática moderna, adota-se, para isso, um enfoque formal: ou o racional é apresentado como o número definido pela classe de equivalência de uma fração, ou é definido como qualquer número que possa ser colocado na forma p/q, sendo p e q inteiros quaisquer e q não-nulo. Simultaneamente, enfatiza-se a idéia de que o conjunto dos racionais representa a ampliação do campo numérico dos naturais de forma que seja sempre possível a divisão, exceto no caso em que o divisor é zero. (GOMES, 2006. p 39)

Nossa vivência profissional nos permite fazer aqui uma observação pontual: ainda é muito intensa, na prática didática do professor, a adoção do enfoque dado aos racionais como apresentado no período compreendido entre 1931-1960. No anexo 3, onde estão as transcrições do discurso dos professores, o leitor poderá perceber esses vestígios.

Nesse sentido, temos o viés histórico, mostrando, no nosso entender, que as práticas docentes estão apoiadas, em grande parte, nas práticas docentes de gerações anteriores.

A experiência que o professor teve enquanto aluno na Educação básica, também interfere na sua formação profissional. Essa experiência parece estar arraigada de tal maneira em sua formação que resiste a ações que deveriam provocar mudanças até mesmo as que são conduzidas pelos cursos de graduação, no período em que o professor estaria, em tese, em formação. O trabalho de mestrado, desenvolvido por Motta (2006), relata que no período de estágio, quando o então professor em formação estaria mobilizando os conhecimentos didáticos construídos no curso de graduação, se percebeu que:

> Os estagiários não permitiram ao aluno de ensino fundamental tomar o problema como seu, assumindo a responsabilidade sobre a tarefa a ser cumprida. O aluno não precisava pensar sobre qual técnica poderia utilizar na resolução, tão pouco, se esta técnica era válida, pois o conteúdo matemático já lhe aparecia pronto e institucionalizado pelo professor em questão. Em resposta ao *como avaliar*, os alunos optaram na organização didática escolhida, pela ferramenta de avaliação: prova escrita e individual (MOTTA, 2006.p 120)

Podemos então inferir, pela sinalização dada por esses três trabalhos, que há uma necessidade de se olhar com atenção para o modo como o professor desenvolve o seu trabalho didático com seus alunos.

Capítulo II - ASPECTOS METODOLÓGICOS

No início deste trabalho, na introdução, apresentamos nossa proposta: mostrar o cotidiano didático na sala de aula de sexto e sétimo anos do Ensino Fundamental quando o docente trabalha com seus alunos o conjunto dos Números Racionais. Para tanto, fomos levados a frequentar algumas aulas ministradas por quatro professores, onde tivemos a oportunidade de registrar esse cotidiano, na forma de apontamentos realizados durante o período das aulas que presenciamos e também utilizar os ostensivos feitos por alguns alunos em seus respectivos cadernos. Cadernos esses que nos foram repassados pelos professores que estão colaborando com essa pesquisa. Assim, detalhamos aqui aspectos desse modo de trabalho.

Após a apresentação do referencial teórico utilizado neste estudo, faz-se necessário discorrer sobre a escolha do modo de condução da pesquisa quanto ao aspecto metodológico, ou seja, nosso referencial metodológico. Apresentamos, a seguir, nossa opção metodológica: a fenomenologia.

2.1 - Sobre a Fenomenologia

A realização de uma pesquisa leva-nos sempre a uma questão desafiadora: definido o objeto da pesquisa, como proceder ou como fazer para analisar os dados e as informações coletados no transcurso dos trabalhos?

O objeto desta pesquisa nasceu de inquietações e anseios que permearam minha atividade como professor, e porque não dizer, também, como aluno, nos diferentes instantes da vida. Então, o desafio posto era qual o método mais apropriado para analisar os dados coletados levando-se em consideração esse histórico de vida?

No cotidiano do Mestrado, tomamos contato com um método de pesquisa denominado fenomenologia, com o qual foi feita uma aproximação. Nesse processo de interação, verificou-se que esse método permite realizar a descrição dos fenômenos vivenciados quando estamos na situação de elaboração de conhecimento, que se caracteriza, no nosso caso, em descrever os Procedimentos Didáticos implementados pelo docente quando ele trabalha com seus alunos os Números Racionais.

A primeira coisa que chamou a atenção nesse método foi a relevância das experiências já vivenciadas, denominada pela fenomenologia de pré-reflexivo. Todo pesquisador ao ir a campo, o faz impregnado de uma vida já vivida, repleta de experiências. Não existe a possibilidade de alguém realizar qualquer tipo de pesquisas de maneira completamente imparcial. Desse modo, fica claro que toda pesquisa, ao ser realizada, carrega consigo uma intencionalidade, que, no nosso caso, é o de olhar como ocorre a realidade viva das Práticas Didáticas que o professor implementa no estudo do conteúdo citado.

Assim, em função dos objetivos específicos que definimos, dentre os quais, o de descrever e analisar as Práticas Didáticas do professor ao estudar com seus alunos os Números Racionais, esse é o método que julgamos adequado para realizar a descrição e compreender essas práticas. Assumimos esse método, pois com ele busca-se a compreensão dos fatos observados, uma vez que não temos a finalidade de realizar a explicação das causas quanto à atribuição de valores de julgamento.

Para esta observação, exige-se que as teorias já incorporadas à nossa consciência de pesquisadores sejam colocadas em suspeição, isto é, a descrição não pode basear-se em teorias preexistentes. A exigência de colocar as teorias em suspeição não significa negá-las, mas, sim, que elas não devem ser utilizadas a priori para explicar o fenômeno.

Com isso, queremos esclarecer que todo conhecimento prévio é posto em suspeição, havendo uma valorização de ir-as-coisas-mesmas e, assim, investigar as fontes primárias. Contudo, se todo conhecimento é posto em suspensão, como será possível iniciar uma crítica do conhecimento? Ao dizermos, aqui, que não nos é permitido admitir, de início, conhecimento algum como conhecimento, nós o fazemos sob a perspectiva do olhar de uma possibilidade cognitiva, isto é, que, para cultivar uma atitude crítica, deve-se, a princípio, colocar em questão todo tipo de informação captada pelos nossos sentidos.

O ponto de partida da reflexão fenomenológica é a meditação sobre a dúvida, ou seja, a sua vivência. A partir dessa meditação, surgem as primeiras cogitações, que são os primeiros dados absolutos, que nos levam à primeira reflexão sobre o conhecimento.

Ao irmos para a sala de aula olhar como se dá a prática docente, temos que a percepção desse fenômeno não acontece de forma isolada e independente de outros fenômenos ou de outros sujeitos. Como não há possibilidade de o fenômeno se apresentar de forma isolada, havendo sempre um contexto, um conjunto de fatores correlacionados, cuja totalidade do sujeito se tenta aprender, temos aqui a noção de campo de percepção.

A fenomenologia vem se contrapor à forma de saber estruturada *a priori*. Dessa maneira, temos a fenomenologia em oposição direta ao positivismo e, também, a outras formas categóricas de conceber a elaboração do conhecimento. Essa observação é importante, pois, ao trabalharmos esta pesquisa, cujo objeto tem um conteúdo matemático, é preciso lembrar que, na estruturação desse conhecimento matemático, o pensamento positivista é ainda mais fortemente presente. Como exemplo, podemos citar o método lógico-dedutivo do pensamento matemático que estrutura a quase totalidade do caráter científico desse saber, e que acaba contagiando a prática pedagógica e, por consequência, todas as questões didáticas dessa área. Com isso, temos que esse contágio provoca, constantemente, uma confusão entre o rigor e a genialidade da ciência com a forma de conceder e praticar sua educação. Isso explicaria, em parte, porque a disciplina de matemática é considerada mais rigorosa do que as outras, reforçando, assim, a confusão entre os pressupostos da ciência em si e a sua prática pedagógica.

Observando a etimologia da palavra fenômeno, de onde formamos, depois, o termo fenomenologia, encontramos a sua origem no termo grego *fainomenon*, cujo significado é aquilo que se mostra, aquilo que se manifesta, que aparece. Dessa maneira, o fenômeno mostrado por si mesmo é apreendido por aquele que se volta para ele com a intencionalidade de determinar o essencial que há naquilo que se observa.

Para realizar a apreensão daquilo que se dispõe a contemplar, o pesquisador lança mão da consciência, a qual não é uma estrutura abstrata, em geral. Trata-se de uma consciência sobre alguma coisa com a qual o sujeito teria uma vivência que circule com certa desenvoltura pelo campo pesquisado, que é o seu pré-reflexivo. A consciência está intimamente relacionada com a intencionalidade, podendo-se dizer até que a consciência é a própria intencionalidade.

Essa concepção de fenômeno tem como consequência uma forma particular de entender a realidade, que está associada à própria consciência, mas não somente a ela, nasce na confluência da consciência individual com a coletiva, e está condicionada pela convergência de outras intencionalidades também voltadas para o fenômeno. Assim, é usual dizer que a realidade é perspectival e existem tantas realidades quantas forem as diferentes formas de compreender, interpretar e comunicar os fenômenos.

Esse modo de ver a realidade pode parecer vulnerável a críticas, principalmente aquelas empregadas do pensamento positivistas. Entretanto, retomando a concepção de percepção, que ocorre por meio de vínculos com outros sujeitos, descartando qualquer conotação subjetiva, o que faz a diferença é o fato de se valorizar a busca da objetividade por meio da subjetividade e do conhecimento objetivo concebido como uma construção, e não como algo dado *a priori*.

Na abordagem fenomenológica, a garantia da objetividade é a própria forma de conceber a percepção do fenômeno. A percepção não pode ocorrer se o sujeito não mantiver um contato íntimo com o fenômeno.

Ao realizar uma abordagem fenomenológica, faz-se necessário, enquanto pesquisadores, que tenhamos uma convivência compartilhada e experienciada com o fenômeno a ser investigado.

As experiências de vida, sejam elas de fundo sociológico ou psicológico, influenciam diretamente a análise de um fenômeno. Assim, a abordagem fenomenológica consiste, não negando essas influências, em extrair desses fenômenos o sentido universal.

Segundo Pais:

> Na abordagem fenomenológica a experiência não é entendida simplesmente no seu sentido da prática repetitiva e utilitária que o termo pode sugerir. A experiência deve ser compreendida, sobretudo como experiência vivenciada pelo sujeito que busca o conhecimento (PAIS, 2008, p. 10)

Vale lembrar que, para a fenomenologia, o termo experiência não é empregado na sua acepção corriqueira, mas, sim, como o conjunto de todas as vivências enriquecidas pela prática refletida e pela experiência crítica. Temos, então, que o que importa é a prática enquanto ação refletida e não somente atitude pragmática.

A reflexão não acontece de forma externa ao mundo da prática, pois ela deve nascer a partir dessa ação já incorporada a uma reflexão sobre as experiências vividas conscientemente no mundo da vida.

Para a condução desta pesquisa, tomamos da fenomenologia que a experiência do conhecimento não é algo isolado, fruto da ação individual. Na educação, os fenômenos raramente são experienciados de forma isolada. O que prevalece é a elaboração do conhecimento de forma co-participativa onde a subjetividade é uma construção coletiva. No espaço da sala de aula, as experiências são vividas de forma comunitária, envolvendo todas as pessoas de modo a terem uma vivência comum, onde as experiências, as interpretações, as incompreensões são partilhadas por uma mesma coletividade, que formam a esfera da intersubjetividade.

É por meio dessa intersubjetividade que se estrutura a busca da verdade, sendo a linguagem um dos meios utilizados na sua elaboração.

Para BICUDO (2006, p. 112), "Ao trabalhar com as manifestações da coisa na percepção de quem percebe, a fenomenologia coloca em evidência a linguagem, entendida como expressão do sentir". Encontramos, também, em BICUDO (2000, p. 35), que "Pensamento e linguagem constituem uma totalidade, uma estando envolvida no outro, pois o primeiro avança por fulgurações, por flashes de evidências que se perderiam se não fossem concretizados pelos meios de expressão que os fazem existir". Nessas duas citações, podemos perceber o peso e o valor da linguagem, que se encontram presente no cotidiano na sala de aula na forma falada, gestual e escrita. Essa manifestação da linguagem expressa a experiência vivida por quem habita o universo da sala de aula.

A interpretação da verdade, para a fenomenologia, acontece como um desvelamento da essência contida num fenômeno percebido, que é chamado de *alethéia*, podendo ser traduzido como clareira.

De maneira prática, o desvelamento acontece pela descrição exaustiva do fenômeno obtido por sucessivas interpretações hermenêuticas, isto é, pela leitura e releitura do fenômeno.

À medida que a análise é empreendida na pesquisa, aparecem os primeiros elementos para elaboração de um discurso que explica o que está sendo compreendido. Antes de chegarmos à interpretação fenomenológica, propriamente dita, existem dois instantes que se destacam por sua importância: epoché e redução fenomenológica. Sobre o primeiro, já falamos anteriormente quando destacamos a necessidade de colocar o conhecimento em suspensão. Quando fazemos isso, alguns dados de nossa observação são destacados por tocarem mais de perto o nosso interesse enquanto pesquisador. Esses dados são denominados unidades de significado.

Assim sendo, quando fazemos as interpretações hermenêuticas, estamos em um trabalho de busca das unidades de significado. Sendo as unidades de significado extraídas do discurso do sujeito, ao olharmos para a sala de aula, mais precisamente as práticas didáticas do professor quando estuda números racionais com seus alunos, entendemos que esse discurso se expressa, também, nas tarefas que ele encaminha aos seus alunos. Dessa maneira, assumimos, neste trabalho, que as tarefas são as unidades de significado do discurso didático do professor.

A análise de um discurso, na fenomenologia, apresenta várias unidades de significado, podendo existir, muitas vezes, unidades que se repetem. Essas, quando agrupadas, formam as confluências temáticas. Ao dizermos, aqui, que as unidades se repetem, queremos expressar que elas possuem um mesmo valor no processo de interpretação hermenêutica, não significando, com isso, que estejam redigidas com as mesmas palavras, mas, sim, que dizem a mesma coisa umas das outras.

Reportando-nos ao objeto desta pesquisa, quando o professor encaminha tarefas aos alunos, na maioria das vezes, o faz de modo que algumas sejam semelhantes, isto é, dizem a mesma coisa. Entendemos, então, que esse agrupamento de tarefas também é uma confluência temática ou que os Tipos de tarefas, como proposto pela Teoria Antropológica do Didático, equivalem às confluências temáticas propostas pela fenomenologia.

A esse processo de identificação das unidades de significado e dos agrupamentos dessas unidades em confluências temáticas, denominamos de análise ideográfica.

Após a análise ideográfica, procede-se a análise nomotética. Essa análise é a fase da pesquisa que procura identificar generalidades e normatividade entre as confluências temáticas retiradas dos discursos. Essa é a etapa em que se realiza a passagem do discurso lido no sentido individual para uma leitura geral desse discurso. É importante destacar que esta análise não tem o propósito de estabelecer qualquer tipo de lei ou regra geral, mas de, apenas, no máximo, fazer generalizações a partir de proposições individuais. Para a fenomenologia, esse é o momento de ápice da pesquisa, sendo que as interpretações serão feitas pelos olhares de quem lê o trabalho.

2.2 - Articulação entre Fenomenologia e TAD

Assumimos a articulação entre a Teoria Antropológica do Didático e a Abordagem Fenomenológica por vários fatores que nos levam a esse convencimento. Em primeiro lugar, nossa opinião é que existem várias maneiras de conduzir uma pesquisa com base no pensamento fenomenológico. Na maneira como se tem cultivado no contexto do nosso grupo de pesquisa[3], temos, sim, a defesa de uma teoria didática que tem sido estudada nos últimos anos. Entretanto, tentamos justificar alguns pontos, com argumentos que, pensamos, permitem-nos utilizar essas duas teorias, uma como referencial teórico para analisar as práticas docentes, a outra, para delinear a nossa maneira de conceber, organizar e conduzir a prática de pesquisa.

Ir-as-coisas-mesmas é um pressuposto básico do pensamento fenomenológico aplicado à área da educação. Ora! Foi exatamente isso que tentamos fazer, indo ao espaço da sala de aula, onde as práticas, ou melhor dizendo, as praxeologias são efetivamente vivenciadas pelos professores. Assim, pensamos que, de forma alguma, o fato de termos um referencial teórico prévio, inviabiliza o retorno ao efetivo mundo-da-vida escolar.

Em nosso entendimento, quando Chevallard (2001) define que a Atividade Matemática insere-se no contexto das Atividades Humanas e das instituições sociais, não estaria, esse princípio, em consonância com o retorno ao mundo efetivo dos fenômenos?

Os discursos dos quais extraímos as unidades de significado, parte dele, constitui-se em uma espécie de fonte viva de tecnologias e teorias.

Outro argumento que podemos elencar para mostrar a proximidade do pensamento fenomenológico com a TAD, e, possivelmente, o mais forte deles, é a origem do termo praxeologia e da noção a ele associada, tratar de uma teoria geral de eficiência do trabalho humano. T. Kotarbinsky liderou um grupo de lógicos poloneses e

---

[3] GPHEME / CNPq - GRUPO DE PESQUISA EM HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA ESCOLAR, cadastrado no Diretório dos Grupos de Pesquisa no Brasil - CNPQ

desenvolveu a referida teoria, que foi apresentada, na década de 1930, em congresso de filosofia na França. Por outro lado, esse filósofo polonês estava diretamente ligado ao outro, só que alemão, chamado Edmund Husserl (1859-1938), o principal pensador do século XX no campo da fenomenologia. Em outras palavras, a teoria do filósofo polonês bebeu em legítimas fontes fenomenológicas, ao formular uma teoria que procura compreender como o trabalho humano pode tornar-se eficiente.

Nos textos de autoria de Yves Chevallard, autor proponente da Teoria Antropológica do Didático, dos quais tivemos acesso, nada nos foi possível encontrar em termos de referência que possa ligar essa teoria didática com o pensamento dos lógicos da Escola de Varsóvia. Entretanto, segundo nosso entendimento, a procura de métodos mais eficientes para a resolução de um problema é um princípio comum as duas teorias, com a diferença de que uma tem uma abordagem de fundo didático e outra de aspecto filosófico (fenomenologia).

Para finalizar nossas considerações a respeito da proximidade da TAD com o pensamento fenomenológico, recorremos ao texto de D'Amore (2006), quando esse autor afirma que o Programa Epistemológico ao qual a TAD está vinculado é conduzido por um pensamento pragmático. Dessa maneira, como os autores poloneses ao proporem a noção de praxeologia, também falaram em termos de eficiência nos processos de resolução de problemas. Portanto, consideramos muito difícil pretender, apressadamente, insinuar uma separação entre a TAD e o pensamento fenomenológico.

2.3 – Procedimentos metodológicos

Os dados e informações, aqui apresentados, foram coletados junto a quatro professores que atuam em uma turma de sexto ano e duas turmas de sétimo ano do Ensino Fundamental, em estabelecimento de ensino público da cidade de Dourados – MS. Uma das turmas de sétimo ano teve, no decorrer da pesquisa, a regência das aulas feita por duas professoras, pois a docente efetiva teve que se ausentar de suas atividades em função de licença médica. Esses docentes, de uma lista inicial de nove professores, prontificaram-se a colaborar nessa pesquisa. A lista inicial foi elaborada partindo do conhecimento prévio que tínhamos, enquanto professor, da lotação em escolas da cidade que oferecem turmas dessas etapas escolares. Num primeiro contato, eles se mostraram dispostos a colaborar, todavia, na medida em que se fazia necessário estabelecer um cronograma de participação do pesquisador no ambiente de sala de aula, surgiram dificuldades, entre elas, o fato de que algumas aulas aconteciam nos dias em que o pesquisador se encontrava em aulas do Mestrado, em Campo Grande. Outro obstáculo encontrado foi o protelamento do início da participação de alguns sob justificativas variadas, tais, como, a de não haver ainda iniciado o estudo dos racionais com seus alunos, a turma não estar ainda preparada para a presença do pesquisador, etc. Dessa forma, percebemos que alguns procuravam justificativas para não participarem de fato. À medida que fomos percebendo isso, procuramos não insistir, pois entendemos ser de direito a não participação e que, às vezes, não é fácil dizer não ao pesquisador.

Estabelecido, então, o grupo que efetivamente participaria desta pesquisa, acordamos, com os professores, que seria feito acompanhamento de algumas aulas em que esses docentes desenvolveriam o estudo dos Números Racionais com seus alunos.

As aulas desses docentes foram acompanhadas no ano letivo de 2007 e distribuídas da seguinte maneira: cinco aulas do professor João, distribuídas em quatro dias; duas aulas da professora Sandra, distribuída em um dia; duas da professora Maria, distribuída em dois dias e seis da professora Joana, distribuída em três dias. Nesse acompanhamento, foram anotadas todas as ações desenvolvidas e ocorridas no ambiente da sala de aula, tais como, gestos, falas e perguntas do professor e dos alunos, ostensivos escritos na lousa, recados dados por outros professores ou coordenador no decorrer da aula de matemática, enfim, tudo o que se passava no ambiente da sala quando se conduzia o estudo dos números racionais.

Feita a coleta de informações, passamos à fase de leituras e reflexões sobre os ostensivos colhidos para que pudéssemos identificar as tarefas e os tipos de tarefa que esses docentes trabalharam com seus alunos. Visamos, com esse procedimento, identificar o discurso didático do professor que se expressa por meio das tarefas matemáticas que ele conduz com seus alunos.

Uma segunda fonte de informações foi agregada, com o intuito de dar maior consistência aos dados da nossa pesquisa. Trata-se dos cadernos de matemática de um aluno da professora Joana, um aluno da professora Sandra e um aluno da professora Maria. O professor João não forneceu nenhum caderno de aluno. Esses cadernos foram fornecidos ao final do ano letivo de 2007, para o pesquisador, pelos professores, que selecionaram os alunos que eles entendiam ter os cadernos com as informações mais completas e detalhadas do trabalho realizado por esses docentes. Esses cadernos foram acolhidos como fonte complementar, uma vez que eles apresentam, por sua natureza, o ostensivo de todo o trabalho realizado em sala de aula, o que nos permite realizar uma triangulação dos dados.

Outra etapa no levantamento das informações utilizadas nesta pesquisa, consistiu em realizar, com esses professores, uma entrevista na qual a pergunta norteadora foi *Como você ensina Números Racionais?* As respostas foram gravadas e, posteriormente, transcritas e lidas por diversas vezes, a fim de extrairmos as unidade de significado e, assim, procedermos ao tratamento Fenomenológico.

Tais procedimentos nos permitirão atingir de maneira mais fiel possível os objetivos específicos que foram definidos para esta pesquisa, ou seja, o de fazer a identificação dos diferentes Dispositivos Didáticos e Estratégias Metodológicas utilizados pelos professores, a descrição de quais são as Atividades Matemáticas mais utilizadas, a verificação das Regras, Propriedades e Teoremas e a caracterização dos Aspectos Conceituais e Epistemológicos relativos ao estudo dos números racionais.

Capítulo III – ANÁLISE DAS PRÁTICAS DOCENTES

Apresentamos, aqui, neste capítulo, a análise das práticas didáticas que identificamos no transcurso da nossa pesquisa. Para analisar essas ações, organizamos o capítulo em duas partes: A primeira trata dos aspectos das práticas efetivas que os professores implementam em sala de aula, ao conduzirem o estudo dos números racionais com seus alunos, a análise praxeológica. A segunda, a análise dos discursos docentes, apresenta os discursos desses docentes ao responderem a entrevista, onde foi feita a pergunta diretriz *Como você ensina números racionais?* O propósito dessa entrevista é o de apresentar a visão que esses docentes possuem de sua própria prática.

3.1 - Análise Praxeológica

Nas observações das práticas docentes em sala de aula, identificamos doze tipos de tarefas, no sentido definido por Chevallard (1999), as quais se encontram descritas nos anexos 1, onde estão registradas todas as tarefas tal como encaminhadas por cada professor, e 2, onde apresentamos uma tabela com a classificação dessas tarefas por Tipo de tarefa, segundo nosso entendimento. Na continuidade da nossa descrição, esses tipos de tarefas serão denotados pelo símbolo **T**, seguido de um índice de 1 a 12, denominadas pelas seguintes expressões: (T_1) somar duas frações com denominadores iguais; (T_2) Somar frações com denominadores diferentes; (T_3) Multiplicar frações; (T_4) completar com o símbolo de $\in$ ou $\notin$ a relação existente entre um número dado e um dos conjuntos **N**, $\mathbb{Z}$ ou $\mathbb{Q}$; (T_5) Dividir números racionais; (T_6). Resolver problemas envolvendo a divisão de dois números racionais; (T_7) Dada uma porcentagem, representá-la na forma de fração centesimal e simplificar; (T_8) Escrever um número racional como quociente entre dois números inteiros; (T_9) Escrever por extenso a leitura de um número racional; (T_{10}) Fazer uso de uma figura para representar uma fração; (T_{11}) Dado um número, calcular certa porcentagem desse número; (T_{12}) Calcular o valor de uma expressão numérica envolvendo números racionais.

Para conseguir um maior grau de refino na análise, optamos por analisar cinco dos doze tipos identificados. Os tipos que estaremos analisando a seguir representam quase oitenta por cento do total de tarefas trabalhadas pelos professores com seus alunos.

A TAD estuda os diversos aspectos da didática. Quando falamos em Organização Didática - OD e Organização Matemática - OM não estamos considerando as mesmas separadas, mas sim entrelaçadas. Ostensivos e momentos de estudo não estão separados de OM e OD, isto é, ao falar de uma técnica matemática ou didática, existem momentos de estudo e diferentes ostensivos de forma essencialmente integradas uns aos outros. Dessa maneira, a divisão que fazemos na parte da análise, separando OM, OD, Aspectos de linguagem e momentos de estudo é apenas com a intenção de organizar o texto e não pretende de forma alguma insinuar dissociações entre elementos fundamentais da organização praxeológica.

Achamos oportuno lembrar aqui, como já apresentado nos procedimentos metodológicos, que a análise praxeológica que estaremos desenvolvendo é feita com os dados coletados junto a quatro professores, quando assistimos às aulas ministradas por esses docentes, e também por meio dos cadernos de alunos selecionados por esses profissionais.

3.1.1 - Tipo de Tarefa T_1 – Somar frações com denominadores iguais

Entre todas as tarefas relativas ao estudo dos números racionais, destaca-se um tipo particular que consiste em *somar duas frações com o mesmo denominador*.

Esse tipo de tarefa foi trabalhado pela metade dos professores colaboradores de nossa pesquisa, com uma frequência relativamente baixa em termos de quantidades de tarefas. Supomos que isso tenha ocorrido em função de tal tipo de tarefa já ter sido trabalhado pelos professores em outros momentos da vida escolar do aluno, como, por exemplo, no quinto ano do Ensino Fundamental. Uma visualização mais precisa desse Tipo de tarefa pode ser encontrada no Anexo 1, por exemplo, as tarefas t_{170}; t_{171}; t_{236}; t_{253}; t_{256}. Esclarecemos que, quando estivermos empregando as palavras *professores* e *professores colaboradores*, que estamos assumindo como sinônimos, nós o faremos independente de gênero.

Organização Matemática - OM

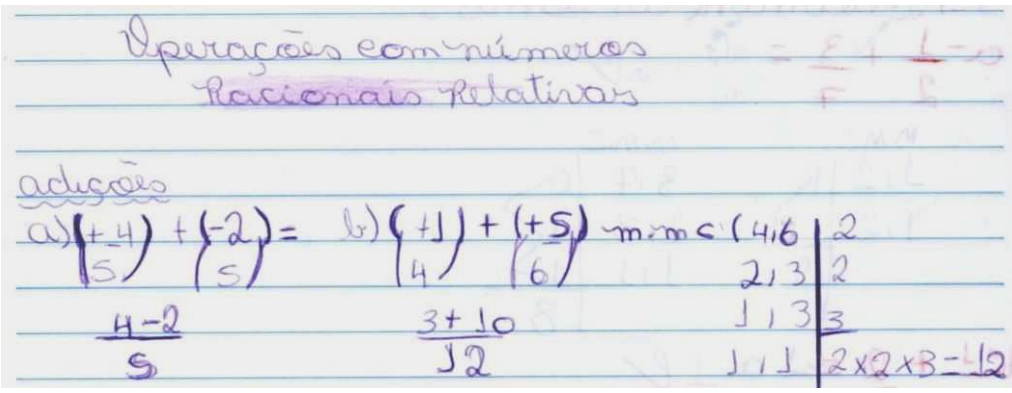
Para fazer a análise da Organização Matemática do Tipo de tarefa T_1, assumimos, aqui, o conceito de soma utilizado no conjunto dos números inteiros (Z), pois os professores trabalharam esse conjunto numérico antes de desenvolverem o estudo dos números racionais com os seus alunos.

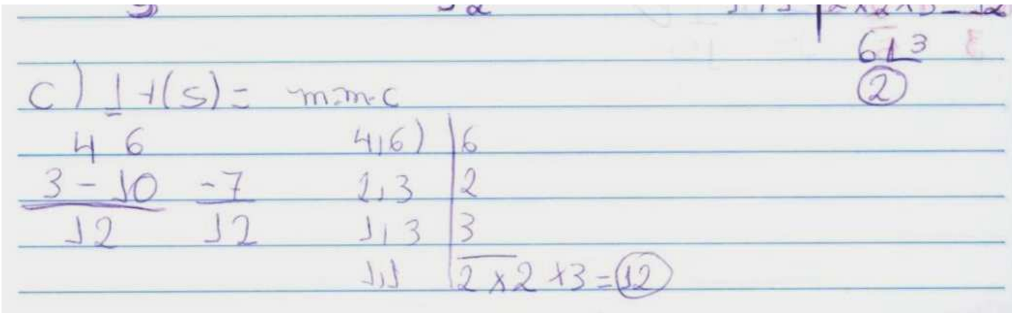
Para conduzir a análise praxeológica é importante destacar que nossa intenção é descrever e analisar práticas implementadas pelo professor proponente da tarefa. Em outros termos, quando se tratar de um elemento praxeológico sugerido por nós, vamos cuidar para que isso fique claro no texto. A técnica usada pelo docente será descrita por nós, entretanto a identificação dos elementos tecnológicos em cada tipo de tarefa é de nossa responsabilidade.

Descrição da técnica e dos elementos tecnológicos

Técnica τ_1	**Elementos tecnológicos**
1) Manter o denominador das frações.	Na soma de frações com mesmo denominador, está se somando unidades de uma mesma grandeza. Portanto a soma é representada pela soma dos numeradores, os quais representam essas unidades das grandezas envolvidas na soma. Também há o emprego da soma no conjunto dos números inteiros, como ampliação do campo aditivo.
2) Somar os números nos numeradores.	

Para ilustrar a técnica acima descrita a qual foi efetivamente trabalhada em sala de aula, como exemplo, apresentamos um fragmento de uma tarefa desse tipo que se encontra num dos cadernos dos alunos. Essa fonte, como já esclarecemos, nos foi fornecida pelos professores que participam da pesquisa.





(figura 2 – fragmento do caderno de aluno da Prof.ª Sandra)

O fragmento acima apresenta a forma como a professora encaminhou o estudo desse tipo de tarefa, em sala de aula. Percebe-se, pelo ostensivo escrito o qual foi copiado da lousa, pelo aluno, que a docente trabalha com os discentes uma só tarefa desse tipo nesse instante da aula, ou seja, quando estava ensinando o trabalho com a técnica a professora utiliza apenas um exemplo. Isso reforça nossa convicção de que esse tipo de tarefa foi tratado pela professora como já sendo de conhecimento do aluno, o qual já havia estudado a soma de frações com denominadores iguais em outra época da vida escolar do mesmo.

Aspectos teóricos da organização matemática

No que diz respeito à teoria correspondente aos elementos tecnológicos descritos, entendemos tratar-se de conteúdos da disciplina de Matemática estudada nas séries iniciais do Ensino Fundamental, mais especificamente, no domínio de estudo Números e Operações. Esse domínio de estudo é o que trabalha o conceito de soma como sendo o de juntar quantidades, que é então expresso por um número que as contém. Assim, num primeiro momento, ao realizar a soma de frações com denominadores iguais, utilizamos os conceitos de fração e seus termos, numerador e denominador. O conceito de fração explorado preferencialmente pela professora é o de relação parte-todo, onde o denominador indica em quantas partes iguais a unidade foi dividida e o numerador indica quantas dessas partes foram tomadas. O conceito de soma de números inteiros é tratado como uma ampliação do campo aditivo, podendo representar acréscimo (+) ou falta (–), orientações e posições relativas na reta de números reais.

Organização Didática - OD

O professor, quando ministra sua aula, não objetiva a discussão de práticas didáticas com seus alunos, mas, sim, a discussão de um conteúdo matemático específico. Portanto, a identificação de elementos praxeológicos, tais como, a explicitação dos elementos tecnológicos e teóricos relacionados ao conteúdo estudado no desenvolvimento da aula será tarefa nossa.

Para conduzir a Organização Didática relativa ao Tipo de tarefa T_1, optamos por escolher os procedimentos conduzidos pela professora Sandra com a intenção de conseguir um grau mais refinado de análise, pois, caso contrário, se fossemos analisar as Organizações Didáticas de cada um dos quatro professores, perderíamos a profundidade da análise. Esse procedimento de escolher um professor para fazer a análise da Organização Didática será também praticado por nós na análise dos próximos tipos de tarefa.

A escolha do professor, cuja Organização Didática analisamos, ocorreu em função da quantidade de informações disponibilizadas no caderno de um aluno dessa professora que nos foi dado pela mesma. Acreditamos que isso contribui na análise das praxeologias. Esclarecemos que tais informações foram coletadas por meio de nossa participação enquanto observador na sala de aula e, também, mediante apontamentos realizados em cadernos de alunos que nos foram cedidos pelos próprios professores colaboradores, uma vez que, por motivos de disponibilidade de tempo, nem sempre pudemos estar presentes em todas as aulas em que o professor trabalhou com números racionais.

Ao iniciar a análise das organizações didáticas, gostaríamos de esclarecer algumas dificuldades que tivemos no grau de refino desse tipo de análise. Pelo fato de nós não termos tido condição de assistir a todas as aulas, para alguns tipos de tarefa, as análises das OD não foram realizadas com o grau de refino ideal. Enfatizamos, porém, que se trata de apenas alguns tipos de tarefa, pois, na maioria dos casos, conseguimos obter informações importantes para descrever as práticas docentes. Essa dificuldade metodológica deve-se ao fato de que, com base somente nos ostensivos nos cadernos, não temos condições de fazer afirmações categóricas quanto às práticas que foram efetivamente implementadas em sala de aula. Entretanto, pensamos que as anotações retiradas dos cadernos fornecem, pelo menos, alguns traços da OD implementada pelo professor. Dessa maneira, quando nós estivermos descrevendo a Organização Didática, procuraremos deixar claro os dados efetivos que temos para analisá-la.

Nesses ostensivos, percebemos que esse tipo de tarefa, somar duas frações com o mesmo denominador, foi desenvolvido com os alunos de maneira que eles seguissem um exemplo dado pela professora, no qual a técnica de resolução foi a de manter o denominador e somar os numeradores. Em termos gerais, a professora Sandra utiliza a técnica usual de apresentar um modelo e levar o aluno a praticar os procedimentos contidos nesse modelo.

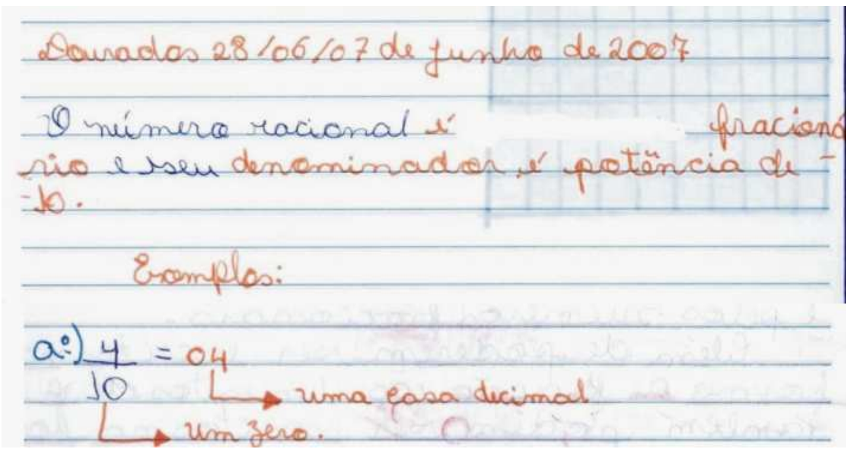
Essa maneira de trabalhar com a tarefa seguindo um modelo dado pelo professor sem maiores explicações, levam-nos a identificar, certa mecanização na aplicação da técnica matemática, sem a justificativa tecnológica que é o discurso lógico que valida a técnica. Há a possibilidade de que tal discurso possa ter acontecido oralmente por parte do professor, ou que ele já tenha partido da premissa de que os alunos tinham pleno domínio da técnica matemática já trabalhada em momento anterior de sua vida escolar. O que nos leva a tal constatação é o fato de que duas das três tarefas desse tipo, trabalhadas em sala de aula, estão resolvidas do mesmo modo no caderno de dois alunos distintos de uma mesma turma. Quanto às resoluções observadas, constatamos que elas encontram-se com imprecisões nos dois cadernos. A outra tarefa encontra-se realizada de modo incorreto em um dos cadernos e no outro, para realizar a tarefa, o aluno fez uso do cálculo do mínimo múltiplo comum entre os dois denominadores iguais, apresentando o resultado correto da operação, ou seja, fez uso de uma técnica matemática diferente daquela que foi apresentada pela professora. O que pode ter levado o aluno a realizar tal procedimento é o fato de essa tarefa aparecer em um enunciado comum a várias tarefas de outro tipo onde se fazia necessário o cálculo do mínimo múltiplo comum.

Pelas constatações acima elencadas, somos levados a crer que esse tipo de tarefa foi tratado pela professora como sendo de conhecimento pleno dos alunos e que não necessitaria de nenhum tipo de correção, pois as fontes de referência, como os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN e o livro didático, indicam que tal operação é tratada em anos anteriores na vida escolar do aluno. Contudo, é preciso observar que o próprio PCN aponta a importância do professor "conhecer a história de vida dos alunos, seus conhecimentos informais sobre um dado assunto, [...]" (BRASIL, 1998, p. 36).

Aspectos da linguagem

Analisando as organizações matemáticas e didáticas implementadas pelo professor, por meio das tarefas registradas nos cadernos dos alunos, percebemos alguns dos Ostensivos empregados pelo docente. Os principais, para conduzir esse tipo de tarefa, foram, em primeiro lugar, a língua materna, porque supomos que ele tenha iniciado sua aula perguntando e explicando os conteúdos oralmente, fazendo pequenos discursos, quando apresentou aos alunos a soma de duas frações com o mesmo denominador, remetendo, provavelmente, o fato de esse tipo de tarefa já ser do conhecimento deles. Outro recurso de linguagem que constatamos ter sido utilizado pelo professor foi o ostensivo escrito na linguagem das frações, não havendo, no entanto, nenhum tipo de evidência de que tenha sido usado outro tipo de ostensivo além da representação de fração, como, por exemplo, na forma de figura para trabalhar a soma de duas frações de denominadores iguais. Constatamos que o recurso do ostensivo da figura só está presente quando o professor trabalha o conceito de que *"todo número racional pode ser representado por um número decimal."* (ostensivo no caderno do aluno, copiado da lousa).

Entendemos que para um melhor entendimento do que estamos falando, é oportuno apresentar um fragmento do caderno do aluno no qual se vê com clareza esses ostensivos.

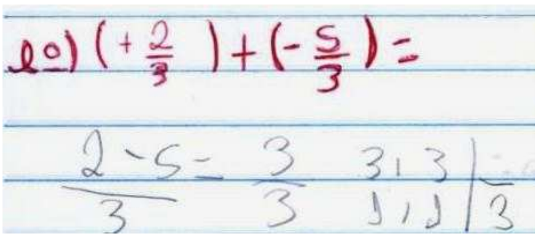

Dourados 28/06/07 de junho de 2007
O número racional é fracionário e seu denominador é potência de 10.
Exemplos:
a:) $\frac{4}{10} = 04$
→ uma casa decimal
→ Um zero.

(figura 3 – fragmento do caderno de aluno da Profª. Sandra.)

Quanto à definição registrada no caderno temos a observar que a mesma apresenta imprecisão. A definição[4] de número racional poderia ser dada como sendo todo número resultante da divisão de dois números inteiros, onde o divisor é diferente de zero. Também há uma rasura na definição que o aluno copiou, havendo a possibilidade do mesmo ter se esquecido de copiar da lousa parte da definição, o que pode ter contribuído para a falha na escrita correta do conceito em questão.

Momentos de estudo

Ao analisar esse tipo de atividade, constatamos que o momento de estudo privilegiado foi o do trabalho com a técnica, centrado na realização algorítmica da tarefa, o que pode ter ocorrido pelo fato de esse tipo de tarefa já ser do conhecimento dos alunos, e que já tenha trabalhado nas séries anteriores. Encontramos nas fontes de referência, como os PCN e livros didáticos do Programa Nacional do Livro Didático do Ministério da Educação, indicações e registros do trabalho com os racionais em anos escolares anteriores aos que estamos pesquisando. O que nos leva a tal conclusão é o fato de termos, nos dois cadernos analisados, o ostensivo de poucas tarefas desse tipo. Um dos ostensivos de que falamos está reproduzido abaixo.



(figura 4 – fragmento do caderno de aluno da Profª. Sandra.)

[4]Página 98, MATEMÁTICA E REALIDADE: 6ª série. IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. Atual Editora. 5ª edição. 2005

É visível que essa docente faz uso de um modo de condução de seu trabalho que traz logo no início a apresentação de um exemplo, presente no fragmento apresentado no subitem *Descrição da técnica e dos elementos tecnológicos*, onde é exposta ao aluno uma técnica para resolver a tarefa. Esta é seguida, provavelmente, de uma manifestação oral enfatizando os passos que compõem essa técnica e finalizando com o encaminhamento de resolução de exercícios para treinar a técnica apresentada. Segue uma rotina que é uma tríade: resolução de um exemplo, reforço oral dos passos da técnica e praticar a técnica por meio da resolução de exercícios.

Essa organização didática, analisada segundo a caracterização feita por Gascón (2003), localiza-se no plano determinado pelas práticas tecnicistas e teoricistas compondo assim o plano das práticas clássicas. Entretanto, podemos dizer que as práticas docentes descritas nesse tipo de tarefa tendem mais para o eixo do tecnicismo.

Constatamos que a condução desse tipo de tarefa, por parte da professora, tem primazia o treino e o uso de algoritmos, fatos que nos permitem classificar a sua prática didática como tecnicista. Tal opção, segundo GASCÓN, pode provocar insucesso na aprendizagem, o qual é mais evidente e danoso quando afeta os níveis mais elementares do ensino da Matemática.

Observamos que na condução do estudo, desse tipo de tarefa, não houve o momento de exploração do tipo de tarefa. A docente parte da premissa que o aluno já conheça a mesma. Acreditamos que isso não seja realmente verdadeiro, pois encontramos nos cadernos dos alunos, que nos foram fornecidos pela professora, tarefas desenvolvidas de maneira incorreta pelos mesmos. Esse fato reforça nossa convicção de que a prática didática docente deve privilegiar os momentos de estudo, pois partir do pressuposto que o aluno aprende todos os conteúdos matemáticos propostos para uma determinada série escolar, é mito. Acreditamos que o aprendizado se dá no processo dos sucessivos encontros e reencontros com uma obra matemática ao longo de sua vida escolar.

Percebe-se também que é prática usual, por parte da docente, fazer um pequeno resumo “teórico” do assunto que ela está trabalhando com seus alunos. Entretanto vale salientar que nem sempre o que é registrado enquanto “teoria” é realmente trabalhado como tarefa. Exemplo claro disso é o fato de não termos encontrado nenhum tipo de tarefa que estivesse articulando o ostensivo da representação fracionária com o ostensivo da representação decimal.

3.1.2 - Tipo de Tarefa T_2 – Somar frações com denominadores diferentes

Esse Tipo de tarefa consiste em: *Dadas as frações* $\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_3}, \frac{a_4}{b_4}$, *somar* $\frac{a_1}{b_1} + \frac{a_2}{b_2} + \frac{a_3}{b_3} + \frac{a_4}{b_4}$.

Na definição desse tipo de tarefa, incluem-se as tarefas que tratam da soma de duas frações, de três frações ou de quatro frações. Essa apresentação é, assim, feita porque os professores, ao trabalharem esse tipo em sala de aula, utilizam com seus alunos o pressuposto de que, para somar três frações, primeiro, devem-se somar as duas primeiras e, depois, o resultado com a terceira. Essa condução também é feita pelos professores quando apresentam somas com quatro parcelas.

Esse tipo de tarefa foi trabalhado pelos quatro professores e, se acrescentarmos as tarefas pertencentes a T_1, esses dois tipos perfazem, nada menos, cerca de um quarto das quase três centenas de exercícios que se encontram relacionados no anexo 1. Percebemos, assim, que a soma de frações, com denominadores iguais ou diferentes, é uma atividade matemática escolar expressiva, do ponto de vista quantitativo. Trata-se, segundo nosso entendimento, do que Chervel (1990) considera como "disciplina escolar", ou seja, no contexto do nosso trabalho, somar frações é uma atividade característica da matemática escolar nos anos escolares pesquisados.

Conforme mostra o anexo 2, 53 tarefas foram por nós inseridas nesse tipo, mas observamos que incluímos nesse total os exercícios propostos por dois dos quatro professores que, além de pedir para somar frações com denominadores diferentes, pedem uma "tarefa" complementar.

O primeiro caso é o do professor João que pede para apresentar o resultado da soma em forma de frações mista, solicitando, também, que o aluno faça uma representação gráfica para ilustrar o resultado da soma. Nesse caso, percebemos que o professor João procura articular diferentes Objetos Ostensivos, porém optamos por não definir um caso particular de tipo de tarefa, por entender que a parte essencial da atividade envolve a soma de frações com denominadores diferentes.

Outro caso é o da professora Joana, que pede, nas somas de frações com denominadores diferentes, que o resultado seja simplificado sempre que possível. Percebemos que esse procedimento é solicitado em todas as trinta e seis tarefas propostas por ela. Identificamos, aqui, que, para essa professora, a simplificação de frações é tão importante quanto a própria soma em si. Consideramos que essa não é uma prática institucionalizada, mas uma ação mais em caráter individual, pois, segundo nosso entendimento, não é tão importante assim determinar a obrigatoriedade de simplificar a fração.

Organização Matemática

No trabalho com esse Tipo de tarefa, os professores fizeram uso do conceito de mínimo múltiplo comum entre dois ou mais números, calculado pelo método das divisões sucessivas. Esse conceito é tido como pré-requisito pelos professores para trabalhar T_2. Para eles, tal precedência encontra justificativas no fato de que, para realizar a soma entre frações com denominadores diferentes, há necessidade de realizar a substituição dessas frações por outras equivalentes, de modo que todas tenham o mesmo denominador. Nesse sentido, a opção dos professores é a de realizar a substituição das frações por outras equivalentes que tenham o denominador comum e que este seja o menor possível.

Outro aspecto presente e importante nesse tipo de tarefa, é o uso da propriedade associativa da soma, presente de forma explícita em algumas tarefas, quando é solicitado, por exemplo, que se faça soma de três frações.

Descrição da técnica e dos elementos tecnológicos

<table>
<tr><th>Técnica τ_2</th><th>Elementos tecnológicos</th></tr>
<tr><td>1) Calcular o Mínimo Múltiplo Comum entre os denominadores.</td><td rowspan="5">A soma pressupõe junção de grandezas iguais. Como nesse caso as frações representam grandezas diferentes, primeiro encontram-se representantes nas classes de equivalência de cada fração envolvida na soma, de tal forma que esses representantes tenham denominadores iguais, representando assim a mesma grandeza.

A partir daí o procedimento justifica-se pelo exposto em T_1, ou seja, a soma de frações com mesmo denominador está somando unidades de uma mesma grandeza. Portanto a soma de frações é representada pela soma dos numeradores, os quais representam essas unidades das grandezas envolvidas na operação. Também há o emprego da soma no conjunto dos números inteiros, como ampliação do campo aditivo.</td></tr>
<tr><td>2) Substituir os denominadores pelo Mínimo Múltiplo Comum.</td></tr>
<tr><td>3) Substituir os numeradores pelo resultado do Mínimo Múltiplo Comum dividido pelo denominador e multiplicado pelo numerador.</td></tr>
<tr><td>4) Manter Mínimo Múltiplo Comum como denominador das frações.</td></tr>
<tr><td>5) Somar os números nos numeradores.</td></tr>
</table>

Aspectos teóricos da organização matemática

Os elementos tecnológicos descritos para realizar esse tipo de tarefa encontram-se justificados no conceito de classe de equivalência e de soma de números. Esse último já foi descrito quando tratamos de T_1, e o conceito de frações equivalentes é proposto, pelos PCN, para ser trabalhado nas séries que correspondem ao segundo ciclo do Ensino Fundamental.

Organização Didática

Para o estudo da Organização Didática relativa ao Tipo de tarefa T_2, nossa opção foi escolher os procedimentos conduzidos pela professora Maria e pelo professor João. Essa escolha justifica-se pela qualidade das informações que esses professores forneceram para nossa análise. Ao utilizarmos a expressão "qualidade das informações" estamos considerando aspectos como quantidade de tarefas registradas no caderno do aluno bem como conceitos e teorias trabalhados pelos docentes em sala de aula que foram escritos na lousa e copiados pelos alunos. Também consideramos o fato de que contribui positivamente para a coleta de informações a oportunidade de, pessoalmente, coletarmos esses dados assistindo às aulas. No caso da Professora Maria, analisamos dados contidos no caderno do aluno e, no caso do professor João, baseamo-nos nas observações que nós mesmos colhemos diretamente em sala de aula. Portanto, conforme observado anteriormente, nesse segundo caso, a análise da OD contém informações mais detalhadas.

Professora Maria: Esse é um tipo de tarefa em que nossa fonte de informações também está sustentada nos ostensivos feitos pelos alunos em seus cadernos. Para desenvolver esse Tipo de tarefa, a professora propõe aos alunos várias tarefas nas quais eles devem somar frações escritas como número racional, isto é, a fração é dada entre parênteses e acompanhada do sinal de (+) ou (–). O encaminhamento dado pela professora é o de resolução algorítmica das tarefas, onde se devem encontrar e substituir as frações dadas por frações equivalentes de mesmo denominador e que seja o menor possível, para, em seguida, realizar a soma dessas frações, como apresentado no tipo de tarefa T_1.

Essas tarefas, encaminhadas pela professora e realizadas pelos alunos, foram vistadas por ela, uma a uma. Ao final do bloco de tarefas, ela assinou as páginas do caderno do aluno que contém os ostensivos do trabalho realizado, certificando, dessa maneira, que o modo de fazer a tarefa, pelo aluno, é válido. O desenvolvimento proposto pela professora para esse Tipo de tarefa é o de fazer a abordagem por meio de uma única técnica de resolução, que é o da utilização do algoritmo para obtenção de frações equivalentes. No nosso entender, esse tipo de tarefa poderia, também, ter sido desenvolvido pela professora de outra maneira. Ela poderia, por exemplo, utilizar outras técnicas para realizar a soma, como, por exemplo, a de trabalhar com frações equivalentes sem que estas tivessem, necessariamente, o menor denominador comum. Ainda poderia ter explorado, para determinar o mínimo múltiplo comum, a técnica que consiste em escrever os múltiplos dos denominadores, depois verificar quais os múltiplos comuns e, por fim, qual desses elementos comuns é o menor. A importância dessa diversificação é recomendada pelo PCN quando diz:

> O importante é superar a mera memorização de regras e de algoritmos (“divide pelo de baixo e multiplica pelo de cima”, “inverte a segunda e multiplica”) e os procedimentos mecânicos que limitam de forma desastrosa, o ensino tradicional do cálculo. (BRASIL, 1998, p.67)

Observamos que o algoritmo deve ser o ponto de chegada quando se estuda um conteúdo matemático e não o ponto de partida.

Professor João: Nesse caso, nossa fonte de informação foi a observação direta das aulas ministradas pelo professor ao conduzir o estudo desse tipo de tarefa.

Para começar o estudo desse tipo de tarefa, o professor resolve, na lousa, uma das tarefas encaminhada para estudo em casa. Tal procedimento sinaliza para o fato de que já tenha acontecido, em uma etapa anterior, o início do estudo desse tipo de tarefa. Na resolução da tarefa, o professor, primeiramente, calcula o mínimo múltiplo comum entre os denominadores, usando a técnica da decomposição simultânea. Em seguida, ele substitui as frações dadas pelas equivalentes com denominadores iguais ao mínimo múltiplo comum encontrado. Nesse ponto da aula, faz-se a escrita do resultado da soma. Para dar continuidade ao estudo, o professor convida alguns alunos para que eles resolvam mais algumas tarefas na lousa. O professor aguarda a finalização das resoluções para dizer se elas estão corretas ou não.

Aspectos da linguagem

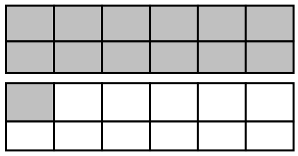
Como, para esse tipo de tarefa, apresentamos as organizações matemáticas e didáticas implementadas por dois dos quatro professores, entendemos ser necessário descrever os aspectos de linguagem presentes nas práticas desses professores na condução do tipo de tarefa em questão.

A análise do caderno do aluno nos permite dizer que a professora Maria usa de modo predominante o ostensivo da escrita na notação fracionária. Para comunicar aos alunos a técnica de resolução desse tipo de tarefa, as orientações e para comentar cada tarefa supõe-se que ela tenha feito uso do ostensivo oral.

Já o professor João faz uso do ostensivo oral, que pode ser constatado no instante em que ele calcula o mínimo múltiplo comum entre os denominadores, quando fala aos alunos que o resultado da soma da tarefa $\mathbf{t_{262}}$ pode ser simplificado, mas que isso será estudado em outra ocasião. Os ostensivos escritos, utilizados pelo professor, são diversificados, uma vez que ele articula a escrita na notação fracionária com a representação do resultado na forma de figura. Achamos oportuno transcrever o ostensivo feito na lousa pelo professor de uma tarefa resolvida.

a) $\frac{3}{4}+\frac{1}{3}=\frac{9}{12}+\frac{4}{12}=\frac{13}{12}$

$$\begin{array}{r|l} 4,\ 3 & 2 \\ 2,\ 3 & 2 \\ 1,\ 3 & 3 \\ 1,\ 1 & 12 \end{array}$$



$1\frac{1}{12}$

(figura 5 – Ostensivo copiado da lousa do prof. João)

Momentos de estudo

Constatamos, na análise desse tipo de tarefa, que o professor João conduz sua aula de modo que alguns dos momentos de estudos propostos pela TAD, como exploração da técnica e trabalho com a técnica, possam ocorrer. Identificamos uma primeira manifestação desse fato, quando, no início da aula, o professor verifica entre os alunos quais os que haviam feito os exercícios propostos para casa. Entendemos ser uma ocasião em que se proporcionou o trabalho com a técnica. Outra oportunidade, identificada por nós, em que se proporciona o trabalho com a técnica, ocorre quando da realização da tarefa na lousa por parte dos alunos.

Analisando a condução da aula, pela professora Maria, feita pelos ostensivos nos cadernos dos alunos, constata-se que, dos momentos de estudo, há uma predominância na realização algorítmica das tarefas, fazendo uso apenas da técnica.

Nossa pesquisa nos leva a concluir que, para os professores, somar frações com denominadores diferentes é a espinha dorsal no estudo dos números racionais para alunos de sexto e sétimo anos do Ensino Fundamental. Reforçando desse modo, como propõe Chervel, o estatuto de disciplina escolar.

A prática didática efetiva não condiz com as necessidades da sociedade da informação e do conhecimento, onde a presença da tecnologia informatizada está cada vez mais presente, exigindo dos integrantes dessa sociedade, o domínio e uso das representações decimais, pois não se opera a soma de racionais em uma calculadora comum com a escrita fracionária. Também vale salientar que fontes de referência, como PCN e livros didáticos propostos pelo PNLD, reforçam essa necessidade de trazer para a sala de aula práticas didáticas que levem o aluno a construir efetivamente instrumentos para o exercício pleno de sua cidadania, ficando assim devidamente inserido no mundo do conhecimento e do trabalho.

Tipo de Tarefa T_3 – Multiplicar frações

Este tipo de tarefa consiste em: *Multiplicar as frações* $\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_3}$, *com* $a_i \in \boldsymbol{Z}$ *e* $b_i \in \boldsymbol{Z}^*$, *i* $=1, 2, 3$.

Em nossas observações sobre as práticas didáticas efetivadas pelos quatro professores, percebemos que dois deles trabalharam com esse tipo de tarefa. Isso não descarta a possibilidade de que os outros não a tenham trabalhado, pois nossa afirmação aqui se dá apenas com base nos ostensivos que coletamos. Como não assistimos a todas as aulas de cada professor, supomos que esse tipo de tarefa também tenha sido trabalhado pelos outros professores, dado que é um tipo de tarefa frequente em livros didáticos e, também, recomendado pelo PCN para ser desenvolvido com os alunos.

Visando uma análise mais refinada, nesse tipo de tarefa, optamos por analisar as práticas didáticas desenvolvidas pela professora Joana, por ser a que nos forneceu a maior quantidade de informações, uma vez que tivemos acesso a sala de aula para acompanhar o desenvolvimento desse tipo de tarefa.

Organização Matemática

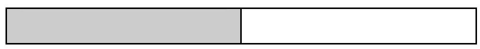
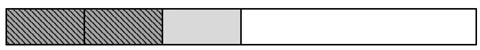
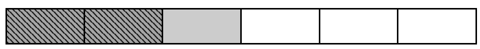
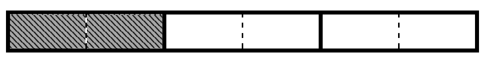
Ao trabalhar com esse Tipo de tarefa, a professora utilizou, também, o conceito de multiplicação em $\mathbb{Z}$ e a simplificação de frações. O conceito de produto entre inteiros foi assumido pela professora como pré-requisito para trabalho com o produto entre racionais. No encaminhamento das tarefas, também esteve presente de forma explícita a utilização da propriedade associativa da multiplicação quando as tarefas apresentavam o produto com mais de dois fatores.

As tarefas desse tipo não são muito numerosas se comparadas com a totalidade das tarefas encaminhadas pelos docentes, aproximadamente, uma em cada vinte, sendo que a professora Joana foi a que mais realizou tarefas desse tipo com seus alunos. Se o leitor desejar, poderá ver as tarefas desse tipo nos anexos no final deste trabalho.

Descrição da técnica e dos elementos tecnológicos

Em vista da maneira como definimos o tipo de tarefa T_3, envolvendo a multiplicação de três frações, somos levados à seguinte observação: para multiplicar três frações, uma das maneiras possíveis é multiplicar, previamente, duas delas e depois multiplicar o resultado pela terceira. Assim, como esse foi o caminho escolhido pela professora analisada, resolvemos descrever a técnica para multiplicar apenas duas frações.

Aspectos teóricos da organização matemática

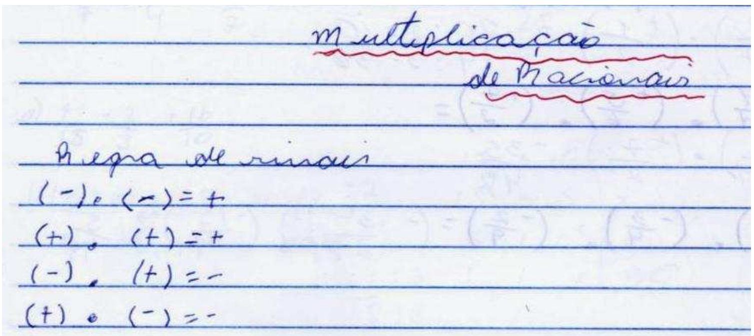
<table>
<tr><th>Técnica τ_3</th><th>Elementos tecnológicos</th></tr>
<tr><td>Multiplicar os numeradores das duas frações e considerar esse produto como o novo numerador.</td><td rowspan="4">Essa técnica envolve o conceito de fração, a multiplicação de Números Inteiros e de divisor comum. É preciso considerar que ao multiplicar duas frações está-se calculando a qual parte da unidade corresponde a primeira fração da segunda, isto é, $\frac{a_1}{b_1} \cdot \frac{a_2}{b_2}$ corresponde a obtenção de $\frac{a_1}{b_1}$ de $\frac{a_2}{b_2}$. É oportuno aqui utilizar um exemplo: $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}$ corresponde a $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$. Utilizando o ostensivo da representação figural temos:

$\frac{1}{2}$ da unidade

$\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$

$\frac{2}{6}$ da unidade

$\frac{1}{3}$ da unidade</td></tr>
<tr><td>Multiplicar os denominadores das duas frações e considerar esse produto como o novo denominador.</td></tr>
<tr><td>Aplica-se a regra de sinais para a multiplicação das duas frações.</td></tr>
<tr><td>Simplifica-se a fração quando possível</td></tr>
</table>

A resolução do tipo de tarefa T_3, como muitas outras, é realizada com o uso da propriedade associativa, ou seja, quando a multiplicação envolve mais de dois fatores, opera-se com os dois primeiros e o resultado dessa operação é utilizado para realizar o produto com o próximo fator e, assim, sucessivamente. Esse procedimento caracteriza a utilização da propriedade associativa da multiplicação de Números Racionais. É importante reforçar que as operações numéricas são binárias, mostrando assim a importância da propriedade associativa.

A simplificação de frações utilizada, em algumas tarefas, se apresenta como uma fração equivalente e irredutível que será a representante de uma classe de equivalência.

Organização Didática

Ao trabalhar a multiplicação de frações, a professora optou por iniciar a aula fazendo uma anotação da regra de sinais, na lousa, para a multiplicação de Números Inteiros, reproduzida a seguir:



(figura 6 – fragmento do caderno de aluno da Profª. Joana)

Entendemos que, desse modo, a professora julga necessário que os alunos tenham domínio prévio da multiplicação de inteiros para desenvolverem as tarefas propostas por ela sobre multiplicação de Números Racionais.

Após essa anotação, a professora escreve na lousa as tarefas tipo T_3, isto é, as multiplicações envolvendo três frações. Ela desenvolveu esse tipo de tarefa realizando, primeiramente, a multiplicação das duas primeiras frações indicadas na operação. Esse resultado foi, então, transcrito juntamente com a terceira fração. Finalmente, foi multiplicado o primeiro resultado pela terceira fração.

Na descrição dos procedimentos que a professora adota para realizar esse tipo de tarefa, vemos que, primeiramente, ela faz a multiplicação de duas frações e escreve esse resultado. Entendemos, então, que há uma tarefa inclusa na multiplicação de frações que é especificamente a de *multiplicar duas frações*. Isso é feito com propriedade pela professora ao fazer a escrita dessa operação, pois ela poderia ter levado seus alunos a, simplesmente, realizarem as operações mentalmente e escreverem apenas o resultado final. Entretanto, não foi essa sua decisão, preferindo escrever passo a passo a técnica utilizada. Acreditamos que, assim, ela proporciona ao aluno um recurso que lhe será útil quando este for retomar o estudo da tarefa futuramente.

Uma complementação a esse tipo de tarefa que foi trabalhado com os alunos, foi a de simplificar o resultado final quando possível. Esse modo de simplificação escolhido pela professora, em nosso entender, é propício. Afirmamos isso, por entender que, dessa maneira, o foco da tarefa com o aluno é preservado, levando-o a perceber que a atividade principal, nesse instante, é a de multiplicar frações. Quando afirmamos ser propício o modo escolhido pela professora, nós o fazemos comparando com outra possibilidade de condução desse tipo de tarefa, às vezes, presente em alguns livros didáticos, que seria o de simplificar as frações primeiro e depois realizar a multiplicação, procedimento presente em livros didáticos como "regra do cancelamento"[5].

Aspectos da linguagem

As organizações matemáticas e didáticas implementadas pela professora, por meio das tarefas coletadas e analisadas a partir de nossa observação "*in loco*" e, também, nos cadernos dos alunos, apresentam de modo predominante o ostensivo na língua materna e o ostensivo na linguagem das frações.

Na língua materna, há momentos de fala discursiva por parte da professora, quando ela explica a técnica de multiplicação e a forma da realização da simplificação de resultados, e momentos de diálogos entre a docente e seus alunos. Esses diálogos estão bem presentes ao surgirem perguntas por parte dos alunos, como, por exemplo, quando um pergunta "*o resultado de oito vezes seis é quarenta e oito?*", ao que ela responde "*sim*". Nesses diálogos, não observamos situações em que uma pergunta era

[5] Livro didático da Iracema Mori e Dulce Satiko Onaga, Matemática: Idéias e Desafios, 5ª série, 14 ed. Reformulada, 2005, Ed. Saraiva, SP

respondida ao aluno com outra pergunta, mas sim, com respostas prontas. Nos discursos proferidos pela professora, há ocasiões em que se enfatiza a importância de determinado conceito, como, por exemplo, a situação registrada em sala onde ela diz "*a regra de sinais da multiplicação é a mesma dos números inteiros. Isso cai na prova*.".

Outro recurso de linguagem que constatamos ter sido utilizado pela professora é o ostensivo escrito da linguagem das frações, não sendo utilizado, no entanto, nenhum outro tipo de ostensivo da representação de fração. Isso poderia ser feito, por exemplo, com o uso do ostensivo de figuras ao trabalhar a multiplicação de duas frações, sendo um dos modos para justificar a técnica onde se multiplica denominador por denominador e numerador por numerador.

Momentos de estudo

Nesse tipo de tarefa, encontramos alguns momentos de estudo, como propõe a Teoria Antropológica do Didático. Pelo que observamos, supomos que o momento do primeiro encontro com a organização didática pode ter acontecido em outra etapa da vida escolar dos alunos, ou seja, na série anterior, quando eles realizaram a multiplicação de frações sem a abordagem dada enquanto número racional. Essa inferência é feita tomando-se como referência a observação das práticas didáticas de outro professor dessa mesma escola que trabalha na série anterior e que participa de nossa pesquisa. É um tanto quanto difícil precisar o momento do primeiro encontro. Estamos supondo, aqui, que ele possa ter acontecido em uma série anterior. Entretanto, existe a possibilidade de que tenha ocorrido fora do ambiente escolar, no momento em que o aluno tenha se deparado com algum problema em que a multiplicação de frações estivesse presente.

O segundo momento, que é o de exploração do tipo de tarefa, e o terceiro que é a construção do entorno tecnológico-teórico da técnica, não foi por nós detectado, uma vez que a professora iniciou o trabalho já mostrando como se realiza o tipo de tarefa, isto é, trabalhando com a técnica. Esse trabalho com a técnica é o quarto momento de estudo e, nesse caso, que foi acompanhado pela institucionalização do modo de fazer, que representa o quinto momento de estudo. Sobre a construção de um entorno tecnológico-teórico que estivesse validando a técnica, há a possibilidade de ter ocorrido em outro instante da vida escolar do aluno.

Uma etapa do estudo enfatizado pela professora é o que diz respeito à verificação de “aprendizagem”, tanto por meio de prova escrita como por meio de atividades dadas no caderno e que eram vistadas uma a uma. Quando dizemos que foi dada ênfase a essa etapa do estudo, nós o fazemos por havermos registrado com certa freqüência o lembrete da professora aos alunos que “*isso cai na prova*”. A realização de prova escrita foi feita em dois instantes distintos, isto é, uma parte da prova foi feita em uma aula e a outra parte, dessa mesma prova, foi feita na aula seguinte que aconteceu em um outro dia. Nessa prova, a multiplicação de frações encontrava-se em outros tipos de tarefa. Percebemos que, dos momentos de estudo, o trabalho com a técnica foi o que recebeu a maior atenção e o maior tempo por parte da professora.

Esse tipo de tarefa, apesar de não apresentar uma frequência expressiva de tarefas como a soma de frações, também é privilegiada por todos os professores, quer seja de forma explicita ou não, por exemplo, como ferramenta para realizar outras tarefas, no caso a divisão de frações.

Entretanto também identificamos a abordagem didática calcada na repetição de algoritmos sem nenhuma explicação aos discentes do porque de se efetuar o produto entre os numeradores e o produto entre os denominadores. Acreditamos que o ideal seria o professor ter demandado um tempo para explorar qual o significado de questões como: O que são três quarto de dois quintos?

A realização do produto de números racionais ficou restrita a abordagem na representação fracionária e de forma algorítmica. Situações problemas que demandam multiplicações, como o trabalho com porcentagens, quer sejam na representação fracionária ou decimal, também poderiam ter sido exploradas. Assim, visando mostrar ao aluno que a multiplicação de racionais é ferramenta para resolver problemas que este poderá encontrar no seu cotidiano, poderá ser de alguma valia num futuro fora da sala de aula. Afinal podemos observar que existem situações do cotidiano onde devemos encontrar o valor líquido após um desconto de vinte por cento. Seria interessante o aluno saber que isso equivaleria a multiplicar o valor bruto por oitenta por cento.

A marginalização da resolução de problemas, segundo GASCÓN (2003), é uma das características do *teoricismo*. Entretanto, como observamos para esse tipo de tarefa, isso não foi feito, ficando o procedimento didático restrito apenas ao trabalho com a técnica.

Tipo de Tarefa T_4 – Pertence ou não pertence

Esse tipo de tarefa é definido da seguinte maneira: *Dado um número e um dos seguintes conjuntos: N, Z ou Q, verificar se o número pertence ou não ao conjunto.*

Nosso interesse em olhar para esse tipo de tarefa é, em especial, por aparecer com uma frequencia relativamente grande e registrada na prática didática de metade dos professores. Conseguimos observar, por meio de anotações em caderno e na presença em sala de aula, o que julgamos ser uma quantidade expressiva de tarefas desse tipo, aproximadamente uma em cada cinco tarefas de todos os tipos observados. Como não estivemos presentes a todas as aulas dos professores, acreditamos que esse número possa ser ainda maior.

Estaremos analisando as praxeologias matemática e didática implementadas pela professora Sandra, por termos uma quantidade razoável de ostensivos desse tipo de tarefa e que foram trabalhados pela professora. Esse argumento da quantidade de tarefas, detalhado no anexo 2, pode levar o leitor a questionar o porquê de não ter optado por analisar as práticas didáticas da professora Joana, uma vez que a mesma também trabalhou com seus alunos uma quantidade considerável de tarefas desse tipo. Respondemos a isso dizendo que temos interesse em diversificar nossas fontes de informações de modo que a análise do conjunto do trabalho que estamos desenvolvendo fique o mais abrangente possível, evitando “particularismos”.

Esse tipo de tarefa também nos coloca diante da questão de como identificar com clareza quais as técnicas matemáticas e didáticas mobilizadas para sua resolução, uma vez que a realização da mesma requer que se verifique se o número dado pertence ou não ao conjunto dado. Se o número pertencer ao conjunto, completa-se o espaço entre o número e o símbolo do conjunto numérico com o símbolo de $\in$, caso contrário com o símbolo $\notin$. Estaremos, nesse tipo de tarefa, complementando nossa análise com o trabalho de Chervel (1999), ao falar de cultura escolar.

Organização Matemática

A análise da organização matemática desse tipo de tarefa requer que, para a sua realização, se tenha o domínio das definições de número natural, número inteiro e número racional. No encaminhamento desse Tipo de tarefa, foi utilizado o conceito de subconjunto, presente quando se explora o fato de que existem números que pertencem a mais de um conjunto numérico, isto é, está presente a relação $N \subset Z \subset Q$.

As tarefas desse tipo são mais frequentes nas aulas das professoras Sandra e Joana, onde os nossos ostensivos nos permitem dizer que a primeira ocupou dois dias de aulas para trabalhar esse tipo de tarefa. Quantitativamente, em relação ao total de tarefas, esse tipo representa, aproximadamente, uma em cada cinco tarefas do universo das tarefas trabalhadas pelo professores.

Descrição da técnica e dos elementos tecnológicos

<table>
<tr><th>Técnica τ_4</th><th>Elementos tecnológicos</th></tr>
<tr><td>Verificar se o número pertence ou não ao conjunto.</td><td rowspan="2">A tecnologia que justifica a técnica descrita é a relação de pertinência entre um elemento e o conjunto dado, isto é, saber se ele faz parte ou não do conjunto.</td></tr>
<tr><td>Escrever o símbolo $\in$ ou $\notin$ entre o número dado e a letra representante do conjunto</td></tr>
</table>

Aspectos teóricos da organização matemática

Os elementos tecnológicos descritos no quadro acima que justificam a técnica, encontram-se na Teoria dos Conjuntos. Ao realizar esse tipo de tarefa, deve-se tomar o número dado e verificar se ele pertence ou não ao conjunto numérico especificado, completando o espaço entre o número e a letra que representa o conjunto com o símbolo de $\in$, se o número for elemento do conjunto dado, ou $\notin$, quando o número não for elemento do conjunto dado.

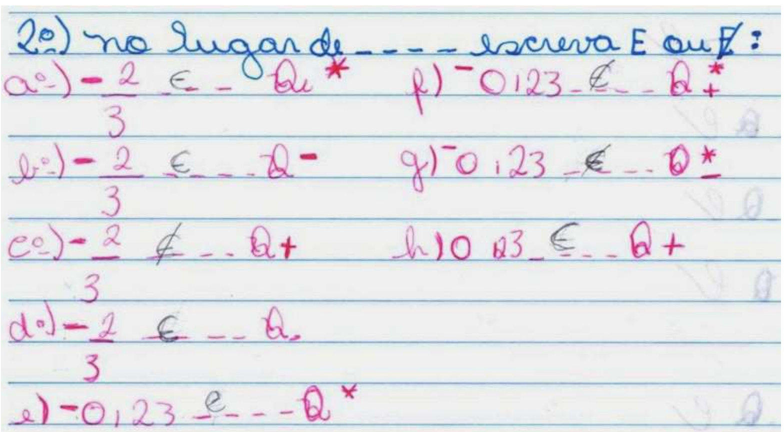
Organização Didática

Nossa fonte de informação, para analisar a condução desse tipo de tarefa encaminhada pela professora Sandra, é o caderno de um aluno, que nos foi fornecido pela própria professora. Nesse caderno, os apontamentos feitos pelo aluno nos levam a identificar que a professora inicia a aula nomeando esse tipo de tarefa como sendo “Subconjuntos de Q”. Em seguida, no caderno, foi anotado o nome dos conjuntos numéricos e o símbolo utilizado para representar cada um deles. Há indícios de que a professora realizou comentários e explicações verbais sobre cada um dos conjuntos numéricos. Os indícios que falamos aqui é o fato de que os apontamentos escritos ocupam o tempo de uma aula. É de se supor que o restante do tempo dessas aulas tenha sido utilizado para falar desses conjuntos e suas representações. Os ostensivos mostram que foram utilizadas duas aulas para a realização de tarefas desse tipo, onde o enunciado predominante era para completar os espaços entre o número e o símbolo do conjunto com um dos símbolos: $\in$ ou $\notin$.

Aspectos da linguagem

As Organizações Matemáticas e Didáticas conduzidas pela professora nos permitem identificar que, predominantemente, os ostensivos utilizados foram o escrito e o da língua falada.

Para auxiliar na compreensão desses ostensivos presentes na prática didática dessa professora, ao trabalhar com os seus alunos a tarefa em questão, *Dado um número e um dos seguintes conjuntos: N, Z ou Q, verificar se o número pertence ou não ao conjunto*, reproduzimos, a seguir, um fragmento de tarefas propostas e trabalhadas na aula pela professora, retiradas do caderno de um aluno:


2º) no lugar de ---- escreva $\in$ ou $\notin$:

a°) $-\frac{2}{3}$ _ $\in$ _ Q^* f) $-0{,}123$ _ $\notin$ _ Q^*_+

b°) $-\frac{2}{3}$ _ $\in$ _ Q_- g) $-0{,}23$ _ $\notin$ _ Q^*_-

c°) $-\frac{2}{3}$ _ $\notin$ _ Q_+ h) $0{,}23$ _ $\in$ _ Q_+

d°) $-\frac{2}{3}$ _ $\in$ _ Q

e) $-0{,}23$ _ $\in$ _ Q^*

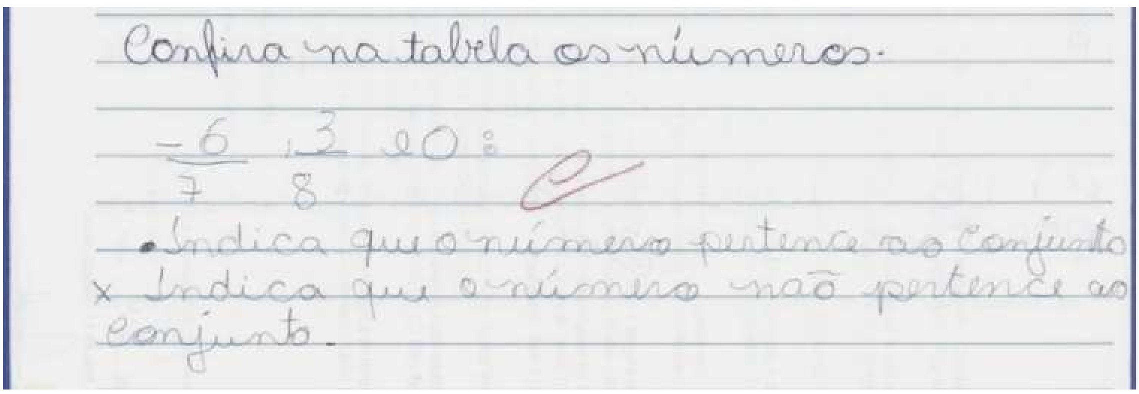
(figura 7 – página anterior – fragmento do caderno de aluno da Profª. Sandra.)

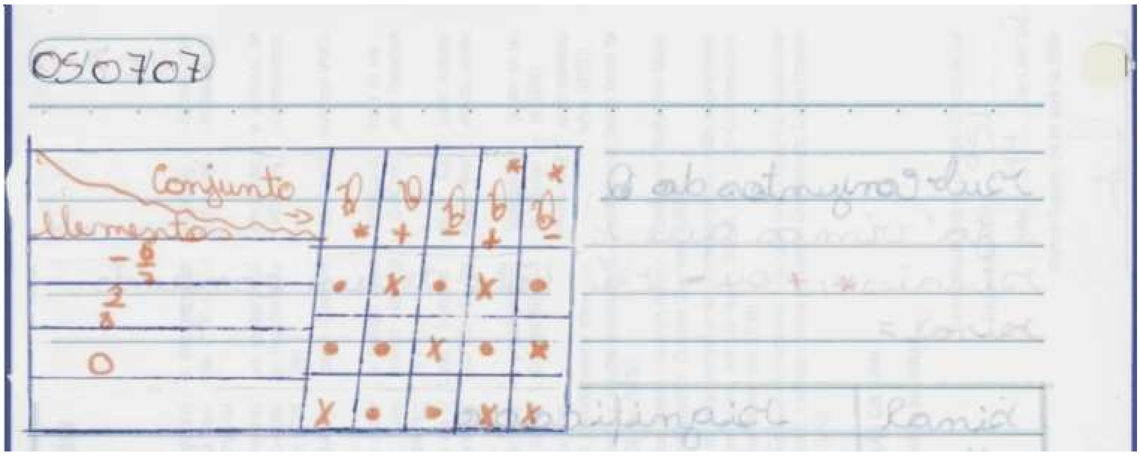
Esses dois ostensivos, o escrito e o da língua falada, estão articulados, pois supomos, com base nos apontamentos presentes nos cadernos, que a realização da tarefa aconteceu num encadeamento entre responder a pergunta *O número dado está no conjunto numérico em questão?* e a escrita do símbolo $\in$ ou $\notin$ entre o número e a representação do conjunto.

Ponderamos que essa pergunta não necessita ser verbalizada para adquirir materialidade, pois quem a realiza poderá apenas fazê-lo mentalmente para expressar a resposta na forma escrita.

Momentos de estudo

Os momentos de estudo identificados na condução desse tipo de tarefa, pela professora, ficam restritos à exploração do tipo de tarefa, identificados por nós, quando ela utiliza uma tabela em que é feita a correspondência entre um número dado e o símbolo que indica o conjunto. Essa correspondência utiliza dois símbolos diferentes daqueles instituídos na Matemática para indicar essa correlação número-conjunto. Nas tarefas encaminhadas a que estamos nos referindo, faz-se o uso de um ponto (**.**) para indicar se o número pertence a um conjunto dado e um “x” (xis) para indicar se o número não pertence ao conjunto. A seguir apresentamos a reprodução de tal tarefa registrada no caderno do aluno para que o leitor possa melhor compreender.


Confira na tabela os números.
$-\frac{6}{7}$, $\frac{3}{8}$, 20 :
• Indica que o número pertence ao conjunto
x Indica que o número não pertence ao conjunto.



(figura 8 – fragmento do caderno de aluno da Profª. Sandra.)

Outro momento de estudo que identificamos, foi o trabalho com a técnica, o qual ocupa no nosso entendimento, um espaço considerável na realização das tarefas desse tipo. Concomitante ao trabalho com a técnica, há a institucionalização do modo de fazer, identificado no instante da aula em que a professora encaminha tarefas onde a resolução só permite a representação da relação conjunto-número com os símbolos $\in$ ou $\notin$.

Cultura Escolar

A análise desse tipo de tarefa nos chama a atenção para uma questão muito presente no cotidiano da sala de aula e muitas vezes deixada ao largo das reflexões e discussões que se realizam sobre as práticas efetivas de estudo.

Há, nos Parâmetros Curriculares Nacionais, uma observação sobre o histórico da ênfase dada à utilização dos símbolos ao dizer que, “O ensino passou a ter preocupações excessivas com formalizações, [...]. A linguagem da teoria dos conjuntos, por exemplo, enfatizava o ensino de símbolos” (BRASIL: 1998, p. 19). Nessa mesma fonte de referência, encontramos, por diversas vezes, a evocação para que se priorize um enfoque de ensino de matemática procurando estabelecer relação com problemas do cotidiano, com outras áreas do conhecimento e com outros campos internos à própria matemática, a exemplo da geometria ou álgebra.

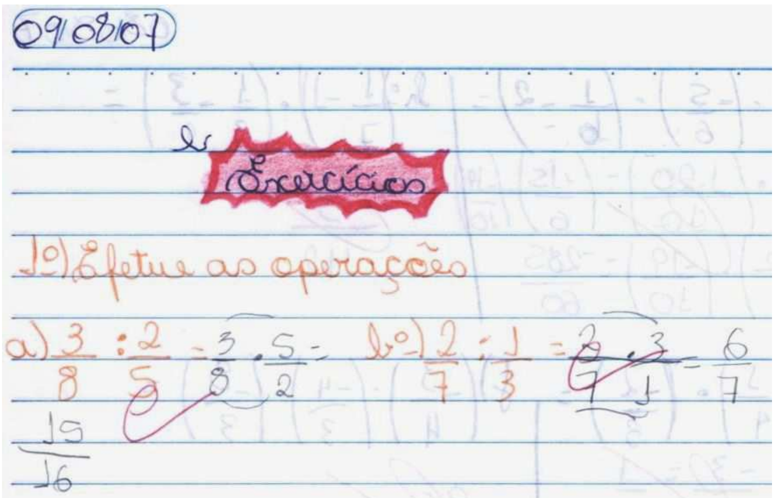
Desse modo, somos levados a considerar que existe na escola uma herança resistente ao tempo no que se refere a deixar de trabalhar certos tipos de tarefas perpetuadas no cotidiano das práticas docentes, reforçando a existência de uma cultura escolar que se sobrepõe às recomendações contidas nos documentos oficiais, quando se trata do que ensinar e como ensinar.

O professor advoga para si a escolha do que deveria ser efetivamente priorizado no trabalho didático, e o faz partindo de sua vivência na estrutura escolar ao longo do exercício de sua atividade.

Tipo de Tarefa T_5 – Divisão de números racionais.

Estamos definindo esse tipo de tarefa como: *Dadas duas frações, dividir a primeira pela segunda.*

Esse é um tipo de tarefa que percebemos ter sido trabalhado com uma frequência considerável nas atividades conduzidas pelo professor João. Por esse motivo, analisamos aqui as organizações matemática e didática desenvolvida por esse professor, além do fato de estarmos retirando nossas informações sobre esse tipo de tarefa nas observações “in loco”. As professoras Joana e Maria também trabalharam esse tipo de tarefa, como se constata no anexo 2 e, também, no fragmento reproduzido abaixo, o qual foi retirado do caderno de um aluno da professora Maria.



(figura 9 – fragmento do caderno de aluno da Profª. Maria.)

Organização Matemática

No trabalho com esse tipo de tarefa, o professor fez uso do conceito de inverso multiplicativo de um número racional e utilizou, também, o conceito de multiplicação de números racionais, mais especificamente a multiplicação de frações.

As tarefas conduzidas pelo professor envolveram, predominantemente, a divisão de número inteiro por uma fração ou de divisão de fração por um número inteiro.

Para o desenvolvimento dessa tarefa, fez-se, também, uso da regra de sinais da multiplicação de números inteiros.

Esse tipo de tarefa apresenta uma frequência relativamente moderada, uma em cada dez do universo de tarefas, sendo mais frequente nas aulas conduzidas pelo professor João. Os anexos apresentados no final desta pesquisa detalham as tarefas e a quantidade de tarefas desse tipo conduzidas por cada professor. O leitor poderá consultá-los, se achar conveniente.

Descrição da técnica e dos elementos tecnológicos

<table>
<tr><th>Técnica τ_5</th><th>Elementos tecnológicos</th></tr>
<tr><td>Escrever a primeira fração;</td><td rowspan="4">Essa técnica envolve o conceito de fração, a multiplicação de Números Inteiros e de inverso multiplicativo. Nessa técnica o objetivo é transformar o divisor em 1, pois todo valor dividido por 1 é igual a ele mesmo.
Assim $\frac{a_1}{b_1} : \frac{a_2}{b_2}$ é calculado multiplicando cada termo da divisão pelo mesmo valor (princípio da equivalência). Temos então
$\left(\frac{a_1}{b_1} . \frac{b_2}{a_2}\right) : \left(\frac{a_2}{b_2} . \frac{b_2}{a_2}\right) = \left(\frac{a_1}{b_1} . \frac{b_2}{a_2}\right) : 1 = \left(\frac{a_1}{b_1} . \frac{b_2}{a_2}\right)$</td></tr>
<tr><td>Trocar o símbolo da operação de divisão pelo símbolo da operação de multiplicação;</td></tr>
<tr><td>Escrever o inverso da segunda fração;</td></tr>
<tr><td>Multiplicar as frações.</td></tr>
</table>

Aspectos teóricos da organização matemática

A resolução do tipo de tarefa T_5 é realizada pelo professor utilizando o recurso de inverso multiplicativo de um número, sem, no entanto, citar explicitamente o termo *inverso multiplicativo.*

Como muitas outras, essa atividade é realizada com o uso da propriedade associativa, ou seja, quando a multiplicação envolve mais de dois fatores, opera-se com os dois primeiros e o resultado dessa operação é utilizado para realizar o produto com o próximo fator e, assim, sucessivamente. Esse procedimento caracteriza a utilização da propriedade associativa da multiplicação de Números Racionais.

A simplificação de frações, quando possível, utilizada em algumas tarefas, é a determinação de uma fração equivalente e irredutível que será a representante de toda uma classe de equivalência.

Organização Didática

Para analisarmos a organização didática desse tipo de tarefa, nossa fonte de informação são os apontamentos realizados na observação direta de duas aulas.

Nessas aulas, o professor trabalhou com seus alunos a divisão de números racionais na forma fracionária.

No encaminhamento da sua ação, o professor começa a aula olhando os cadernos dos alunos a fim de verificar se eles possuem os apontamentos das tabuadas trabalhadas na aula anterior, comunicando-lhes que, para estudar divisão, farão uso dessa tabuada. Dando sequência à aula, o docente faz a chamada e verifica que estão presentes vinte alunos. Essa prática de fazer a chamada é, por parte desse professor, uma característica presente em todas as aulas que acompanhei. Após a realização da chamada, o professor pede silêncio aos alunos e determina que a porta da sala seja fechada para que aqueles que estão no pátio não atrapalhem a aula. Esta segue com o professor avisando oralmente que passará uma atividade na lousa e que a ela será dado um visto na próxima aula. Ele copia do livro para a lousa duas tabelas de dupla entrada que devem ser completadas com o resultado da divisão entre frações e um problema envolvendo essa operação.

Após copiar para na lousa, ele explica, oralmente, como devem ser realizadas as tarefas, anotando, como exemplo, uma das divisões. Para melhor ilustrar o que estamos falando, achamos conveniente reproduzir tais ostensivos, transcrevendo-os dos apontamentos feitos em sala de aula, os quais contêm a reprodução do que foi escrito na lousa pelo professor:

Complete a tabela

:	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$
2	4			
9				
15				

$$2: \frac{1}{2} = \frac{2}{1}\ \frac{2}{1} = \frac{4}{1} = 4$$

(figura 10 – Ostensivo copiado da lousa do prof. João)

O professor reforça, sempre que possível, a informação de que dará visto nas atividades na aula seguinte. Observa-se, no decorrer da aula, uma articulação acentuada entre os ostensivos da fala e dos gestos realizados pelo docente quando mostra na lousa suas anotações, num processo de repetir diversas vezes a mesma informação. Na sequência da aula, proporciona tempo para que os alunos resolvam individualmente as tarefas encaminhadas e, nesse instante, circula pela sala de aula sanando as dúvidas levantadas pelos alunos.

Nessa dinâmica, sempre que oportuno, as perguntas feitas a ele são socializadas e discutidas com os outros alunos da sala. Nessas perguntas, percebe-se, em alguns momentos, a postura "socrática", isto é, responde a algumas perguntas com outras perguntas.

Decorrido o tempo estipulado para a realização das tarefas, cumpriu com o combinado de que aqueles que não houvessem realizado o trabalho teriam seus nomes registrados para posterior encaminhamento à coordenação. Tal medida fez-se necessária uma vez que solicitou, por diversas vezes, aos alunos que realizassem a tarefa e de ter se colocado à disposição de todos para auxiliar e tirar dúvidas.

Aspectos de Linguagem

No encaminhamento das tarefas, pelo professor, percebe-se uma articulação entre os ostensivos, escrito e falado, no instante em que ele anota tarefas e exemplos na lousa e, simultaneamente, explica as anotações. Não se pode esquecer, também, a linguagem gestual praticada para empreender a comunicação que descrevemos.

Na escrita, observamos que os ostensivos são sempre os que utilizam a escrita de números na forma de fração, como ilustrado no exemplo que foi mencionado quando tratamos da Organização Didática.

A prática desse professor ao conduzir o estudo da divisão de frações é realçada por constantes falas, individual ou coletivamente, quando esclarece dúvidas levantadas ou quando faz perguntas sobre as tarefas.

Momentos de Estudo

Nesse tipo de tarefa, observamos, por parte do professor, uma organização em proporcionar intervalos de tempo dentro de sua aula para que os alunos realizassem suas tarefas. Nesse espaço de tempo, no entanto, tivemos a oportunidade de acompanhar que os alunos já partiram de uma técnica de resolução previamente fornecida pelo professor, cabendo-lhes apenas a realização do trabalho com a técnica.

Acreditamos que o momento do primeiro encontro com esse tipo de tarefa possa ter ocorrido em outro instante da vida dos alunos. Supomos isso, considerando que, muito provavelmente, alguns já tenham passado pela situação de terem que dividir, numa situação do cotidiano, meia barra de chocolate em três pedaços iguais.

Os outros momentos de estudo não foram por nós identificados, e podem ter ocorrido em instantes nos quais não estivemos presentes às aulas.

A prática docente do professor João reforça nossa convicção da presença, na atuação docente, das práticas clássicas, mais propriamente as tecnicistas. Somos levados a dizer isso em função de termos verificado que o estudo conduzido pelo docente junto aos alunos do sexto ano do ensino fundamental não apresenta uma diferenciação da prática desenvolvida pela professora Joana. Esta trabalhou de forma algorítmica o produto de frações da mesma maneira como o professor João trabalha de modo algorítmico a divisão de frações. A diferença fica por conta da orientação, dada por ele, para que os alunos invertam a segunda fração para só então realizar o produto. Acreditamos que com isso o aluno tende a perde a compreensão do que é realmente dividir um número por outro. Será que quando o aluno encontrar uma situação em que tenha que dividir cinquenta por cento de seu salário em quatro partes iguais ele irá utilizar o algoritmo tão privilegiado?

Olhar as práticas docentes efetivas sob a ótica da TAD nos permite verificar a dualidades dessas atuações no cotidiano da sala de aula: as praxeologias, como a anatomia de um corpo e os momentos de estudo, equivalentes à fisiologia desse corpo. Reforçamos que, assim como não se pode dissociar, de um corpo vivo, a fisiologia da anatomia, também na sala de aula, não se pode separar as praxeologias dos momentos de estudo, nem as organizações didáticas das organizações matemáticas. São sempre duas partes de uma mesma unidade.

Nesse desafio assumido de procurar entender como ocorre a prática docente quando estão sendo estudados os números racionais estaremos apresentando a seguir uma segunda parte do nosso trabalho, a qual procura completar a análise das práticas docentes.

3.2 - Análise dos discursos docentes

Para complementar nossa análise, além da parte mais diretamente ligada às praxeologias implementadas pelos professores em sala de aula, resolvemos fazer uma entrevista com esses professores para buscar outros elementos de argumentação que pudessem esclarecer melhor as práticas adotadas. Nesse sentido, a entrevista que fizemos constituiu na seguinte pergunta: *Como você ensina números racionais?*

O procedimento que adotamos foi o da abordagem fenomenológica, ou seja, a pergunta foi feita oralmente a cada um dos participantes que a respondeu na forma de discurso. Tanto a pergunta quanto a resposta dada pelo professor foram gravadas e, posteriormente, transcrita para, então, procedermos ao tratamento fenomenológico.

Dos professores, apenas a professora Maria não participou da entrevista. A sua não participação ocorreu pelo motivo de ela não estar mais atuando como professora da rede municipal da cidade de Dourados, não sendo então possível localizá-la no estabelecimento de ensino.

Queremos registrar que a entrevista foi realizada no início do segundo semestre de 2008, após as observações que fizemos em sala de aula, as quais foram realizadas no ano letivo de 2007.

Nosso interesse em complementar a pesquisa com a entrevista se deu em função de proporcionar maior solidez às fontes para a nossa pesquisa.

Os discursos brutos (originais) obtidos como resposta à questão formulada – *Como você ensina números racionais?* – encontram-se disponíveis no anexo 3, juntamente com as unidades de significado que nós destacamos e os respectivos discursos articulados que redigimos com a intenção de explicitarmos o nosso próprio entendimento das frases destacadas. Dos três discursos dos professores, ressaltamos as 55 unidades de significado que se encontram listadas no anexo 3. A partir dessas unidades, observando o que elas têm em comum, definimos seis confluências temáticas, por nós denominadas, da seguinte maneira: *Argumentação docente; Aspectos conceituais; Linguagem; Atividades; Procedimentos* e *Níveis do saber*. Disponibilizamos, por meio do Anexo 4, uma tabela com as confluências temáticas e as respectivas unidades de significado. Em cada uma dessas confluências, agrupamos as unidades que, de certa forma, expressam uma ideia comum e está relacionada com nosso objeto de estudo, que consiste em identificar e analisar as práticas docentes relacionadas ao ensino dos números racionais. A análise teórica dessas confluências permitirá melhor compreensão do nosso objeto de pesquisa. Nos próximos parágrafos, descrevemos as análises das seis confluências temáticas.

3.2.1 - CT_1 - Argumentação docente

Incluímos, nessa confluência temática, que denominamos de *argumentação docente*, as unidades retiradas dos discursos dos professores que, de alguma forma, procuram justificar suas ações didáticas, geralmente para dar significado de aplicabilidade de alguns conteúdos matemáticos em situações do cotidiano ou como pré-requisitos para a continuidade dos estudos. Para ilustrar algumas unidades que nós incluímos nesta confluência, lançamos mão das três frases abaixo reproduzidas, as quais interpretamos com base nas noções da Teoria Antropológica do Didático.

Quando indagamos para os professores como eles ensinavam os números racionais, o professor João, para justificar a importância do estudo dos números racionais, em dado momento do seu depoimento, fez a seguinte afirmação:

> Onde nós utilizamos muito os números racionais no dia-a-dia? Então o exemplo mais prático para eles entenderem é falar: “nós vamos a um restaurante... Uma lanchonete... E lá você vai pedir uma pizza. Essa pizza você pede ela inteira. Só que você sempre vai com os colegas... Com os amigos. Então essa pizza... Você não vai comer ela inteira. Dependendo, se forem duas pessoas, você vai ter que reparti-la. Se estiverem em maior quantidade você pede uma grande. Mas também vai ter que repartir. Então essa divisão, aquele inteiro que era a pizza, quando ela foi repartida, ela não é mais um inteiro, ela já virou o que? Virou um número racional. (JO07)

É importante observarmos que nós não perguntamos ao professor, diretamente, onde os números racionais são utilizados. Nesse sentido, a primeira frase do professor levanta o aspecto pragmático do estudo dos números racionais no dia-a-dia. Segundo nosso entendimento, o professor faz opção por uma justificativa do estudo do referido conjunto numérico com base na sua utilidade nas relações sociais do cotidiano. Assim sendo, a *atividade matemática* é concebida por ele por meio de uma relação com os problemas que surgem nas relações sociais. O exemplo particular, por ele mencionado, é o costumeiro caso da repartição de uma pizza em partes iguais, revelando, pelo menos no plano intencional, a ideia de lançar mão dos *objetos ostensivos* como dispositivos didáticos associados ao estudo das frações. Nesse ponto, entendemos que o uso dessa situação material no estudo dos números racionais vem se tornando como um recurso canônico no contexto social. Em outras palavras, mesmo que na vida real, quando uma pessoa vai a um restaurante comer uma pizza, é muito improvável que ela fique pensando em frações nesse momento, o recurso mencionado pelo professor pode ser encontrado com muita frequência nos textos didáticos, passando a ser um objeto cultural da matemática escolar.

Na mesma linha de argumentação pragmática proposta pelo professor João, está também a professora Sandra, ao afirmar que:

> E mostro que a matemática está no nosso contexto, no nosso cotidiano, e sem que eles percebam, trabalham com o conjunto dos números racionais a toda hora no dia-a-dia. Quando vão ao mercado com a mãe, a uma feira... Ele já está trabalhando com o conjunto dos números racionais. (SA13)

Seguindo uma linha de argumentação um pouco diferente da visão pragmática escolhida pelos dois professores que acabamos de comentar, para justificar a importância do estudo dos números racionais, a professora Joana, ao responder nossa pergunta, diz que: “Eu mostro ligeiramente as equações com os inteiros e depois eu fico mais centrada nos racionais, até porque é a maioria dos números”. (JN14)

De início, observamos que nessa frase a professora procura justificar o uso dos números racionais como ferramenta para trabalhar conteúdos na matemática. Esse tipo de argumento, dentro de uma praxeologia definida, poderá servir como elemento tecnológico de natureza didática, defendendo um ponto de vista para valorizar o estudo do referido conteúdo. Outro aspecto que nos chama atenção, na fala da referida professora, é o fato de ela estabelecer relações entre conteúdos diferentes, embora, de certa forma, fazendo referência à sequência usual de ordenação dos conteúdos característicos da cultura escolar, estabelecida pela vulgata que predomina em um dado momento, tal como define Chervel (1990). Essa ideia do ordenamento ou da hierarquização dos conteúdos matemáticos também aparece no contexto da TAD, quando Chevallard (1999) define os diferentes níveis de determinação do saber matemático. Aqui, no exemplo acima citado, não trata exatamente de uma hierarquização plena dos conteúdos mais amplos, mas a professora revela consciência quanto à importância de articular os diferentes níveis.

CT_2 - Aspectos Conceituais

Nessa confluência, reunimos as unidades de significado, frases expressas pelos professores, que fazem referência a algum conceito matemático já mencionado no contexto da resposta fornecida na entrevista. Tais conceitos, muitas vezes, estão, também, articulados como argumentações docentes, formando, nesse caso, unidades que pertencem a mais de uma confluência.

As unidades dessa confluência, na sua grande maioria, trazem a definição de numero racional ou a ordem de inclusão dos conjuntos numéricos, apresentando os naturais e os inteiros como subconjuntos dos racionais. Para analisar essas afirmações, destacamos os exemplos abaixo comentados.

O professor João, ao responder à questão, diz: "Ainda escrevo para eles: numerador parte utilizada, denominador a parte que você repartiu o inteiro. E aí os alunos começam a entender melhor" (JO09). O discurso do professor revela a utilização de um ostensivo escrito no quadro negro, associado ao ostensivo oral e também aos símbolos representativos dos números racionais. Ao fazer esses destaques, o professor está reforçando a nomenclatura usual que entra no estudo das frações, além de reforçar o aspecto conceitual, quando diz que o denominador representa o número de partes iguais que a unidade foi dividida.

Nessa mesma linha de destacar conceitos relativos ao tema de estudo dos racionais, a professora Joana apressa-se em dizer que, "Porque números racionais nada mais são do que as frações." (JN04). Na realidade, a frase da professora focaliza mais a questão da representação, revelando uma valorização maior para a representação fracionária, pois uma parte dos números racionais também podem ser representados na forma decimal.

Ainda no que diz respeito aos aspectos conceituais, a professora Sandra, ao expressar como ensina os números racionais, diz que, em seus procedimentos didáticos, "Vai colocando para eles as possibilidades do uso do conjunto Z, até que ele entenda que há a necessidade também do conjunto Q" (SA05). Destacamos, na ideia expressa pela professora, a valorização do princípio de expansão dos conjuntos numéricos na passagem do conjunto dos números inteiros para os números racionais. Nesse aspecto, entendemos que a prática pedagógica da professora encontra-se, como ocorre com muita frequência no ensino tradicional, fortemente associada à sistematização clássica dos próprios conteúdos matemáticos e essa sistematização tem uma influência considerável na construção das organizações didáticas. Em outras palavras, entendemos que as organizações matemáticas acabam tendo uma influência considerável das organizações didáticas.

3.2.3 - CT_3 - Linguagem

As unidades de significado dessa confluência apresentam os elementos que são usados pelo docente para comunicar o conteúdo matemático aos seus alunos. Entendemos que o professor lançará mão de variados recursos e artifícios para procurar estabelecer a comunicação entre o aluno e o tema de estudo, no caso, aqui, os números racionais. Assim, nessas unidades estão presentes nomenclaturas, símbolos, representações gráficas, desenhadas ou em material manipulável e, também, a linguagem oral, expressa por meio da fala.

Na frase retirada do discurso do professor João, percebemos que ele utiliza-se de variados recursos para, efetivamente, realizar a comunicação do conteúdo matemático aos seus alunos. Tal situação é ilustrada quando ele diz: "Na escola em que eu trabalhava tinha aqueles discos de frações que eu gostava de trazer para a sala e mostrar para eles." (JO08). A utilização do dispositivo didático mencionado revela que o professor procura utilizar recursos variados, no caso aqui descrito os discos de frações, para comunicar aos alunos o tema de estudo. Observamos que essa comunicação se dá com o professor fazendo uso de diferentes *objetos ostensivos*, como propõe Chevallard (1999).

No mesmo modo de trabalhar com recursos que possam ser manipulados pelo aluno para comunicar-se com o objeto matemático, a professora Joana adota, também, como prática efetiva em sala de aula, a utilização de variados dispositivos didáticos para que o aluno possa perceber e compreender o tema estudado. Isso é reforçado na fala da docente que diz,"A gente procura mostrar, por exemplo, assim... Fazendo com a folha de sulfite, dividindo...". (JN06).

Já a professora Sandra aponta como meio para a realização da comunicação o uso de recurso gráfico na lousa, quando diz "Faço explanação por meio de desenhos para eles..." (SA12). Essa fala, extraída do discurso utilizado para responder a nossa questão *Como você ensina números racionais?* , mostra que está presente a prática de utilização do recurso gráfico desenhado para comunicar aos alunos o tema de estudo em questão.

Percebemos, pelos discursos elencados anteriormente, que a prática de diversificação no uso dos objetos ostensivos para realizar a comunicação do tema estudado aos alunos é uma preocupação e também uma prática presente no cotidiano da sala de aula desses docentes.

3.2.4 - CT_4 - Atividades

Essa confluência compõe-se pela unidade de significado que diz respeito às atividades encaminhadas pelo professor aos alunos para promover o ensino do conteúdo matemático. Essas atividades, muitas vezes, trazem uma ordenação e hierarquização dos conteúdos matemáticos na prática docente.

Na leitura dos discursos dos professores, encontramos também a manifestação de alguns tipos de atividade em que o aluno encontra maior facilidade em trabalhar com a técnica, como é o caso descrito pela professora Joana, que diz: “Aí nós fazemos a soma com denominadores diferentes... A subtração também. A multiplicação eles adoram porque não tem que fazer a redução ao mesmo denominador” (JN10). Podemos perceber que a preferência da atividade manifestada pelos alunos e relatada pela professora pode ser creditada ao uso de uma técnica matemática simples, onde está presente um algoritmo de fácil manipulação.

Já o professor João manifesta em seu discurso uma preocupação com a realização das atividades escolares pelo aluno quando este não está em sala de aula. Tal inquietação fica evidente na sua fala, quando diz “Agora se você passar a atividade para eles fazerem em casa eles não conseguem fazer quase nada.” (JO14). Essa apreensão é pertinente à prática docente, pois fazer as atividades em casa é uma prerrogativa para que o aluno estude o tema trabalhado pelo professor. A TAD preconiza que há a necessidade de se estudar uma obra matemática em diversos *momentos de estudo*.

Pelo viés das atividades, encontramos, também, por parte do docente a manifestação em promover a articulação dos temas de estudo de maneira que seja possível perceber que a ciência matemática é dotada de uma hierarquização dos conteúdos. Na fala da professora Sandra, pudemos perceber essa preocupação quando diz:

> Que além de dividir o que era inteiro, que agora ele também vai aprender a divisão com frações, que nada mais é do que traduzir essas frações em números decimais, também para eles entenderem. (SA10)

Percebemos que, além da preocupação com a hierarquização dos conteúdos, há um interesse em promover a articulação entre dois modos de representação dos números racionais, isto é, a representação fracionária e a representação decimal. Essa unidade reforça uma característica na prática docente em levar as questões de estudo muitas vezes pelo viés da justificativa com um enfoque intramatemático, como propõe Chevallard (2001)

3.2.5 - CT_5 - Procedimentos

Nessa confluência, incluímos as unidades de significado que expressam as ações que os professores encaminham aos seus alunos quando estão conduzindo, em sala de aula, o estudo dos números racionais. Convém destacar que as unidades foram extraídas dos discursos docentes quando estes responderam à indagação *Como você ensina números racionais?* São unidades em que os professores, às vezes, explicitam suas opções metodológicas na constituição da organização didática por eles utilizada.

Essa explicitação de que falamos pode ser percebida na fala da professora Sandra, ao dizer que:

> Essa é a metodologia que eu uso para falar com eles sobre o conjunto Q. Eu obtenho depois... Passo exercícios... Mostro para eles... E sempre trabalhando. Você vai falar do conjunto Q, ou do conjunto Z, você volta fala assim: lembra do conjunto Q, do que ele é formado? Porque precisou ser formado o conjunto Q? Onde a gente usa? Essa é a metodologia que eu uso. (SA17)

A professora diz que para conduzir nas aulas em que trabalha os números racionais faz uso do discurso falado, possivelmente explicando o conteúdo, sendo este seguido pelo encaminhamento da resolução de exercícios por parte do aluno, reforçando para eles a hierarquização dos conteúdos matemáticos. Percebemos que a prática didática descrita pela docente é aquela denominada clássica, isto é, ensina-se um conceito matemático, seguido de uma lista de exercícios e problemas e, sempre que possível, o professor reforça verbalmente os aspectos que julga importantes no conteúdo ensinado.

Numa perspectiva complementar, o professor João destaca a importância de revisão de conteúdos, explicitando uma prática didática presente entre os professores, que consiste em rever os conteúdos já estudados em outras etapas da vida escolar do aluno. Essa prática é evidenciada na fala do professor, quando diz: “Geralmente vejo... Retorno com o trabalho... Vejo com eles como foi a base deles... O que eles viram de números... Qual é o conhecimento deles em cima dessa palavra números.” (JO02). Observamos que há, por parte do professor, o interesse em verificar os níveis de saber que o aluno já tenha construído, constituindo o que a cultura escolar classifica como pré-requisito.

Compartilhando praticamente a mesma visão do professor João, temos a professora Joana que também tem como procedimento didático a revisão de conteúdos. Na sua fala, pudemos claramente perceber essa opção, ao dizer “Primeiro tento relembrar as frações com eles, por que eles já aprenderam lá no terceiro, quarto ano...” (JN03). A revisão de conteúdos é uma prática didática historicamente presente no ensino da matemática, sendo, inclusive, lembrada nos PCN, que, além de identificarem essa prática docente, trazem uma ressalva quanto à eficácia de tal procedimento.

3.2.6 - CT_6 - Níveis de Saber

Relacionamos nessa confluência as unidades de significado que expressam o pensamento do professor em relação aos diferentes níveis do saber. São apresentados os diferentes assuntos matemáticos abordados dentro do estudo dos números racionais. Geralmente, são unidades que apresentam uma hierarquização de diferentes graus de dificuldade que estão presentes nas atividades encaminhadas pelos professores quando ministram aulas abordando os números racionais.

Essa hierarquização dos conteúdos é percebida na fala da professora Sandra, quando diz “Você trabalha também, antes de mostrar os números racionais, que é o conjunto Q... Você trabalha com o conjunto Z também.” (SA03). Aqui ela expressa uma precedência no trabalho com os números inteiros para posteriormente ensinar os números racionais. Essa ordem na prática didática da professora é a mesma ordem de conteúdos interna à ciência matemática, reforçando, o que já havíamos pontuado anteriormente, que a organização matemática influencia a organização didática. Na mesma direção apontada pela professora Sandra, temos o professor João, ao dizer “Bom para eu iniciar números racionais primeiro tem que começar com os números naturais.” (JO01)

Outro enfoque de nível de saber é explicitado pela professora Joana, quando ela diz que “No sexto ano a gente trabalha mais no sentido das operações e alguns problemas... Agora no sétimo a gente trabalha equações, resolve problemas...” (JN13). A professora evidencia que, num primeiro instante do trabalho com os números racionais, o foco é direcionado para situações de resolução de problemas que utilizem os conceitos desse conjunto numérico e também para o treino com as técnicas de operações aritméticas envolvendo esse conteúdo. Posteriormente, ressalta a utilização desse mesmo tema de estudo como uma ferramenta para utilização na dimensão intramatemática, ou seja, a resolução de equações com o domínio de validade para os números racionais.

Capítulo IV - SÍNTESE E CONCLUSÃO

4.1 - Síntese

Considerando a análise empreendida e apresentada por meio das confluências descritas e a análise praxeológica, identificamos, ao realizar esse processo, alguns resultados que aqui denominaremos como categorias. Nosso entendimento é que cada categoria abarque alguns aspectos identificados e que estejam relacionados entre si, ou como elementos de complementaridade, ou como justificativa para validar as ações desenvolvidas pelos docentes ou ambas.

Assumimos então que as Confluências Temáticas fazem emergir três categorias, que estaremos denominando de *Aspectos Matemáticos*, *Aspectos didáticos* e *Atividade Matemática*.

Essas categorias, das quais estamos falando, possuem o papel de organizar a apresentação do entendimento dos discursos coletados na entrevista em questão e nas observações em sala de aula. Queremos reforçar que, em momento algum, estamos admitindo essas categorias como estanques ou desarticuladas entre si. São sim, partes de uma unidade, a Prática Didática Docente, que buscamos compreender e descrever.

Cada uma dessas categorias, os *Aspectos Matemáticos*, os *Aspectos Didáticos* e a *Atividade Matemática*, possuem, em sua composição, parcial ou integralmente, as confluências que identificamos no decorrer do trabalho, ou seja, *Argumentação Docente*, *Aspectos Conceituais*, *Linguagem*, *Atividades*, *Procedimentos e Níveis de Saber*.

A Prática Didática Docente revela-se de maneira a percebermos suas componentes em, pelo menos, uma dessas categorias e, muitas vezes, deixam-se perceber simultaneamente nas três. Para melhor explicitar isso, observa-se, por exemplo, que a Confluência Temática *Atividades* compõe a categoria *Atividade Matemática* enquanto que a Confluência Temática *Argumentação Docente* está presente nas três categorias. Exemplificando, por meio de unidades de significado, tomamos a fala do professor João:

> Depois você tem que trabalhar com a adição, com a subtração, com denominadores que são iguais, quer dizer, pizzas iguais. Então repartir

> uma pizza em oito partes, se eu tiver uma outra pizza também dividida em oito, posso trabalhar somando os numeradores, pois os denominadores são iguais. Então você não precisa ir além, é só você somar os numeradores. (JO10)

Nesse fragmento do discurso, identificamos a *Argumentação Docente*, que está inserida no *Aspecto Didático,* quando ele discorre o exemplo da pizza para justificar a soma das frações com mesmo denominador. Essa soma de frações, que é uma *Atividade*, compõe uma *Atividade Matemática*, deixando, também, explícitos os *Níveis de Saber* dos *Aspectos Matemáticos*, ao falar que, quando os denominadores de uma fração são iguais, basta somar os numeradores.

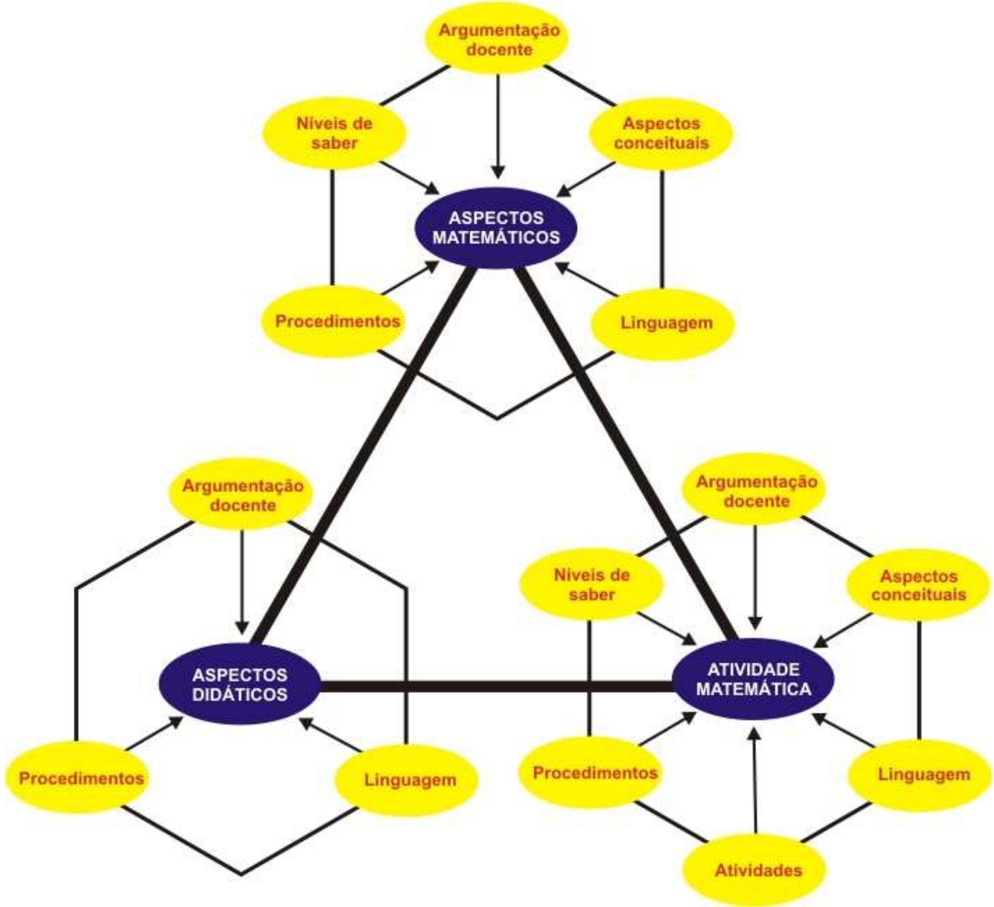
Entendemos que a realidade viva da prática didática conduzida pelo docente ao encaminhar o estudo dos números racionais aos seus alunos em nível de sexto e sétimo ano do Ensino Fundamental é formada pela estrutura composta por essas três categorias. Elas estão estreitamente imbricadas entre si, por meio de uma relação de dependência e correlação.

Observamos que as presenças das confluências nas três categorias mostram os elementos de convergência que identificam a correlação e dependência que existe entre os *Aspectos Matemáticos*, *Aspectos Didáticos* e *Atividade Matemática*. Não podemos enxergá-los desarticulados entre si.

Um olhar atento para as confluências e a análise praxeológica evidencia, por exemplo, que, no instante da aula em que o professor encaminha uma *Atividade Matemática* aos seus alunos, ele o faz por meio de uma *Linguagem* para explicitar os *Procedimentos* utilizados, os quais são validados fazendo uso da *Argumentação Docente*. A Prática docente é, assim, caracterizada por uma praxeologia, onde se tem um Tipo de Tarefa apresentado como uma *Atividade Matemática*, realizada por meio de um procedimento, a técnica. Ela por sua vez, justifica-se mediante uma Tecnologia, que possui, pelo já explicitado, elementos comuns que fazem com que exista uma articulação entre elas, ou seja, não há como uma existir sem a outra.

Com isso, podemos descrever com maior riqueza de detalhes possível como vemos a prática docente, quer seja por meio do discurso falado do professor, presente na entrevista que foi realizada, ou por meio do discurso didático, a prática efetiva em sala de aula, quando este conduz com seus alunos o estudo dos números racionais.

Para ilustrar o que estamos falando, e sintetizar o modo de ver e de entender as confluências que descrevemos, apresentamos o seguinte recurso gráfico:



(figura 11 – ilustração gráfica representando as categorias e suas respectivas confluências temáticas)

Nesse esquema gráfico, apresentamos as três categorias, denominadas de *Aspectos Matemáticos*, *Aspectos didáticos* e *Atividade Matemática*, indicadas no vértice do triângulo, dando assim a idéia dos três pontos que determinam o plano onde está nosso olhar. Cada um desses pontos é constituído, parcial ou integralmente, pelas confluências temáticas.

Na categoria que denominamos de *Aspectos Matemáticos*, temos presentes as confluências *Argumentação Docente*, *Aspectos Conceituais*, *Linguagem*, *Procedimentos* e *Níveis De Saber*. Essas confluências evidenciam, em algumas ocasiões, as características próprias da ciência Matemática, ou seja, sua constituição quanto ao rigor, organização interna e coesão. Nos discursos docentes, é muito enfática a visão hierarquizada do Saber Matemático, para os quais a precedência de um conteúdo sobre outro é valorizada. Exemplo disso é a relação de inclusão dos conjuntos numéricos, $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

Nessa categoria, *Aspectos Matemáticos*, a hierarquia dos Saberes Matemáticos também se mostra quando observamos que as práticas docentes são quase uniformes. Dizemos isso porque o estudo com os números racionais conduzidos pelos professores, com seus alunos, em geral, tem início com o trabalho envolvendo frações, onde se destaca o enfoque da relação parte-todo, evoluindo para o trabalho com as técnicas matemáticas para realizar as operações aritméticas na forma fracionária e encerrando com aplicações desses conteúdos na resolução de problemas. Identifica-se que a representação decimal dos racionais é pouco explorada, sob nosso entendimento.

Esses *Aspectos Matemáticos* foram levados à sala de aula por meio de ações didáticas. Assim, considerando as confluências descritas, identificamos a categoria que denominamos de *Aspectos Didáticos,* na qual estão inclusas as confluências *Argumentação Docente*, *Linguagem* e *Procedimentos*. A caracterização, presente nos discursos apresentados na entrevista, mostra que esses aspectos são determinados com antecedência pelos *Aspectos Matemáticos*, ou seja, na sua prática, o docente assume que o modo como trabalha é decorrente da organização e estruturação dos conteúdos matemáticos.

Assim sendo, a caracterização didática é predominantemente centrada no trabalho com a técnica matemática para realizar uma tarefa, por meio de aulas expositivas, onde o docente faz uso de recursos e técnicas didáticas já consolidadas no ambiente escolar. A utilização de uma prática didática que leve o aluno a construir o pensamento matemático ainda é uma realidade muito tímida.

A terceira categoria engloba especificamente a confluência *Atividades* e os elementos presentes na *Análise Praxeológica*.

Encontramos, nas práticas docentes, atividades centradas na valoração do uso de resolução de exercícios-exemplo como recurso didático para ensinar a utilização da técnica, a qual tem na sala de aula, a primazia sobre os outros Momentos de Estudo propostos na Teoria Antropológica do Didático.

O uso repetitivo de exercícios-exemplos e a consequente utilização da técnica estão presentes no cotidiano didático do professor de tal maneira que, muitas vezes, ele não percebe o quanto a sua ação didática poderia ser aprimorada. Tal situação também foi verificada no trabalho de doutorado de SILVA (2005) quando ela menciona que

> Podemos concluir que, diante da sucessão de situações e discussões que foram exploradas durante a formação, era de se esperar que mobilizassem OM mais ricas em tipos de tarefas que associassem, sobretudo, as concepções de fracionários que foram tratadas. Acreditamos que a dificuldade apresentou-se em razão do peso que foi para esses professores perceber o próprio não-saber relacionado a um assunto que tinham certeza dominar, como podemos constatar por comentários ocorridos durante a formação:
>
> *As frações estão fazendo meu cérebro se dividir. Se nem nós sabemos todos os significados de fração, como nós queremos que nosso aluno saiba? ... Quando eu era criança, para mim, fração era divisão. (Prof. Fabiana, 22/2/03, p. 5)*" (SILVA, 2005. p 189)

Desse modo, somos levados a crer que, muitas vezes, o docente, de modo não intencional, desprende-se do propósito de uma exploração didática que possa compor uma teia de relações no conhecimento dos números racionais para seus alunos. É provável que isso ocorra em função da cultura escolar já consolidada, uma vez que o magistério é uma atividade profissional onde se exerce o ofício com o pré reflexivo constituído desde os tempos em que esse docente foi também aluno.

Nessa linha de raciocínio, acreditamos que o grande desafio proposto está em se conseguir o rompimento de um ciclo, onde as práticas didáticas, vividas pelos alunos na educação básica, não retornem depois para a escola. Esse ciclo consiste no fato de o aluno concluir o ensino básico, ingressar e concluir um curso de graduação, licenciatura em Matemática, por exemplo, retornando para a sala de aula, como professor, para realizar as mesmas práticas vividas por ele, enquanto discente.

4.2 - Conclusão

Segundo Chervel as finalidades da escola foram sendo definidas quando a sociedade, a família, a religião tiveram que delegar certas tarefas educacionais a uma instituição especializada, no caso, a escola. Em cada época ela é detentora de objetivos complexos, que se entrelaçam e se combinam. Esse conjunto de objetivos compõe a sua função educativa, a qual terá de ser realizada articulando a coexistência entre instrução e educação. Para ele a finalidade desse conjunto de meios “consiste em cada caso em colocar um conteúdo de instrução a serviço de uma finalidade educativa.” (CHERVEL, 1990, p. 188)

Certamente gostaríamos que essa finalidade educativa conduzida pela escola apresentasse resultados profícuos. Entretanto entre o ideal e o real sempre há uma lacuna, a qual pode ser mensurada pelos mais variados instrumentos e para os mais diversos propósitos.

Considerando as vivências, enquanto pesquisador e também como docente, as práticas didáticas refletem, de um lado, a formação do professor, desde suas experiências enquanto aluno na educação básica até a graduação, e de outro, as determinações institucionais para o exercício de sua profissão. Enquanto as experiências como aluno fazem com que ele incorpore as práticas didáticas por ele vivenciadas e que depois acabam sendo reproduzidas, muitas vezes de forma inconsciente, quando está na condição de docente, há na outra extremidade as práticas que ele deveria implementar em sala de aula. Entretanto essas práticas muitas vezes não chegam a ele, pois não as vivenciou enquanto aluno. Já enquanto profissional da educação, as condições muitas vezes não são propícias para que possa efetivamente pensar e refletir sobre sua prática. Acaba sendo levado por essa situação que encontra ao chegar à escola e tem dificuldades em se opor a esse círculo vicioso.

Isso não isenta o professor de sua responsabilidade sobre a prática didática. Apenas descreve o ambiente em que esse profissional está inserido.

Nesse cenário, verificamos que as práticas didáticas efetivas dos docentes quando estão encaminhando o estudo de números racionais com seus alunos são aquelas classificadas como tecnicistas.

Para Gascón (2003), depois de épocas fortemente teoricistas, como o movimento da matemática moderna, no qual surgiram contestações, por parte da sociedade, sobre o fracasso da matemática na escola, os professores acabam por conduzir práticas didáticas tecnicistas. Esse fenômeno didático independe da vontade e da formação do professor.

Sendo a escola uma instituição, as ações que ocorrem, ou deveriam ocorrer, em seu interior estão sujeitas ao que lhe é determinado pela sociedade. Na atualidade, boa parte dessas ações, está ao sabor de decisões e necessidades econômicas. Temos assim, muitas decisões ditadas por economistas chegando à escola. É preciso, no entanto, lembrar que na construção e produção de conhecimento não se aplicam as regras de produção econômica. Um aspecto que é diferente nos dois campos é o tempo, pois na economia prevalece o “Cronos” enquanto na educação há a precedência de “kairós”.

Acredito que, na sociedade atual, deve haver sim maior participação dos educadores nas decisões que repercutem na escola.

Como as mudanças na Educação demandam tempo para efetivamente mostrarem resultados, os professores acabam sendo reféns das ações dos gestores do sistema de ensino, os quais não conseguem implementar um projeto claro e duradouro para e educação. Ele não pode mudar assim como mudam os dirigentes do sistema de ensino.

E nessa turbulência tem-se o docente, oscilando de um lado a outro, para atender a esses objetivos imediatos. Estes são traçados e determinados sem que se ofereça ao professor o devido tempo e condições para investir em sua formação, que deve ser continuada.

Esses fatos acabam por reforçar as práticas didáticas que enfatizam técnicas de manipulação de algoritmos. Desse modo, como advoga a TAD, não há dissociação entre o objeto ostensivo e o objeto não ostensivo. A existência de um depende do outro.

Quando iniciamos nossa pesquisa, um dos objetivos específicos que havíamos traçado era o de verificar como se dá a articulação entre a representação decimal e a representação fracionaria no estudo dos racionais. Verificamos que, ao estudar números racionais com seus alunos, o professor privilegia a representação fracionária, sendo muito tímida a presença do estudo com a representação decimal, Tal fato desperta preocupação de nossa parte, pois na sociedade em que vivemos há a predominância da representação decimal. Quando a escola desconsidera tal fato, reforça uma visão muito difundida pelos críticos da escola: a de que há um distanciamento cada vez maior entre o que a escola ensina e o que de fato o aluno precisa para viver plenamente em sociedade. Quanto a esse aspecto vale destacar que estamos inseridos na chamada sociedade da informação, onde os recursos da informática utilizam números racionais na representação decimal.

VI - **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. *Fenomenologia: Confrontos e Avanços*. Cortez. São Paulo. 2000. 168 p.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. *Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Qualitativa segundo a abordagem fenomenológica*. In BORBA, Marcelo de Carvalho e ARAÚJO, Jussara de Loiola (Org.). Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte, Autêntica, 2006. 120 p.

BOSCH, Marianna. *Un punto de vista antropológico: la evolución de los "instrumentos de representación" en la actividad Matemática.* http://www.ugr.es/local/seiem/IV_Simposio.htm acessado em 30/06/2000

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental*. Brasília: MEC / SEF, 1998. 148 p.

CHERVEL, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. Revista Teoria & Educação. Vol.2.UFRGS. 1990. p. 177-227

CHEVALLARD, Y. *El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol 19, nº 2, pp. 221-266, 1.999.* Traducción de Ricardo Barroso Campos. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Sevilla. Con la colaboración de Teresa Fernández García, Catedrática de Francés, IES Martinéz Montañes, Sevilla.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M. *La Sensibilité De L'activité Mathématique Aux Ostensifs - Objet D'etude Et Problematique* – 1999. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Sensibilite_aux_ostensifs.pdf acessado em 09/01/2008

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. *Estudar Matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem*. Porto Alegre, Artmed Editora, 2001.

D'AMORE, Bruno. *Epistemologia e Didática da Matemática*. São Paulo , Editora Escrituras, 2005.

GASCÓN, Josep. *La necesidad de utilizar modelos en didáctica de las matemáticas.* Educação Matemática Pesquisa. V.5 n.º 2, p. 11-37. São Paulo. 2003. ISSN 1516-5388

GOMES, Maria Laura Magalães. *Os Números Racionais em Três Momentos da História da Matemática Escolar Brasileira*. BOLEMA. Ano 19, nº 25, p. 17-44. Rio Claro. 2006

MARTINS, Joel; BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. *Estudos sobre Existencialismo, Fenomenologia e Educação*. Editora Moraes. São Paulo. 1983. 80 p.

MOREIRA, Plínio Cavalcanti; DAVID Maria Manuela Martins Soares. *O conhecimento matemático do professor: formação e prática docente na escola básica.*

Revista Brasileira de Educação, nº 28, p. 50-61 2005 em http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n28/a05n28.pdf acessado em 01/05/2009.

MOTTA, Josiane Marques. *As Disciplinas de Metodologia de Ensino e Estágio Supervisionado na Formação do Professor de Matemática: Saberes e Dificuldades*. Dissertação de mestrado.UFSC. 2006. 147 f.

PAIS, Luiz Carlos. *Fenomenologia em Pesquisa Educacional*. Notas de aula. UFMS. Campo Grande. 2008. 19 p.

PICONEZ, Stela; ANDRÉ, Cláudio. Considerações Gerais sobre Didática. 2006. 04 p. em http://www.nea.fe.usp.br/site/EDM0402/Textos_Leituras/EDM_0402_Texto_Consideracoes_Gerais_Didatica_Piconez.doc acessado em 29/07/2008

ROMANATTO, Mauro Carlos. *Número Racional: Uma Teia de Relações*. ZETETIKE. Vol. 7, nº 12, p. 37-49. Campinas. 1999

SILVA, Maria José Ferreira da. *Investigando saberes de professores do Ensino Fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série*. Tese (doutorado em educação Matemática). PUC-SP. 2005. 301 f.

SWIATKIEWICZ, Olgierd. *Por que não uma abordagem praxeológica?!*. *Aná. Psicológica*. [online]. Dec. 1997, vol.15, no.4, p.637-644. em http://www.scielo.oces.mctes.pt/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0870-82311997000400010&lng=en&nrm=iso&tlng=pt acessado em 17/09/2008

ANEXO 1

Tarefas relativas ao estudo dos números racionais

Tarefas propostas pela professora Maria
Resolva as expressões:
t1) $\left(\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)=$; **t2)** $\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(+\frac{3}{4}\right)=$; **t3)** $\left(+\frac{1}{3}\right)+(+2)=$; **t4)** $\left(+\frac{7}{15}\right)+\left(-\frac{4}{15}\right)=$;
t5) $\left(+\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{5}{6}\right)=$; **t6)** $\left(\frac{1}{3}\right)-\left(+\frac{2}{5}\right)=$; **t7)** $\left(+\frac{1}{4}\right)-\left(-\frac{3}{2}\right)=$; **t8)** $\left(-\frac{2}{5}\right)-\left(-\frac{7}{3}\right)=$;
t9) $(-2)-\left(+\frac{1}{7}\right)=$; **t10)** $\left(-\frac{4}{5}\right)+\left(-\frac{3}{2}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)=$; **t11)** $\left(+\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{2}\right)=$;
t12) $\left(\frac{2}{3}\right).\left(+\frac{1}{5}\right)=$; **t13)** $\left(-\frac{1}{6}\right).\left(-\frac{1}{4}\right)=$;
Dê o Valor das expressões numéricas: [avaliação]
t14) $\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{10}\right)=$; **t15)** $\left(+\frac{7}{8}\right)-\left(+2+\frac{3}{4}\right)-\left(\frac{1}{2}\right)=$; **t16)** $\left(+3-\frac{1}{4}\right)+\left(+2-\frac{1}{2}\right)=$;
t17) $\left(+\frac{1}{4}\right)-\left(+\frac{2}{5}+\frac{1}{10}\right)=$; **t18)** $\left(-\frac{3}{4}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{1}{5}\right)-\left(+\frac{2}{3}\right)=$; **t19)** $\left(-\frac{1}{3}\right)-(-5)=$;
t20) $(-3).\left(-\frac{5}{6}\right).\left(\frac{1}{10}.2\right)=$; **t21)** $\left(\frac{1}{7}-1\right).\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{2}\right)=$; **t22)** $\left(3-\frac{1}{4}\right).\left(-\frac{2}{3}\right)=$;
t23) $\left(-\frac{3}{4}\right).\left(-\frac{4}{3}\right).\left(-\frac{8}{3}\right)=$.
Efetue as operações:
t24) $\frac{3}{8}:\frac{5}{2}=$; **t25)** $\frac{2}{7}:\frac{1}{3}=$; **t26)** $-\frac{2}{5}:\frac{3}{7}=$; **t27)** $\left(-\frac{4}{7}\right):\left(-\frac{2}{5}\right)=$;
t28) O valor da expressão $5-\frac{3}{4}$ é: ( ) 4, ( ) $\frac{23}{4}$, ( ) 17, ( ) n.d.a
t29) O valor da expressão $2-\left(-\frac{1}{2}\right)$ é: ( ) $\frac{3}{7}$, ( ) $-\frac{3}{7}$, ( ) $\frac{7}{3}$, ( ) n.d.a
t30) O produto $(-5).\left(-\frac{1}{3}\right)$ é igual a: ( ) 5, ( ) 15, ( ) 3, ( ) n.d.a
t31) O valor da expressão $\left(\frac{3}{5}-\frac{2}{5}\right):\frac{1}{7}$ é: ( ) $\frac{1}{35}$, ( ) $\frac{5}{7}$, ( ) $\frac{7}{5}$, ( ) n.d.a
Calcule as potências:

t32) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 =$; **t33)** $\left(\frac{2}{7}\right)^2 =$; **t34)** $\left(-\frac{2}{3}\right)^0 =$; **t35)** $\left(-\frac{2}{5}\right)^1 =$; **t36)** $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 =$; **t37)** $\left(-\frac{1}{5}\right)^3 =$;
t38) $\left(-\frac{5}{4}\right)^0 =$.
Exercícios:
t39) $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{5} =$; **t40)** $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} =$; **t41)** $\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 =$; **t42)** $\frac{2}{3} + \left(+\frac{1}{2}\right)^2 =$.
t43) A expressão $2^{-1} + 2^{-2}$ é igual a: ( ) $\frac{3}{4}$, ( ) $\frac{1}{8}$, ( ) $-\frac{3}{4}$;( ) n.d.a
t44) A expressão 3^{-2} x 3^{-2} x 9 é igual a: ( ) 1, ( ) -81, ( ) 3, ( ) n.d.a
t45) 2^{-3} é igual a: ( ) $\frac{1}{6}$, ( ) -8, ( ) $\frac{1}{8}$, ( ) n.d.a
Calcule :
t46) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 + 1 =$, **t47)** $\left(-\frac{5}{4}\right)^0 =$
Efetue as operações:
t48) $\left(-\frac{2}{5}\right)^3 . \left(-\frac{2}{5}\right)^2 . \left(-\frac{2}{5}\right)^4 =$, **t49)** $\left(+\frac{3}{4}\right)^2 : \left(+\frac{3}{4}\right)^1 =$, **t50)** $\left(-\frac{3}{5}\right) . [(-4)+(-3)] =$,
t51) $\left(+\frac{1}{5}\right) . \left[(+2)+\left(-\frac{1}{4}\right)\right] =$; **t52)** $\left[(-2):\left(-\frac{3}{7}\right)\right]^2 =$; **t53)** $(-2) . \left[\left(+\frac{1}{5}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)\right] =$
t54) $\left[(-6)+\left(+\frac{1}{8}\right)\right] : (-2) =$; **t55)** $5 - \frac{1}{2} + \left(+\frac{1}{2}\right)^2 =$; **t56)** $-3 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right) =$;
t57) $\left(+\frac{5}{8}\right) - \left(+\frac{1}{4} + \frac{3}{2}\right) =$; **t58)** $\left(+3 - \frac{1}{4}\right) + \left(+2 - \frac{1}{2}\right) =$; **t59)** $\left(\frac{1}{7} - 1\right) . \left(\frac{1}{3} . \frac{3}{2}\right) =$
Complete:
t60) $\sqrt{\frac{25}{36}} =$; **t61)** $\sqrt{\frac{9}{100}} =$; **t62)** $\sqrt{\frac{1}{9}} =$; **t63)** $\sqrt{\frac{4}{49}} =$; **t64)** $\sqrt{\frac{9}{4}} =$; **t65)** $\sqrt{\frac{1}{4}} =$
t66) $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}} =$; **t67)** $\sqrt[3]{\frac{1}{8}} =$; **t68)** $\sqrt{\frac{9}{64}} =$; **t69)** $\sqrt[3]{\frac{8}{27}} =$;
Complete :
t70) $\left(+\frac{2}{5}\right) + \left(\frac{4}{5}\right) =$; **t71)** $\left(+\frac{1}{5}\right) + \left(-\frac{3}{4}\right) =$; **t72)** $\left(+\frac{1}{3}\right) - \left(+\frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{5}\right) =$
Calcule as sentenças:

t_{73}) $\sqrt{\frac{4}{25}}=$; **t_{74})** $\sqrt{\frac{1}{16}}=$; **t_{75})** $\sqrt{\frac{9}{16}-\frac{3}{4}}=$; **$t_{76}$)** $7+\sqrt{100}=$; **t_{77})** $\frac{\sqrt{16}}{3}=$;
t_{78}) $\frac{2}{\sqrt{36}}=$; **t_{79})** $\sqrt{4}+\sqrt{25}-\sqrt{36}=$
Resolva as expressões:
t_{80}) $-\sqrt{\frac{4}{9}}+\sqrt{\frac{1}{9}}=$; **$t_{81}$)** $-\left(-\frac{3}{2}\right)^2+\sqrt{\frac{1}{100}}=$; **$t_{82}$)** $\left(-\frac{1}{2}\right)^2.\sqrt{\frac{25}{49}}=$;
t_{83}) $\left(-\frac{3}{4}\right)^0:\sqrt{\frac{1}{144}}=$.

Tarefas propostas pela professora Joana

Complete com $\in$ ou $\notin$:
t_{84}) $\frac{2}{3}$ ...... N; **t_{85})** -1 ....Q; **t_{86})** $\frac{3}{5}$ .... Z; **t_{87})** -0,72 ....Q_-; **t_{88})** $\frac{4}{7}$ ....Q_+;
t_{89}) $\frac{12}{99}$ .... Q_+; **t_{90})** $-\frac{5}{2}$ .... Z; **t_{91})** $-\frac{7}{9}$ ..... Q_-^*; **t_{92})** 0 ...... Q_+^*
Coloque (V) ou (F):
t_{93}) $-7\in Q$ ( ); **t_{94})** $-0{,}8333...\in Q$ ( ); **t_{95})** $-\frac{1}{3}\in Z$ ( ); **t_{96})** $9\in Z$ ( );
t_{97}) $\frac{1}{3}\in Q$ ( ); **t_{98})** $0{,}75\in Q_+^*$ ( )
Calcule as adições e simplifique os resultados
t_{99}) $\left(+\frac{25}{48}\right)+\left(+\frac{17}{48}\right)=$; **$t_{100}$)** $\left(+\frac{4}{25}\right)+\left(+\frac{16}{25}\right)=$
Calcule as adições e simplifique os resultados:
t_{101}) $\left(+\frac{8}{6}\right)+\left(+\frac{12}{6}\right)=$; **$t_{102}$)** $\left(-\frac{30}{12}\right)+\left(-\frac{6}{12}\right)=$; **$t_{103}$)** $\left(+\frac{37}{20}\right)+\left(-\frac{12}{20}\right)=$;
t_{104}) $\left(-\frac{58}{40}\right)+\left(+\frac{14}{40}\right)=$; **$t_{105}$)** $\left(-\frac{59}{50}\right)+\left(-\frac{11}{50}\right)=$; **$t_{106}$)** $\left(+\frac{70}{56}\right)+\left(-\frac{12}{56}\right)=$;
t_{107}) $\left(+\frac{25}{25}\right)+\left(+\frac{75}{25}\right)=$; **$t_{108}$)** $\left(-\frac{70}{45}\right)+\left(-\frac{11}{45}\right)=$;
Efetue as operações e simplifique os resultados, quando possível:
t_{109}) $\left(+\frac{1}{8}\right)+\left(+\frac{5}{8}\right)=$; **$t_{110}$)** $\left(-\frac{3}{6}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)=$; **$t_{111}$)** $\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(+\frac{4}{3}\right)=$;

t_{112}) $\left(+\frac{7}{12}\right)+\left(-\frac{1}{12}\right)=;$ **t_{113})** $\left(+\frac{5}{18}\right)+\left(+\frac{7}{18}\right)=;$ **t_{114})** $\left(-\frac{8}{15}\right)+\left(-\frac{2}{15}\right)=;$
t_{115}) $\left(-\frac{9}{21}\right)+\left(+\frac{3}{21}\right)=;$ **t_{116})** $\left(+\frac{16}{24}\right)+\left(+\frac{4}{24}\right)=;$
Calcule as somas e as subtrações e simplifique sempre que possível:
t_{117}) $-\frac{7}{18}+\frac{3}{18}+\frac{2}{18}=;$ **t_{118})** $-\frac{3}{5}-\frac{2}{7}+\frac{1}{2}=;$ **t_{119})** $\frac{5}{8}-\frac{2}{8}+\frac{1}{8}=;$
t_{120}) $-\frac{1}{10}+\frac{3}{10}-\frac{5}{10}=;$ **t_{121})** $\frac{6}{5}+\frac{3}{4}+\frac{5}{2}=;$ **t_{122})** $-\frac{2}{5}+\frac{5}{6}-\frac{2}{3}=;$
Efetue as multiplicações:
t_{123}) $\left(+\frac{5}{4}\right).\left(-\frac{4}{9}\right).\left(+\frac{1}{2}\right)=;$ **t_{124})** $\left(-\frac{1}{4}\right).\left(+\frac{5}{6}\right).\left(+\frac{7}{6}\right)=;$ **t_{125})** $\left(-\frac{5}{8}\right).\left(-\frac{3}{4}\right).\left(-\frac{2}{9}\right)=;$
Efetue as somas e as subtrações e simplifique os resultados:
t_{126}) $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}-\frac{1}{2}=;$ **t_{127})** $-\frac{3}{5}+\frac{7}{8}-\frac{2}{3}=;$ **t_{128})** $\frac{4}{9}+\frac{5}{6}+\frac{3}{2}=;$ **t_{129})** $-\frac{10}{11}-\frac{9}{5}+\frac{7}{8}=;$
Calcule as somas e simplifique os resultados:
t_{130}) $-\frac{7}{6}+\frac{5}{6}-\frac{1}{6}=;$ **t_{131})** $\frac{2}{5}+\frac{7}{10}+\frac{11}{3}=;$ **t_{132})** $-\frac{2}{7}-\frac{9}{4}-\frac{9}{2}=;$ **t_{133})** $\frac{7}{15}-\frac{2}{3}+\frac{16}{10}=;$
t_{134}) $-\frac{34}{10}-\frac{7}{10}-\frac{5}{10}=$
Calcule as multiplicações e simplifique os resultados:
t_{135}) $\left(-\frac{7}{8}\right).\left(+\frac{3}{4}\right).\left(-\frac{1}{8}\right)=;$ **t_{136})** $\left(\frac{7}{16}\right).\left(-\frac{8}{3}\right).\left(\frac{2}{3}\right)=;$ **t_{137})** $\left(-\frac{5}{10}\right).\left(-\frac{16}{25}\right).\left(\frac{1}{8}\right)=;$
t_{138}) $\left(\frac{12}{10}\right).\left(\frac{8}{15}\right).\left(-\frac{5}{12}\right)=$ **t_{139})** $\left(\frac{5}{6}\right).\left(-\frac{2}{3}\right).\left(\frac{5}{10}\right)=;$
Complete com $\in$ ou $\notin$:
t_{140}) -3,21 ...... Z; **t_{141})** -100 .....Z ; **t_{142})** $-\frac{8}{5}$ .....Z; **t_{143})** -100 ....Q;
t_{144}) $+\frac{9}{11}$ ..... N; **t_{145})** $\frac{31}{40}$ ..... Z;
Efetue as somas e as subtrações em Q simplifique os resultados:
t_{146}) $-\frac{3}{8}-\frac{1}{8}+\frac{14}{8}=;$ **t_{147})** $\frac{21}{16}+\frac{5}{16}+\frac{4}{16}=;$ **t_{148})** $\frac{17}{35}+\frac{8}{35}-\frac{10}{35}=;$ **t_{149})** $\frac{5}{4}+\frac{7}{3}+\frac{9}{2}=;$
Calcule:

t150) $\left(-\frac{1}{9}\right)^2$; **t151)** $\left(+\frac{1}{4}\right)^3$; **t152)** $\left(-\frac{1}{2}\right)^5$; **t153)** $(-\ 0{,}7)^3$; **t154)** $(-\ 4{,}2)^2$; **t155)** $\left(+\frac{7}{3}\right)^3$;
t156) $(-\ 9)^3$; **t157)** $\left(+\frac{9}{7}\right)^3$; **t158)** $\left(-\frac{10}{3}\right)^4$; **t159)** $(-\ 3{,}8)^2$
Calcule as potências
t160) $\left(+\frac{9}{10}\right)^3$; **t161)** $\left(-\frac{11}{8}\right)^2$; **t162)** $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$; **t163)** $\left(+\frac{3}{100}\right)^1$; **t164)** $\left(+\frac{21}{33}\right)^0$;
t165) $(-\ 0{,}5)^3$; **t166)** $(+\ 0{,}9)^{3\,;}$ **t167)** $(-\ 3{,}8)^2$;
Calcule:
t168) $\dfrac{-\frac{8}{17}}{+\frac{5}{21}}$; **t169)** $\dfrac{+\frac{9}{24}}{-\frac{12}{35}}$;
Calcule;
t170) $-\frac{1}{2}+\frac{5}{2}=$; **t171)** $\frac{27}{8}+\frac{19}{8}=$; **t172)** $-\frac{5}{6}+\frac{7}{10}=$; **t173)** $\left(-\frac{2}{3}\right).\left(+\frac{5}{4}\right).6=$;
t174) $-\frac{2}{21}:\left(+\frac{24}{15}\right)=$; **t175)** $\left(-\frac{52}{27}\right)^2=$; **t176)** $\left(\frac{13}{24}\right)^{-2}=$;
Resolva a expressão:
t177) $\left(-\frac{5}{6}\right)^{-2}.\left(\frac{6}{10}\right)^{-2}=$; **t178)** $\sqrt{\frac{4}{36}}-\sqrt{\frac{64}{9}}+\sqrt{100}=$;
Resolva as expressões:
t179) $\frac{1}{3}-\frac{2}{5}+\frac{1}{2}=$; **t180)** $\frac{5}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{7}=$; **t181)** $\left(-\frac{2}{3}\right).\left(-\frac{4}{5}\right):\left(+\frac{3}{5}\right)=$
t182) $\sqrt{\frac{30}{25}}+\sqrt{\frac{1}{100}}=$; **t183)** $\sqrt{\frac{4}{9}}-\sqrt{\frac{16}{81}}=$; **t184)** $\sqrt{\frac{64}{49}}+\sqrt{\frac{4}{121}}-\sqrt{\frac{36}{25}}=$
Escreva a leitura dos seguintes racionais: **t185)** $\frac{6}{7}$; **t186)** $\frac{17}{9}$; **t187)** $-\frac{1}{5}$; **t188)** $-\frac{20}{6}$; **t189)** $-\frac{3}{8}$
Determine o número racional correspondente a cada um dos quocientes: **t190)** (+2):(-3); **t191)** (-12):(-5); **t192)** (-5) :(+7); **t193)** (-15) :(+100); **t194)** (+8) :(-19); **t195)** (+43) :(+99)

Tarefas propostas pela professora Sandra

Dê o símbolo dos seguintes conjuntos:			
t_{196}) Dos números inteiros			
t_{197}) Dos números inteiros não-nulos			
t_{198}) Nos números racionais absolutos			
t_{199}) Dos números racionais positivos			
t_{200}) Dos números racionais não-positivo			
No lugar de ...... escreva $\in$ ou $\notin$:			
t_{201}) $-\frac{2}{3}$ ..... Q^* ;	**t_{202})** $-0,23$ ..... Q* ;	**t_{203})** $-\frac{2}{3}$ ..... Q_-;	**t_{204})** $-0,23$ ..... Q^*_+ ;
t_{205}) $-\frac{2}{3}$ ..... Q_+ ;	**t_{206})** $-0,23$ ..... Q^*_-;	**t_{207})** $-\frac{2}{3}$ ..... Q_-;	**t_{208})** 0,23 ..... Q_+;
Complete:			
t_{209}) N é o conjunto dos números ....;			
t_{210}) Z é o conjunto dos números ....;			
t_{211}) Q é o conjunto dos números ....;			
Coloque $\in$ ou $\notin$			
t_{212}) 7 .... N;	**t_{213})** 7 .... Z;	**t_{214})** 0 .... N;	**t_{215})** 0 .... Z;
t_{216}) -5 ..... N;	**t_{217})**-5 ..... Z;	**t_{218})** $\frac{2}{3}$ ..... N;	**t_{219})** $\frac{2}{3}$ ..... Z;
t_{220}) $-\frac{4}{9}$ ..... N;	**t_{221})** $-\frac{4}{9}$ .... Z;	**t_{222})** 7 ...... Q;	**t_{223})** 0 ...... Q;
t_{224}) 5 ...... Q;	**t_{225})** $\frac{2}{3}$ ..... Q;	**t_{226})** $-\frac{4}{9}$ ..... Q;	
t_{227}) Complete: o número -5 pertence ao conjunto Z então -5 também .... ao conjunto Q_-			
Determine as somas:			
t_{228}) $-\frac{1}{2}+\frac{3}{7}=$;	**t_{229})** $\frac{1}{3}+\frac{2}{5}=$;	**t_{230})** $-\frac{5}{6}+\frac{1}{2}=$;	**t_{231})** $-\frac{2}{3}+\frac{4}{9}=$;
Determine as somas:			
t_{232}) $\frac{2}{5}+\left(+\frac{1}{2}\right)=$;	**t_{233})** $\frac{2}{5}+\left(-\frac{1}{2}\right)=$;	**t_{234})** $\frac{5}{3}+\left(-\frac{1}{2}\right)=$;	**t_{235})** $-\frac{5}{6}+\left(-\frac{1}{4}\right)=$;
t_{236}) $\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{5}{3}\right)=$;	**t_{237})** $\left(-\frac{4}{5}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)=$;	**t_{238})** $\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{2}{5}\right)=$	

Determine as somas:			
t_{239}) $5 + \dfrac{2}{3} =$;	**t_{240})** $2 + \dfrac{1}{7} =$;	**t_{241})** $\dfrac{2}{3} + 4 =$;	**t_{242})** $4 + \left(-\dfrac{1}{5}\right) =$;
t_{243}) $\left(-\dfrac{1}{2}\right) + (+3) =$;	**t_{244})** $(+1) + \left(-\dfrac{7}{6}\right) =$;	**t_{245})** $\left(-\dfrac{1}{8}\right) + 0 =$	
Determine as somas:			
t_{246}) $\dfrac{3}{5} + \left(-\dfrac{1}{2}\right) + \left(-\dfrac{1}{10}\right) =$;	**t_{247})** $\left(-\dfrac{3}{5}\right) + \left(\dfrac{7}{10}\right) + \left(+\dfrac{1}{25}\right) =$;	**t_{248})** $3 + \left(-\dfrac{1}{2}\right) + \left(-\dfrac{1}{3}\right) =$;	
Determine as somas:			
t_{249}) $0{,}5 + \left(-\dfrac{1}{5}\right) =$;	**t_{250})** $0{,}1 + \left(+\dfrac{2}{3}\right) =$;	**t_{251})** $\dfrac{1}{2} + (-0{,}2) =$;	**t_{252})** $0{,}4 + \dfrac{3}{4} + \dfrac{1}{2} =$;
Calcule as diferenças:			
t_{253}) $\dfrac{3}{5} - \dfrac{1}{5} =$;	**t_{254})** $\dfrac{7}{5} - \dfrac{1}{2} =$;	**t_{255})** $\dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{4} =$;	**t_{256})** $-\dfrac{2}{5} - \dfrac{3}{5} =$;
t_{257}) $\dfrac{5}{12} - \dfrac{3}{4} =$;	**t_{258})** $-2 - \dfrac{1}{2} =$.		

Tarefas propostas pelo professor João

Efetuar a soma das duas frações abaixo, representando o resultado na forma de figura e na forma de fração mista:			
t_{259}) $\dfrac{3}{4} + \dfrac{1}{3}$;	**t_{260})** $\dfrac{3}{2} + \dfrac{3}{3}$;	**t_{261})** $\dfrac{3}{6} + \dfrac{2}{2}$;	**t_{262})** $\dfrac{3}{5} + \dfrac{2}{2}$
t_{263}) Argüição oral da tabuada de dois ao dez. [nossa descrição da tarefa]			
Efetuar:			
t_{264}) $2 \div \dfrac{1}{2}$;	**t_{265})** $2 \div \dfrac{1}{3}$;	**t_{266})** $2 \div \dfrac{1}{4}$;	**t_{267})** $2 \div \dfrac{1}{5}$;
t_{268}) $9 \div \dfrac{1}{2}$;	**t_{269})** $9 \div \dfrac{1}{3}$;	**t_{270})** $9 \div \dfrac{1}{4}$;	**t_{271})** $9 \div \dfrac{1}{5}$;
t_{272}) $15 \div \dfrac{1}{2}$;	**t_{273})** $15 \div \dfrac{1}{3}$;	**t_{274})** $15 \div \dfrac{1}{4}$;	**t_{275})** $15 \div \dfrac{1}{5}$;
t_{276}) $\dfrac{1}{2} \div 2$;	**t_{277})** $\dfrac{1}{2} \div 3$;	**t_{278})** $\dfrac{1}{2} \div 4$;	**t_{279})** $\dfrac{1}{2} \div 5$;
t_{280}) $\dfrac{1}{5} \div 2$;	**t_{281})** $\dfrac{1}{5} \div 3$;	**t_{282})** $\dfrac{1}{5} \div 4$;	**t_{283})** $\dfrac{1}{5} \div 5$;
t_{284}) $\dfrac{3}{4} \div 2$;	**t_{285})** $\dfrac{3}{4} \div 3$;	**t_{286})** $\dfrac{3}{4} \div 4$;	**t_{287})** $\dfrac{3}{4} \div 5$
t_{288}) Resolver o problema: Fabiano toma meio litro de leite por dia. Quantos litros ele			

tomará em quatro dias?
t_{289}) Resolver o problema: Fabiano toma meio litro de leite por dia. Quantos litros ele tomará em uma semana?
t_{290}) Escrever setenta e cinco por cento na forma de fração centesimal e simplificar.
t_{291}) Representar na forma de figura a fração três quartos.
t_{292}) Escrever oitenta por cento na forma de fração centesimal e simplificar.
t_{293}) Representar na forma de figura a fração quatro quintos.
t_{294}) Escrever noventa por cento na forma de fração centesimal e simplificar.
t_{295}) Representar na forma de figura a fração nove décimos.
t_{296}) Calcular cinqüenta por cento de trezentos.
t_{297}) Calcular vinte e cinco por cento de setecentos.

ANEXO 2

Tipo de tarefa	*Professor João*	*Professora Maria*	*Professora Joana*	*Professora Sandra*	*TOTAL*
T_1: Somar duas frações com denominadores iguais.		**t_4; t_{70}**	**t_{99}; t_{100}; t_{101}; t_{102}; t_{103}; t_{104}; t_{105}; t_{106}; t_{107}; t_{108}; t_{109}; t_{110}; t_{112}; t_{113}; t_{114}; t_{115}; t_{116}; t_{170}; t_{171}**	**t_{236}; t_{253}; t_{256}**	24
T_2: Somar frações com denominadores diferentes.	**t_{259}; t_{260}; t_{261}; t_{262}**	**t_1; t_2; t_3; t_5; t_6; t_7; t_8; t_{10}; t_{11}; t_{14}; t_{17}; t_{57}; t_{71}; t_{72}**	**t_{117}; t_{118}; t_{119}; t_{120}; t_{121}; t_{122}; t_{126}; t_{127}; t_{128}; t_{129}; t_{130}; t_{131}; t_{132}; t_{133}; t_{134}; t_{146}; t_{147}; t_{148}; t_{149} ; t_{111}**	**t_{228}; t_{229}; t_{230}; t_{231}; t_{232}; t_{233}; t_{234}; t_{235}; t_{237}; t_{238}; t_{246}; t_{247}; t_{254}; t_{255}; t_{257};**	53
T_3: Multiplicar frações		**t_{12}; t_{13}; t_{23}**	**t_{123}; t_{124}; t_{125}; t_{135}; t_{136}; t_{137}; t_{138}; t_{139}**		11
T_4: Completar com o símbolo de $\in$ ou $\notin$ a relação existente entre um número dado e um dos conjuntos **N**, $\mathbb{Z}$ ou $\mathbb{Q}$.			**t_{84}; t_{85}; t_{86}; t_{87}; t_{88}; t_{89}; t_{90}; t_{91}; t_{92}; t_{140}; t_{141}; t_{142}; t_{143}; t_{144}; t_{145}**	**t_{201}; t_{202}; t_{203}; t_{204}; t_{205}; t_{206}; t_{207}; t_{208}; t_{212}; t_{213}; t_{214}; t_{215}; t_{216}; t_{217}; t_{218}; t_{219}; t_{220}; t_{221}; t_{222}; t_{223}; t_{224}; t_{225}; t_{226}**	38

Tipo de tarefa	*Professor João*	*Professora Maria*	*Professora Joana*	*Professora Sandra*	*TOTAL*
T_5: Dividir números racionais	**t_{264}; t_{265}; t_{266}; t_{267}; t_{268}; t_{269}; t_{270}; t_{271}; t_{272}; t_{273}; t_{274}; t_{275}; t_{276}; t_{277}; t_{278}; t_{279}; t_{280}; t_{281}; t_{282}; t_{283}; t_{284}; t_{285}; t_{286}; t_{287}**	**t_{24}; t_{25}; t_{26}; t_{27}**	**t_{168}; t_{169}**		30
T_6: Resolver problemas envolvendo a divisão de dois números racionais	**t_{288}; t_{289}**				02
T_7: Dada uma porcentagem, representa-la na forma de fração centesimal e simplificar.	**t_{290}; t_{292}; t_{294}**				03
T_8: Escrever um número racional como quociente entre dois números inteiros.			**t_{190}; t_{191}; t_{192}; t_{193}; t_{194}; t_{195}**		06
T_9: Escrever por extenso a leitura de um número racional.			**t_{185}; t_{186}; t_{187}; t_{188}; t_{189}**		05

Tipo de tarefa	*Professor João*	*Professora Maria*	*Professora Joana*	*Professora Sandra*	*TOTAL*
T_{10}: Fazer uso de uma figura para representar uma fração.	**t_{291}; t_{293}; t_{295}**				03
T_{11}: Dado um número, calcular certa porcentagem desse número.	**t_{296}; t_{297}**				02
T_{12}: Calcular o valor de uma expressão numérica envolvendo duas ou mais operações com números racionais.		**t_{21}; t_{22}; t_{31}; t_{39}; t_{40}; t_{41}; t_{42}; t_{43}; t_{44}; t_{46}; t_{48}; t_{49}; t_{50}; t_{51}; t_{52}; t_{53}; t_{54}; t_{55}; t_{56}; t_{57}; t_{58}; t_{59}; t_{75}; t_{76}; t_{79}; t_{80}; t_{81}; t_{82}; t_{83}**	**t_{177}; t_{178}; t_{182}; t_{183}; t_{184}**		34
				TOTAL	211

Obs: aqui foram relacionadas e classificadas apenas tarefas que o pesquisador participou das observações. No anexo 1 estão relacionadas todas as tarefas trabalhadas pelos professores colaboradores.

ANEXO 3

ANÁLISE IDEOGRÁFICA – PROFESSOR JOÃO

DISCURSO DO SUJEITO

Bom para eu iniciar números racionais, primeiro tem que começar com os números naturais. É a primeira parte: os naturais, que são a origem de tudo. Então eu inicio os naturais com eles. Geralmente vejo... Retorno com o trabalho... Vejo com eles como foi a base deles... O que eles viram de números... Qual é o conhecimento deles em cima dessa palavra números.

Primeiro eu brinco com eles. É que nós estamos envolvidos com números e que a nossa vida são números. Aí coloco como exemplo para eles: "qual é o endereço de vocês?" Aí eles falam. "Como é que eu acho o endereço de vocês? Através de um número." Aí eu falo: "Se eu não precisar ir até a casa de vocês qual é a outra possibilidade que eu posso utilizar? Telefone." "Telefone é o que? Números." Aí eu falo para eles: "quando vocês nascem o que é o ostensivo de vocês? Número". "Na hora de vocês virem para a escola, a que horas vocês terão de vir?" Aí eles dizem, se for de manhã ou à tarde, "1h, meio-dia, 7h". "O que é isso? Número". "A hora em que você vai dormir? Número". Tudo é número. Então eu falo: "matemática está na vida, no cotidiano, tanto quando você acorda, vai dormir, vai comer"... Então tudo é o número.

Então no início da matemática... É antigamente não tinha número concreto como nós temos agora, 1, 2, 3. Então eles trabalhavam com o que? Trabalhavam com comparação. Então tinham... "Os antigos usavam para contar usavam o que? Usavam pedrinhas, faziam riscos"... E hoje nós temos práticas... Nós temos número, porque antigamente havia poucas coisas para contar. Hoje é impossível você fazer a contagem com algum objeto. Então surgiram os números naturais, considerando os números 0, 1, 2, 3 que são todos positivos e inteiros.

Com o tempo não tinha mais como o utilizar só os números que eram inteiros. Houve também a necessidade de comparar números que eram inteiros, mas... que você tinha... Tinha que fazer comparação com outro sinal. Aí surgem os números negativos. Então eu pergunto para eles: "O que a gente pode trabalhar com negativo? O que são os números negativos?" Tem aluno que não tem essa noção. Está no sexto e não tem essa noção de número negativo. Você tem que dar exemplos para ele assim: "Olha o que eu poderia comparar usando um número negativo? Ah professor eu vejo o negativo na geladeira. Tem números negativos que aparecem no freezer. Isso". "O que ele quer dizer com esse número negativo?" Aí a resposta que eu tenho muita vezes é: "que é aquele que não é positivo". Então eu falei assim: "como será que surgiu o negativo?" Os alunos pensam, pensam... "Professor eu não sei. Não sei por que é positivo, porque é negativo"...

Aí eu começo a colocar para eles: "Vamos fazer uma reta. Nessa reta quem que vai ser a origem?" Aí a maioria sabe: "o zero". Então no zero começa tudo. Para a direita, que são os positivos, então nós vamos entrar com a esquerda que são os números negativos. Eu coloco no quadro, faço com a reta, coloco o zero no meio e ali eu começo explicar: "então positivos todos os da direita, os negativos todos da esquerda. Os negativos são números que sempre são menores que zero". Falo para eles: "então do zero para a esquerda não vale nada, são números que não valem nada. Por mais que ele seja 1000, se ele é negativo é menor que zero". Eu sempre coloco para eles isso. Então... "Uma nota negativa... Todo número negativo é menor que o zero, que não é nada. Então ele é menor". Eu começo a falar para eles: "então aqui ó, do zero para a direita nós vamos ter só números que são considerados naturais e inteiros. E os da esquerda entram no outro conjunto, que é o conjunto dos números inteiros. Nesse conjunto dos inteiros entram os negativos e os positivos. Então o natural está dentro do conjunto Z".

Só que com o tempo a gente vê que o número inteiro positivo-negativo não abrange tudo o que você vai fazer. Então houve a necessidade de se ter mais números, que são os números racionais.

Então o que eu posso falar de números nacionais? Para mim números nacionais são aqueles números que eram inteiros e nós temos a necessidade de trabalhar com pedaços desse número. Por exemplo: se eu tenho, por exemplo, um pedaço de pau... Uma madeira. Enquanto eu trabalho com ela sem repartir eu tenho um número inteiro. A partir do momento em que eu preciso de um pedaço dessa madeira então ela já não é mais um inteiro, ela vai ser uma fração ou um pedaço daquele meu inteiro. E aí é um número racional...

Onde nós utilizamos muito os números nacionais no dia-a-dia? Então o exemplo mais prático para eles entenderem é falar: “nós vamos a um restaurante... Uma lanchonete... E lá você vai pedir uma pizza. Essa pizza você pede ela inteira. Só que você sempre vai com os colegas... Com os amigos. Então essa pizza... Você não vai comer ela inteira. Dependendo, se forem duas pessoas, você vai ter que reparti – lá. Se estiverem em maior quantidade você pede uma grande. Mas também vai ter que repartir. Então essa divisão, aquele inteiro que era a pizza, quando ela foi repartida, ela não é mais um inteiro, ela já virou o que? Virou um número racional. Ela era um inteiro antes de cortar, mas a partir do momento que eu a cortei e vou servir para alguém... para meus colegas ela é... Ela passa a ser um número fracionário”... Então essa é a parte que o aluno melhor entende. Quando você mostra isso... Olhando ele é inteiro, mas a partir do momento que você repartir o inteiro ele passa a ser um número racional. Ele não é mais inteiro ele é uma parte do inteiro.

Na escola em que eu trabalhava tinha aqueles discos de frações que eu gostava de trazer para a sala e mostrar para eles. Eu distribuía na sala e lá eles faziam aquela montagem. Diziam: “Professor, um inteiro.” Então eles pegavam um pedaço. Repartiam esse disco em quatro partes e tiravam uma. Então eu perguntava: “quanto ficou?” Vinha a confusão: eles não sabiam se era três ou se era quatro. Eu tinha que mostrar que nos números racionais tem a parte de cima, que é chamado de numerador, e a parte de baixo, chamada de denominador. Então o denominador sempre vai ser a quantidade de partes em que repartimos o inteiro. Eu sempre mostrava para eles: “o denominador é a quantidade de parte que em que você dividiu. Quantas vezes, você repartiu em dez, quinze, em cinco, duas então é a parte de baixo que você vai colocar. E a parte de cima é a parte que você utilizou, que você comeu”. Então você pode gravar nessa parte. Ainda escrevo para eles: numerador parte utilizada, denominador a parte que você repartiu o inteiro. E aí os alunos começam a entender melhor.

Depois você tem que trabalhar com a adição, com a subtração, com denominadores que são iguais, quer dizer, pizzas iguais. Então repartir uma pizza em oito partes, se eu tiver uma outra pizza também dividida em oito, posso trabalhar somando os numeradores, pois os denominadores são iguais. Então você não precisa ir além, é só você somar os numeradores. E aí acontecesse quando as pizzas estão repartidas em quantidades de partes diferentes. Uma foi repartida em três partes e a outra foi repartida em quatro partes. “O que a gente faz para somar professor?” Então eu acho que vem a parte difícil pra eles. Tem o mínimo múltiplo comum que você tem que mostrar para eles fazerem. Essa parte eu acho difícil, porque o aluno vê, acha fácil. Mas quando você mistura com denominadores diferentes, eles acham super difícil. É uma confusão. Nessa parte você tem que gastar muito tempo e nós estamos agora recebendo uma ementa do Estado que você tem que cumprir.

Porque se você não cumprir e vir a supervisão... Então eu fico... Até a maioria dos professores na escola em que eu trabalho... Nós estamos com dificuldade de cumprir essa ementa que está vindo, porque é muita matéria e os alunos eles tem dificuldade. Como que você vai passar de uma matéria para outra? A escola cobra da gente e a coordenação também. Como que você não está dando conta? Então eu acho que quando eu comecei em 95, os meus alunos pareciam que tinham muito mais facilidade do que os meus alunos de hoje. Eu acho, olha... a diferença de aluno... O método é o mesmo. Eu trabalhava a mesma coisa em 95, 96, 97 e 98. Era satisfatório. De lá para cá eu não sei o que está acontecendo com os alunos. Eles têm muita dificuldade em assimilar o conteúdo, mas dificuldade mesmo. Você fala, fala... Você explica, revê... Ele entende.

Agora se você passar a atividade para eles fazerem em casa eles não conseguem fazer quase nada. Eu peço para eles: o que está acontecendo? Vocês não entendem na hora que eu estou explicando? Não professor, a gente entende na hora, mas parece que quando a gente chega em casa, parece que a gente esquece “tudinho”. Tudo que você passa a gente esquece.

Aí eu falei assim: Em casa tem alguém para acompanhar vocês... Assim, um pai? A maioria hoje é tudo filho de pais separados. Na casa não tem ninguém pra acompanhar. Então eles ficam perdidos porque a família está ausente. Geralmente é a mãe que fica com os filhos, então a mãe tem que trabalhar para sustentá-los. Tem muitos que não conhecem o pai. Então as famílias estão desestruturadas. Eu acho que é isso que está acontecendo, e que está influenciando no aprendizado do aluno. Os nossos alunos de 95 não passavam por tantas separações. Tinha sim, mas não como hoje. Fazendo uma comparação de 95 para 2008, a maioria dos nossos alunos são filhos de pais separados. Essas separações, essa desestruturação familiar é que eu acho que está... O desinteresse deles no aprendizado, eu acho que é pela estrutura da família. Isso está deixando os nossos alunos de hoje parece bem menos... Não posso falar menos inteligente, porque todo aluno é inteligente.

Então está influenciando no aprendizado deles... Eu trabalho com eles procurando mostrar que hoje a família mudou. Que hoje a mãe pode ser o pai e a mãe ao mesmo tempo, pois do jeito que nós temos tantos alunos é... Você tem que falar sobre família... E quando você fala, você vê que tem muitos alunos que ficam constrangidos com esse assunto. Você tem alunos que não conhecem o pai, moram com a avó, com tia, não tem mãe, não tem pai... Então eu acho que a nossa maior dificuldade é trabalhar com a família. Essa está sendo a maior dificuldade que nós temos, porque precisamos que alguém trabalhe com essa família para nos dar suporte e para chegarmos ao conteúdo. Então essa seria a nossa, eu acho, grande dificuldade, porque se tivesse uma estrutura familiar com certeza os alunos teriam mais facilidade em entender, ou se tivesse alguém em casa para ajudar seria mais fácil.

E números racionais é uma matéria que eu acho que o aluno não deveria ter tanto dificuldade, porque ele convive com esse número desde o primário. Ele já sabe o que é um número inteiro, já viu... E outra coisa que eu tenho dificuldade é que, quando converso com outros professores de primário, tem várias professoras que não dominam a matemática, então elas passam, assim, o básico, o mínimo para eles. Eu acho que no primário já tinha que iniciar com um professor que fosse formado em matemática, para dar início naquela base. Porque, vou dar o exemplo de uma casa, sem um bom alicerce não adianta, ela afunda. Então nós estamos pegando os alunos com o alicerce lá embaixo, muito fracos para acompanhar o sexto ano. Então eu vejo que os alunos vêm de lá, eles não... Não estão conhecendo o que é um número... Ordem do número: unidade, dezena, centena que é o básico que começa no primário. Se eu perguntar para eles o que é uma dezena, tem muitos que não sabem. "O que é uma unidade?"

No começo a primeira coisa que eu faço com números é... Dou um probleminha e o aluno não sabe se no problema é para somar, se é para dividir, se é para multiplicar... Então, problemas para eles são uma coisa que olha.... "Professor o que eu tenho que fazer? Tenho que pegar esse número e tenho que somar? Tenho que dividir?" Então eu acho que esse é o mínimo com que ele deveria vir do primário... Estão vindo muito fracos. Acho que o primário tinha que trabalhar mais o português, a interpretação de texto... Problema mesmo de interpretação. Porque eles... Se eu colocar na quinta série, sexto ano... Se você não falar que tem que somar ou multiplicar eles não fazem o exercício. Então eu acho que está precisando o primário dar uma boa... Eu acho interessante colocar um professor assim por área: Matemática por professor de matemática, português com professor de português, história com professor de história... Para quando chegarem no ensino fundamental, primário depois fundamental, que ele tenha uma noção... Uma boa base de entendimento de número... Então começando com professor que seja da nossa área de matemática.

Outra dificuldade que eu tenho com os alunos... Quando você trabalha com os números racionais com os denominadores diferentes e tem que tirar o mínimo... Depois o mínimo você tem que dividir pela parte de baixo, multiplicar pela parte de cima pra ficar com o mesmo denominador... Então eu sinto que essa parte para o aluno é muito complicada, de você mostrar pra ele.

Porque você tem que fazer... Eu coloco um exemplo pra eles assim: você só pode é... Trabalhar com pizza que for do mesmo tamanho, para fazer a comparação... Pizza do mesmo tamanho. Eu posso ter pizza média, grande, pequena. Só que eu não posso trabalhar com uma grande e uma pequena, uma grande e uma média. Então eu tenho que trabalhar com pizza do mesmo tamanho. Então é por isso que nós quando temos frações com denominadores diferentes teremos que igualar os denominadores para poder dizer quem é a maior e quem é menor. Mostrar para você quem é maior, quem é menor... Se eu colocar lá duas pizzas diferentes, como números... Com denominadores diferentes... Na hora de olhar... Quem é a maior? Quem é a menor? Para poder responder a isso tenho que fazer o que? Tenho que igualar as duas. Igualo fazendo o que? Tirando mínimo múltiplo comum. Vou tirar... Depois vou dividir pelo denominador e multiplicar pelo numerador, aí sim, com certeza, eu posso falar: essa aqui é maior, essa aqui é menor.

A minha terceira dificuldade... Que eu acho que eles têm, é quando você trabalha com eles o sinal... Sinal pra eles é coisa de outro mundo. Como que eles têm dificuldade na hora de comparar sinal, principalmente se vai somar, se vai diminuir, se vai conservar. Eu coloco as regras direto para eles: sinais iguais, quando você está trabalhando sinais iguais... Você vai somar com sinais diferentes, você vai diminuir e conservar o sinal do maior.

E a outra é você trabalhar a fração com expoente, com a potência. Essa parte eles tem que fazer quando for negativo, tem que fazer todo o jogo de sinais. Tem até aquela regrinha, essa regrinha eu falo pra eles: se for positivo, você conserva o sinal; negativo, o sinal sempre ao contrário, então essa você tem que gravar. Acho que a maior dificuldade que eles têm, então seria na hora do jogo de sinal quando for uma adição de fração... E quando tem a divisão de fração... Vejo que eles têm dificuldade. Na divisão é só você inverter. Na hora em que você explica, eles fazem e entendem que é uma beleza. Porque se for para casa eles não sabem... Tem que conservar, tem que inverter... O jogo de sinais está ali. Então ele fala: “Professor tem uma maneira mais fácil de fazer?” Eu falo: “mas essa é a maneira mais fácil. Você vai pegar a divisão e vai passar para a multiplicação, só isso”.

Quando fala: “simplificação de fração”. Essa simplificação para eles é o... “Professor, mas por que é que precisa simplificar?” Eu falo: “para ficar menor... Por que geralmente quando você vai trabalhar, você tem que trabalhar sempre com número pequeno, você não vai trabalhar com número grande, vai trabalhar com número pequeno”. “Mas professor, e se eu deixar? O senhor vai aceitar?” Eu falo para eles: “ó, eu... eu aceito mas tem coisas que você vai fazer num concurso, que você vai fazer em qualquer outra prova, e o resultado não vai ser aquele, entendeu? Então por isso que você vai precisar fazer o que? Simplificar nesses casos o resultado para ver qual resultado você vai achar lá para marcar”.

Para mim se você entendeu fazendo o inverso, sabe que a divisão é o inverso da multiplicação, eu considero. Não vou considerar errado, porque não está errado. Só que quando você for fazer qualquer prova, geralmente não vai ser o número que vai está aqui. Não vai ser um número grande. Vai ser do número simplificado. Aí eles falam assim: “Ah professor, mas concurso já agora?” Você fala: “olha, porque é que vocês estão estudando?” Eles respondem: “ah, porque minha mãe manda”, “tenho que vir”, “sou obrigado”. Têm muitos que falam: “sou obrigado a vir”. Você fala: “Olha, vocês estão estudando porque mais tarde vocês vão ter uma profissão, vão querer um emprego, então todos vocês aqui na sala são concorrentes entre vocês. O melhor aqui, vai conseguir o melhor emprego”. Coloco sempre assim para eles. “Dá vida”, eu falei assim, “eu professor de matemática para estar aqui na escola, concorri com vários professores. Então todos vocês são candidatos a concorrer a uma vaga... A vaga que vocês escolherem. Sempre quando vocês vão fazer... Vocês vão concorrer. Com quem que vai ficar? Com aquele que for mais bem classificado. Então a vida de vocês aqui... Na escola é uma base para quando vocês virarem adultos e quiserem um emprego... Ou procurarem um emprego. Aquele que mais se destaca numa prova é o que vai conseguir o melhor emprego”.

Professor hoje eu considero assim... Um emprego... Eu considero que o professor tem que ter dom, porque se ele for pelo salário, vai para outra profissão. Para mim a melhor coisa na minha vida foi a minha escolha. Porque eu adoro matemática, eu me sinto bem, eu gosto de ensinar, eu me dedico ao meu trabalho. Então eu acho que não me vejo em nenhuma profissão além de ser professor de matemática. Não me vejo. Até já tentei ver... Tem muitos professores que falam "Ah professor João, faz. Você é matemático. Faz um concurso para outra área”. Eu falo: "não, a área que eu gosto é matemática”. Eu gosto de dar aula, não me vejo em qualquer outro emprego. Por isso eu nunca fiz nenhum concurso diferente que não fosse para professor.

Acho que sou feliz, porque estou no lugar que eu queria estar. Desde criança sempre gostei de, é... Ajudei meus colegas em casa. Minha mãe sempre falou para mim: "João você vai ser professor de matemática.", porque ela via que sempre os meus colegas iam a minha casa. Eu tinha facilidade no conteúdo de matemática. Uma professora no oitavo ano, oitava série, me falou que eu provavelmente seria um professor de matemática, pois eu sempre estava ensinando matemática para meus colegas. E sempre foi mesmo... Desde criança eu sempre gostei de números, sempre gostei de matemática, então eu acho que estou na profissão certa e me dedico a isso.

ANÁLISE IDEOGRÁFICA – PROFESSORA JOANA
DISCURSO DO SUJEITO Bom, nós trabalhamos assim, muito na parte de... Como dizer, expositiva. No quadro, faço os exemplos. Primeiro tento relembrar as frações com eles, por que eles já aprenderam lá no terceiro, quarto ano... Agora mudou toda a nomenclatura. Dou uma retomada no que é fração. Porque números racionais nada mais são do que as frações. Depois eles dizem: “Ah, eu lembrei como é que é”. A gente procura mostrar, por exemplo, assim... Fazendo com a folha de sulfite, dividindo... Tentando explicar o que é... Para ficar bem centrado no que é a fração. Depois a gente começa a trabalhar com os números, mostrando que eles formam um conjunto muito amplo, que antes era só... Eles conheciam apenas aquela divisão... Aquela coisinha pequena. Agora é uma obra muito maior. Para poder... Eles vão pegando bem, vão entendendo o que é a fração. Nós vamos calculando as operações. Primeiro eu trabalho com a adição com denominadores iguais, depois com denominadores diferentes, eu tento lembrar assim... Eu jogo muito assim... A fração como se eu achasse a equivalente, porque eles têm muita dificuldade em achar o mínimo múltiplo comum. Têm alguns que aprenderam no quarto ano e relembram... Entendem direitinho. Então eu procuro achar pelo equivalente. Eu procuro vários caminhos. Mostro pela equivalência, mostro pelo mínimo... Então eu aceito o raciocínio correto. Aí nós fazemos a soma com denominadores diferentes... A subtração também. A multiplicação eles adoram porque não tem que fazer a redução ao mesmo denominador. Eu trabalho muito, muito a tabuada porque eles pegam o gancho... A tabuada o que você faz? “Essa fração aqui dá pra torná-la menor? Dá. E que número que eu posso... Dá pra dividir por dois, tem que dividir?”. É uma fração, então é uma igualdade só. Você vai dividir pelo numerador e denominador, e aí vamos trabalhando, fazendo a... Isso no nível de... Isso mais no nível de sexto ano, porque já... Apesar de que no sétimo eu dou uma relembrada disso e nós já vamos trabalhando com a... Quando a gente entra na equação também. A aplicação deles, dos racionais, porque eu faço muita confusão agora é com... Porque eu tenho sexto e sétimo. No sexto ano a gente trabalha mais no sentido das operações e alguns problemas... Agora no sétimo a gente trabalha equações, resolve problemas... Então sempre relembrando aquele conceito básico, sempre o aluno esquece, sempre fazendo aquele gancho. Quando sinto que ele tem muita dificuldade lá em trabalhar com a equação, que não está entendendo, eu paro, eu volto no início para ficar bem definido o que é a equação, o que é o racional e o que está acontecendo... Para eles poderem se sair bem na equação. Eu trabalho muito... Eu prefiro dar no sétimo ano, ao trabalhar as equações... Com o conjunto dos racionais, para eles não fazerem confusão entre os inteiros. Eu mostro ligeiramente as equações com os inteiros e depois eu fico mais centrada nos racionais, até porque é a maioria dos números. Por exemplo, um sexto, um sexto vai dar um número muito quebrado, deixo ele em fração... Não dá para simplificar... Eu prefiro trabalhar nesse sentido com eles... Todos racionais. Porque na hora da verdade, você achou na resposta uma fração então ela é verdadeira, responde a equação porque o racional é uma fração. Sempre estou lembrando isso pra eles...

ANÁLISE IDEOGRÁFICA – PROFESSORA SANDRA
DISCURSO DO SUJEITO Bom, para haver um pouco mais de entendimento por parte dos alunos com os números racionais, você começa do começo falando para eles dos números naturais primeiro... O que são os números naturais, trabalhando com os números naturais... Mostrando para eles que para chegarem aos números racionais, eles passam pelos números naturais. Aí você vai mostrando a composição dos números... Que eles demonstram para formar o conjunto Z que é o conjunto dos números inteiros. Você trabalha também, antes de mostrar os números racionais, que é o conjunto Q... Você trabalha com o conjunto Z também. Você faz um reforço na explicação e vai colocando para eles as possibilidades do uso do conjunto Z, até que ele entenda que há a necessidade também do conjunto Q, que são os números racionais. Aí você mostra para ele o que é que compõem o conjunto. Então foi através da junção do conjunto N, mais o seu oposto, que tava com outro conjunto, que um depende do outro, e que do conjunto Z, com todo ele completo ele forma o conjunto Q. Então você faz essa explanação na lousa, pra que ele ir entendendo... Você pode formar é... Através de diagramas ou através da reta. Você começa a trabalhar com a reta para o aluno ir entendendo aonde vão às frações positivas, e aonde vão às frações negativas. Porque quando ele entender bem que o conjunto N mais o seu oposto, que forma-se o conjunto Z... Ele entendendo bem o conjunto Z... ele vai saber que o conjunto Q nada mais é do que um pouquinho mais de colocação das frações ali. Que não é que ficou um conjunto grande e difícil de entender. Que além de dividir o que era inteiro, que agora ele também vai aprender a divisão com frações, que nada mais é do que traduzir essas frações em números decimais, também para eles entenderem. Estou fazendo assim: trabalho na reta, demonstrando em forma de diagrama, demonstrando em forma da divisão... Faço desenhos para eles... Faço explanação por meio de desenhos para eles... E mostro que a matemática está no nosso contexto, no nosso cotidiano, e sem que eles percebam, trabalham com o conjunto dos números racionais a toda hora no dia-a-dia... Quando vão ao mercado com a mãe, a uma feira... Ele já está trabalhando com o conjunto dos números racionais. Então quando você fala conjunto dos números racionais dentro da disciplina de matemática parece que é um bicho papão para eles, mas se você começar a colocar isso para eles, na medida em que ele vai a uma pizzaria com os amigos... Que tem ali a pizza que será dividida em pedaços... Ali você já pode falar pra ele... Ali ele já está trabalhando com os números racionais. Isso vai muito da explanação que você fizer na lousa para o aluno... Mostrando o conjunto N, depois o conjunto Z e depois como foi a formação do conjunto Q. Essa é a metodologia que eu uso para falar com eles sobre o conjunto Q. Eu obtenho depois... Passo exercícios... Mostro para eles... E sempre trabalhando. Você vai falar do conjunto Q, ou do conjunto Z, você volta fala assim: lembra do conjunto Q, do que ele é formado? Porque precisou ser formado o conjunto Q? Onde a gente usa? Essa é a metodologia que eu uso. E muita paciência que tem que ter para explicar. Porque você não pode colocar ali em uma ou duas aulas e querer que o aluno já entenda. Aí através de exercícios, demonstrações e conversando com eles. Sempre colocando. Eles até podem ir pra frente. As vezes os que passam de ano direto e os que ficam de exame, mesmo nas revisões, volto lá no conjunto N, volto no conjunto Z e volto para falar o que foi a composição do conjunto Q.

ANEXO 4

QUADRO GERAL DAS CONFLUÊNCIAS TEMÁTICAS						
UNIDADES DE SIGNIFICADO	CONFLUÊNCIAS TEMÁTICAS					
	01	02	03	04	05	06
JO01 - Bom para eu iniciar números racionais primeiro tem que começar com os números naturais.						X
JO02 - Geralmente vejo... Retorno com o trabalho... Vejo com eles como foi a base deles... O que eles viram de números... Qual é o conhecimento deles em cima dessa palavra números.					X	
JO03 - É que nós estamos envolvidos com números e que a nossa vida são números.	X					
JO04 - Então no início da matemática... É antigamente não tinha número concreto como nós temos agora, 1, 2, 3. Então eles trabalhavam com o que? Trabalhavam com comparação. Então tinham... “Os antigos usavam para contar usavam o que? Usavam pedrinhas, faziam riscos”			X		X	
JO05 - Aí eu começo a colocar para eles: “Vamos fazer uma reta. Nessa reta quem que vai ser a origem?” Aí a maioria sabe: “o zero”. Então no zero começa tudo. Para a direita, que são os positivos, então nós vamos entrar com a esquerda que são os números negativos		X	X			
JO06 - Então o que eu posso falar de números nacionais? Para mim números nacionais são aqueles números que eram inteiros e nós temos a necessidade de trabalhar com pedaços desse número. Por exemplo: se eu tenho, por exemplo, um pedaço de pau... Uma madeira. Enquanto eu trabalho com ela sem repartir eu tenho um número inteiro. A partir do momento em que eu preciso de um pedaço dessa madeira então ela já não é mais um inteiro, ela vai ser uma fração ou um pedaço daquele meu inteiro. E aí é um número racional...		X				
JO07 - Onde nós utilizamos muito os números nacionais no dia-a-dia? Então o exemplo mais prático para eles entenderem é falar: “nós vamos a um restaurante... Uma lanchonete... E lá você vai pedir uma pizza. Essa pizza você pede ela inteira. Só que você sempre vai com os colegas... Com os amigos. Então essa pizza... Você não vai comer ela inteira. Dependendo, se forem duas pessoas, você vai ter que reparti – lá. Se estiverem em maior quantidade você pede uma grande. Mas também vai ter que repartir. Então essa divisão, aquele inteiro que era a pizza, quando ela foi repartida, ela não é mais um inteiro, ela já virou o que? Virou um número racional.	X					
JO08 - Na escola em que eu trabalhava tinha aqueles discos de frações que eu gostava de trazer para a sala e mostrar para eles.			X		X	
JO09 - Ainda escrevo para eles: numerador parte utilizada, denominador a parte que você repartiu o inteiro. E aí os alunos começam a entender melhor		X	X			

QUADRO GERAL DAS CONFLUÊNCIAS TEMÁTICAS						
UNIDADES DE SIGNIFICADO	CONFLUÊNCIAS TEMÁTICAS					
	01	02	03	04	05	06
JO10 - Depois você tem que trabalhar com a adição, com a subtração, com denominadores que são iguais, quer dizer, pizzas iguais. Então repartir uma pizza em oito partes, se eu tiver uma outra pizza também dividida em oito, posso trabalhar somando os numeradores, pois os denominadores são iguais. Então você não precisa ir além, é só você somar os numeradores.	X		X	X		X
JO11 - Uma foi repartida em três partes e a outra foi repartida em quatro partes. "O que a gente faz para somar professor?" Então eu acho que vem a parte difícil pra eles. Tem o mínimo múltiplo comum que você tem que mostrar para eles fazerem.					X	
JO12 - Nessa parte você tem que gastar muito tempo	X					
JO13 - Você fala, fala... Você explica, revê... Ele entende.			X		X	
JO14 - Agora se você passar a atividade para eles fazerem em casa eles não conseguem fazer quase nada.				X	X	
JO15 - se tivesse alguém em casa para ajudar seria mais fácil					X	
JO16 - E números racionais é uma matéria que eu acho que o aluno não deveria ter tanto dificuldade, porque ele convive com esse número desde o primário.	X					
JO17 - Então nós estamos pegando os alunos com o alicerce lá embaixo, muito fracos para acompanhar o sexto ano. Então eu vejo que os alunos vêm de lá, eles não... Não estão conhecendo o que é um número...						
JO18 - Dou um probleminha e o aluno não sabe se no problema é para somar, se é para dividir, se é para multiplicar...					X	
JO19 - você vai fazer num concurso, que você vai fazer em qualquer outra prova, e o resultado não vai ser aquele, entendeu? Então por isso que você vai precisar fazer o que? Simplificar nesses casos o resultado para ver qual resultado você vai achar lá para marcar	X					
JO20 - Desde criança sempre gostei de, é... Ajudei meus colegas em casa. Minha mãe sempre falou para mim: "João você vai ser professor de matemática.", porque ela via que sempre os meus colegas iam a minha casa. Eu tinha facilidade no conteúdo de matemática. Uma professora no oitavo ano, oitava série, me falou que eu provavelmente seria um professor de matemática, pois eu sempre estava ensinando matemática para meus colegas. E sempre foi mesmo... Desde criança eu sempre gostei de números, sempre gostei de matemática, então eu acho que estou na profissão certa e me dedico a isso.	X					

QUADRO GERAL DAS CONFLUÊNCIAS TEMÁTICAS						
UNIDADES DE SIGNIFICADO	**CONFLUÊNCIAS TEMÁTICAS**					
	01	02	03	04	05	06
JN01 - Bom, nós trabalhamos assim, muito na parte de... Como dizer, expositiva.					X	
JN02 - No quadro, faço os exemplos.			X		X	
JN03 - Primeiro tento relembrar as frações com eles, por que eles já aprenderam lá no terceiro, quarto ano...					X	
JN04 - Porque números racionais nada mais são do que as frações.		X				
JN05 - Depois eles dizem: "Ah, eu lembrei como é que é".						
JN06 - A gente procura mostrar, por exemplo, assim... Fazendo com a folha de sulfite, dividindo...			X			
JN07 - Nós vamos calculando as operações. Primeiro eu trabalho com a adição com denominadores iguais, depois com denominadores diferentes				X		
JN08 - Eu jogo muito assim... A fração como se eu achasse a equivalente, porque eles têm muita dificuldade em achar o mínimo múltiplo comum.						
JN09 - Eu procuro vários caminhos. Mostro pela equivalência, mostro pelo mínimo... Então eu aceito o raciocínio correto.					X	
JN10 - Aí nós fazemos a soma com denominadores diferentes... A subtração também. A multiplicação eles adoram porque não tem que fazer a redução ao mesmo denominador				X		
JN11 - Eu trabalho muito, muito a tabuada porque eles pegam o gancho... A tabuada o que você faz? "Essa fração aqui dá pra torná-la menor? Dá. E que número que eu posso... Dá pra dividir por dois, tem que dividir?". É uma fração, então é uma igualdade só. Você vai dividir pelo numerador e denominador, e aí vamos trabalhando					X	
JN12 - Quando a gente entra na equação também. A aplicação deles, dos racionais	X					
JN13 - No sexto ano a gente trabalha mais no sentido das operações e alguns problemas... Agora no sétimo a gente trabalha equações, resolve problemas...						X
JN14 - Eu mostro ligeiramente as equações com os inteiros e depois eu fico mais centrada nos racionais, até porque é a maioria dos números.	X					
JN15 - Por exemplo, um sexto, um sexto vai dar um número muito quebrado, deixo ele em fração... Não dá para simplificar... Eu prefiro trabalhar nesse sentido com eles... Todos racionais.		X				

QUADRO GERAL DAS CONFLUÊNCIAS TEMÁTICAS						
UNIDADES DE SIGNIFICADO	**CONFLUÊNCIAS TEMÁTICAS**					
	01	02	03	04	05	06
SA01 - Bom, para haver um pouco mais de entendimento por parte dos alunos com os números racionais, você começa do começo falando para eles dos números naturais primeiro... O que são os números naturais, trabalhando com os números naturais... Mostrando para eles que para chegarem aos números racionais, eles passam pelos números naturais.					X	X
SA02 - Aí você vai mostrando a composição dos números...						X
SA03 - Você trabalha também, antes de mostrar os números racionais, que é o conjunto Q... Você trabalha com o conjunto Z também.						X
SA04 - Você faz um reforço na explicação					X	
SA05 - vai colocando para eles as possibilidades do uso do conjunto Z, até que ele entenda que há a necessidade também do conjunto Q		X				
SA06 - Então você faz essa explanação na lousa, pra que ele ir entendendo...					X	
SA07 - Você começa a trabalhar com a reta para o aluno ir entendendo aonde vão às frações positivas, e aonde vão às frações negativas.			X			
SA08 - Porque quando ele entender bem que o conjunto N mais o seu oposto, que forma-se o conjunto Z... Ele entendendo bem o conjunto Z ele vai saber que o conjunto Q nada mais é do que um pouquinho mais de colocação das frações ali.		X				X
SA09 - Que não é que ficou um conjunto grande e difícil de entender.	X					
SA10 - Que além de dividir o que era inteiro, que agora ele também vai aprender a divisão com frações, que nada mais é do que traduzir essas frações em números decimais, também para eles entenderem.				X		
SA11 - Estou fazendo assim: trabalho na reta, demonstrando em forma de diagrama, demonstrando em forma da divisão... Faço desenhos para eles...			X	X		
SA12 - Faço explanação por meio de desenhos para eles...			X			
SA13 - E mostro que a matemática está no nosso contexto, no nosso cotidiano, e sem que eles percebam, trabalham com o conjunto dos números racionais a toda hora no dia-a-dia... Quando vão ao mercado com a mãe, a uma feira... Ele já está trabalhando com o conjunto dos números racionais.	X					

QUADRO GERAL DAS CONFLUÊNCIAS TEMÁTICAS						
UNIDADES DE SIGNIFICADO	**CONFLUÊNCIAS TEMÁTICAS**					
	01	02	03	04	05	06
SA14 - Então quando você fala conjunto dos números racionais dentro da disciplina de matemática parece que é um bicho papão para eles	X					
SA15 - se você começar a colocar isso para eles, na medida em que ele vai a uma pizzaria com os amigos... Que tem ali a pizza que será dividida em pedaços... Ali você já pode falar pra ele... Ali ele já está trabalhando com os números racionais.	X	X	X			
SA16 - Isso vai muito da explanação que você fizer na lousa para o aluno... Mostrando o conjunto N, depois o conjunto Z e depois como foi a formação do conjunto Q.	X				X	
SA17 - Essa é a metodologia que eu uso para falar com eles sobre o conjunto Q. Eu obtenho depois... Passo exercícios... Mostro para eles... E sempre trabalhando. Você vai falar do conjunto Q, ou do conjunto Z, você volta fala assim: lembra do conjunto Q, do que ele é formado? Porque precisou ser formado o conjunto Q? Onde a gente usa? Essa é a metodologia que eu uso.	X	X			X	X
SA18 - E muita paciência que tem que ter para explicar.			X			
SA19 - Porque você não pode colocar ali em uma ou duas aulas e querer que o aluno já entenda.						
SA20 - Aí através de exercícios, demonstrações e conversando com eles. Sempre colocando.				X		
SA21 - As vezes os que passam de ano direto e os que ficam de exame, mesmo nas revisões, volto lá no conjunto N, volto no conjunto Z e volto para falar o que foi a composição do conjunto Q.					X	